

УДК 620.178

В. А. Мехеда

ВЛИЯНИЕ ИНЕРЦИОННЫХ СИЛ НА БАЛАНСИРОВКУ  
ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО МОСТА ПО ЛИНЕЙНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ДЕФОРМАЦИИ

В работе [ 1 ] предложена методика фиксации петли гистерезиса металлов в координатах "номинальное напряжение - нелинейная деформация". Рассмотрим один из вариантов реализации этой методики. Пусть консольный образец постоянного поперечного сечения испытывается на поперечный изгиб (рис. 1а). Пусть на него наклеено три одинаковых тензорезистора  $R_1$  в сечении 1-1 и один тензорезистор  $R_2$  в сечении 2-2. Все тензорезисторы включаются в один измерительный мост (рис. 1б)<sup>\*</sup>. При таком включении тензорезисторов чувствительность моста будет в три раза больше к деформациям в сечении 1-1, чем к деформациям в сечении 2-2. Кроме того, в пределах моста суммарный сигнал от датчиков  $R_1$  будет вычитаться из сигнала датчика  $R_2$ .

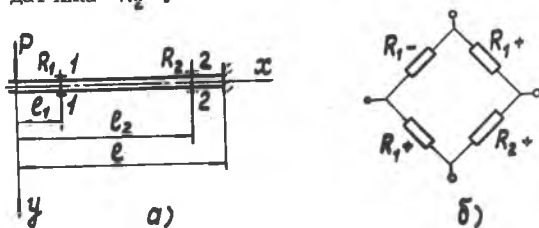


Рис. 1

<sup>\*</sup> Знаки + и - на схеме указывают, где наклеен тензорезистор: на растянутой (+) или сжатой (-) стороне образца.

Если плечо  $\ell_2$  сделать в три раза больше плеча  $\ell_1$  (рис. 1а), то измерительный мост будет фиксировать только нелинейную деформацию в сечении 2-2, а по линейной составляющей будет сбалансирован.

В процессе усталостных испытаний при колебаниях образца возникают распределенные вдоль его оси силы инерции, которые нарушают балансировку измерительного моста по линейной составляющей деформации и искажают сигнал нелинейной деформации. В настоящей статье анализируется величина таких искажений для образцов различных размеров.

Воспользуемся известным решением С.П. Тимошенко [ 2 ] для случая колебания консоли, конец которой совершает заданное поперечное движение  $f(t)$ . Полное решение задачи имеет вид

$$y = y_1 + y_2 = f(t) \left( 1 - \frac{3x}{2\ell} + \frac{1}{2} \frac{x^3}{\ell^3} \right) + \sum \varphi_i \chi_i. \quad (1)$$

Здесь  $y_1 = f(t) \left( 1 - \frac{3x}{2\ell} + \frac{1}{2} \frac{x^3}{\ell^3} \right)$  - прогиб, соответствующий кривой статического изгиба консоли;  $y_2 = \sum \varphi_i \chi_i$  - прогиб, вызванный инерционными силами;  $\chi_i = \operatorname{sh} k_i \ell \sin k_i x - \sin k_i \ell \operatorname{sh} k_i x$  - нормальные функции  $\chi$  для рассматриваемой консоли;  $k_i$  - корни частотного уравнения.

Относительно функции  $\varphi_i(t)$  в [ 2 ] получено обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\varphi_i'' + p_i^2 \varphi_i = -b_i f''(t), \quad (2)$$

где

$$b_i = \frac{2}{k_i \ell (\operatorname{sh} k_i \ell - \sin k_i \ell)},$$

$$p_i = k_i^2 \sqrt{\frac{EJ}{\rho F}}.$$

Здесь  $EJ$  - изгибная жесткость;  $\rho$  - вес единицы объема материала образца;  $F$  - площадь поперечного сечения.

Уравнение (2) в случае гармонического возмущения  $f(t) = A \sin \omega t$  имеет решение

$$\varphi_i = A_i \cos p_i t + B_i \sin p_i t + \frac{A b_i}{\left( \frac{p_i}{\omega} \right)^2 - 1} \sin \omega t. \quad (3)$$

Для простоты рассуждений рассматриваемая система считалась консервативной. В действительности имеет место рассеяние энергии. Вследствие этого первые два члена в (3), характеризующие собст-

венные колебания системы, для установившегося режима стремятся к нулю. Тогда получим

$$y_2 = A \sin \omega t \sum_{i=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{b_i X_i}{\left(\frac{P_i}{W}\right)^2 - 1}. \quad (4)$$

Рассмотрим образец с прямоугольным поперечным сечением высотой  $h$ .

