

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДВУМЕРНОЙ ЗАДАЧИ ГИДРОДИНАМИКИ В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

В. П. Сироченко

*Самарский государственный университет,
sir@samsu.ru*

На практике задачи гидродинамики обычно решают в ограниченных областях, и во многих случаях возникают трудности с постановкой граничных условий, особенно, в задачах обтекания. В теоретических исследованиях течения жидкости часто рассматривают в бесконечных областях. Тем самым снимается проблема постановки граничных условий, так как на бесконечности точно реализуются условия невозмущенности потока.

Общепринятый подход при численном моделировании течений в бесконечных областях состоит в переходе к достаточно большой конечной области и сносе граничных условий с бесконечности на её удаленные границы. Однако, такой прием вносит погрешность в решение задачи.

В монографии [1] для решения задач в неограниченных областях предлагается использовать численные методы с применением квазиравномерных разностных сеток с конечным числом интервалов. При этом некоторые узлы сетки являются бесконечно удаленными точками. Это позволяет решать задачи непосредственно в неограниченной области с точными граничными условиями на бесконечности. В [1] квазиравномерные сетки использовались при моделировании двумерных течений идеальной жидкости.

В настоящей работе метод квазиравномерных сеток применяется для численного моделирования течения вязкой несжимаемой жидкости в неограниченной области.

Рассматривается нестационарная задача обтекания барьера в виде тонкой пластинки вязкой несжимаемой жидкостью в бесконечном плоском канале с заданным расходом жидкости. В качестве исходной математической постановки берется начально-краевая задача относительно переменных завихренность, функция тока [2]. Граничные условия на твердых стенках канала и барьере соответствуют условиям прилипания, на бесконечно удаленных входной и выходной границах рассматриваются условия невозмущенности потока, реализуемые заданием параболического профиля скорости (течение Пуазейля). В начальный момент времени жидкость в канале находится в состоянии покоя.

Для численного решения задачи обтекания барьера в бесконечном канале построена разностная схема, использующая квазиравномерную разностную сетку. В продольном направлении канала квазиравномерная сетка сгущается вблизи барьера, первый и последний интервалы сетки бесконечны. В поперечном направлении использовалась равномерная сетка.

При замене производных первого и второго порядка в дифференциальных уравнениях конечно-разностными отношениями применяются специальные аппроксимации для производных на квазиравномерной сетке [1]. Для завихренности получена явная разностная схема. Уравнение для функции тока аппроксимируется пятиточечным разностным уравнением. В математической постановке задачи

отсутствуют граничные условия для завихренности. Для приближённого задания завихренности на границе используются формулы Тома [3].

На каждом шаге по времени завихренность в узлах сетки рассчитывается по явным формулам. Симметричная система сеточных уравнений для функции тока решается попеременно-треугольным методом приближённой факторизации – сопряжённых градиентов [4].

Алгоритм расчета задачи реализован в виде программы для компьютера.

Проведены расчеты обтекания барьера в канале при различных значениях безразмерного числа Рейнольдса Re . Расчёт проводился на пространственной сетке с числом узлов 101×51 . Шаг по времени определялся условием устойчивости конечно-разностной схемы. Расход жидкости в канале плавно увеличивался от нуля до некоторого максимального значения, затем сохранялся постоянным. Расчет задачи продолжался до установления стационарного режима. Результаты расчетов представлены в виде картин линий тока течения.

Для проверки численного метода проведено сравнение результатов расчетов с фотографией реального обтекания барьера при $Re = 0,014$ [5]. На рис. 1 изображены изолинии функции тока, полученные на основе расчетов. На рис. 2 представлена фотография реального течения. Из сравнения рисунков видно, что картина течения жидкости, полученная в результате численного решения задачи, имеет качественное сходство с фотографией реального течения.

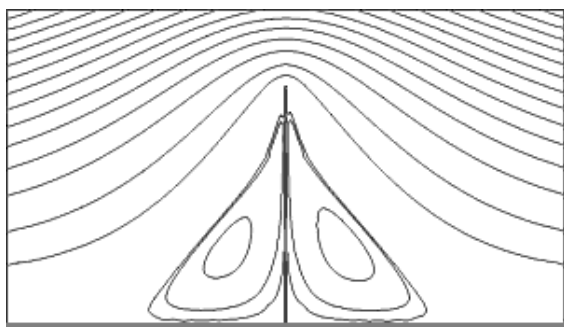


Рис. 1. Картина линий тока течения – численный расчет, $Re = 0,014$

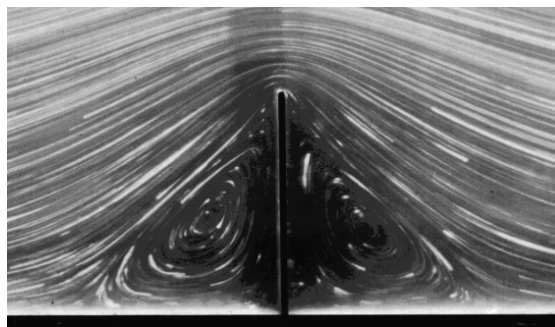


Рис. 2. Фотография реального обтекания барьера при $Re = 0,014$ [5]

Таким образом, проведённые исследования показали, что применение квазиравномерных сеток позволяет проводить численное моделирование течений вязкой несжимаемой жидкости в бесконечных областях.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Калиткин Н.Н., Альшин А.Б., Альшина Е.А., Рогов Б.В.* Вычисления на квазиравномерных сетках. М.: Физматлит, 2005. 224 с.
2. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа: Учеб. для вузов. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
3. *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1976. 618 с.
4. *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Вычислительная теплопередача. М.: Едиториал УРСС, 2003. 784 с.
5. Альбом течений жидкости и газа: / Сост. М. Ван-Дайк. М.: Мир, 1986. 184 с.