Сечение испытывает действие изгибающего момента

$$M_z = -EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -EJ \left( \frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y_2}{\partial x^2} \right). \quad (5)$$

Тензорезисторами фиксируется деформация на поверхности образца

$$\varepsilon = \frac{M_z}{WE} = -\frac{h}{2} \left( \frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y_2}{\partial x^2} \right). \quad (6)$$

Здесь  $W$  - момент сопротивления изгибу.

Следовательно, в сечениях I-I и 2-2 (рис. I) будем иметь

$$\varepsilon^{(1)} = -\frac{h}{2} \left( \frac{3e_1}{e^3} + \sum_{i=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{b_i X_i''(e_1)}{\left(\frac{P_i}{W}\right)^2 - 1} \right) A \sin \omega t, \quad (7)$$

$$\varepsilon^{(2)} = -\frac{h}{2} \left( \frac{3e_2}{e^3} + \sum_{i=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{b_i X_i''(e_2)}{\left(\frac{P_i}{W}\right)^2 - 1} \right) A \sin \omega t. \quad (8)$$

Эти деформации вычитаются в пределах измерительного моста [I] следующим образом:

$$\Delta \varepsilon = \varepsilon^{(2)} - \frac{e_2}{e_1} \varepsilon^{(1)}. \quad (9)$$

Подставив (7) и (8) в (9), получим

$$\Delta \varepsilon = -\frac{h}{2} A \sin \omega t \sum_{i=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{b_i}{\left(\frac{P_i}{W}\right)^2 - 1} \left[ X_i''(e_2) - \frac{e_2}{e_1} X_i''(e_1) \right]. \quad (10)$$

Величина  $\Delta \varepsilon$  характеризует разбаланс мостовой схемы, вызванный только инерционными силами, поскольку члены от статического прогиба  $y_1$  в (10) сократились.

Расчеты показывают, что члены суммы в (10) быстро убывают. Поэтому практически достаточно удерживать только три члена этой суммы, соответствующие первым трем формам собственных колебаний.

Результаты расчетов величины  $\Delta \mathcal{E}$  в зависимости от частоты нагружения, высоты образцов и их длины представлены соответственно на рис. 2, 3 и 4. Из этих рисунков видно, что при правильном выборе геометрии образца можно существенно снизить величину  $\Delta \mathcal{E}$ .

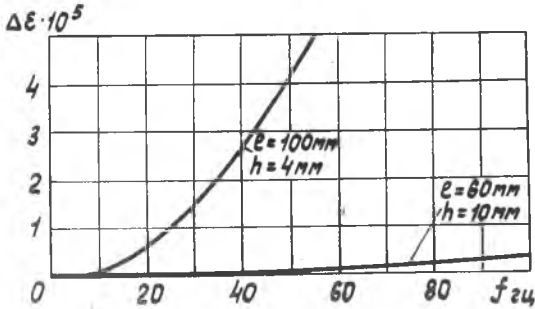


Рис. 2

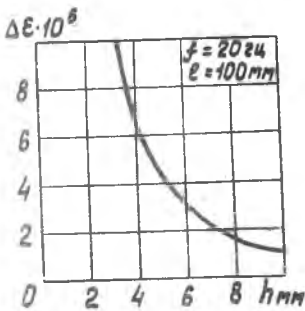


Рис. 3

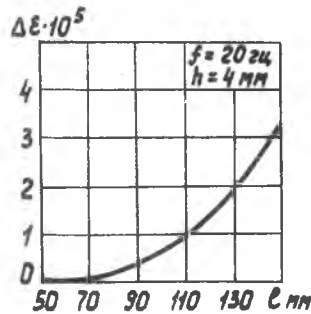


Рис. 4

Отметим, что при гармоническом нагружении величина  $\Delta \mathcal{E}$  совпадает по фазе с возмущающей силой и пропорциональна ей. Следовательно, разбаланс измерительного моста, вызванный действием инерционных сил на образец, приведет только к появлению наклона петли гистерезиса на экране осциллографа. Поскольку размеры экрана осциллографа ограничены, большой наклон петли гистерезиса нежелателен. Поэтому вместо балансировки измерительного моста при статическом нагружении предпочтительнее производить его балансировку при динамическом нагружении, сводя к минимуму величину  $\Delta \mathcal{E}$  при малых амплитудах на-

грузки, когда нелинейная деформация в материале образца еще небольшая.

При усталостных испытаниях со случайным характером нагружения величина  $\Delta \epsilon$  не совпадает по фазе с возмущающей силой. Следовательно, в этом случае при измерении петли гистерезиса лучше использовать короткие и высокие образцы.

#### Л и т е р а т у р а

1. Мехеда В.А., Хазанов Х.С. О методах измерения динамической петли гистерезиса. - В сб.: Вопросы прикладной механики в авиационной технике, вып. 63, изд. КуАИ, 1972.

2. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. Изд-во "Наука", М., 1967.