

УДК 539.3

Д. Н. Незванов

РАСЧЕТ ГЛАДКИХ И ВАФЕЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК  
НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ОСЕВОМ СЖАТИИ

1. Вопросам устойчивости круговых цилиндрических оболочек при осевом сжатии посвящено много исследований. Основные результаты их изложены в монографии [1] и обзоре [2]. В то же время практические расчеты на устойчивость, как правило, вызывают у инженеров затруднения. Это объясняется тем, что несмотря на большое количество работ, посвященных этой теме, до настоящего времени практически нет завершенных расчетных методик, которые можно было бы считать общепринятыми. Полученные теоретические зависимости не в состоянии учесть многочисленные возмущающие факторы, вызывающие потерю устойчивости оболочек, поэтому теоретические результаты могут применяться на практике только с соответствующими поправками. По гладким цилиндрическим оболочкам накопленный экспериментальный материал позволяет выбирать значения поправочных коэффициентов. По подкрепленным конструкциям в связи с их многообразием и сложностью изготовления накопление статистических данных происходит медленнее, поэтому для подобных оболочек в литературе недостаточно работ, содержащих рекомендации для расчетов с учетом экспериментально обоснованных поправочных коэффициентов.

В настоящей статье рассматривается один из видов ортотропных конструкций – вафельные цилиндрические оболочки с внутренними продольно-кольцевыми подкреплениями. На основании теоретических и экспериментальных данных приводятся приближенные формулы, учитывающие поправку на эксперимент, что позволяет проводить практические расчеты на устойчивость. В отличие от существующих

рекомендаций величина поправочного коэффициента принимается переменной в зависимости от относительной толщины и степени подкрепленности вафельной оболочки.

2. Известно, что величина верхних критических напряжений осевого сжатия гладких изотропных цилиндрических оболочек средней длины определяется выражением:

$$\sigma_{кр}^{\Gamma\Lambda} = C^{\Gamma\Lambda} \frac{E \delta}{R}, \quad (1)$$

где  $C^{\Gamma\Lambda}$  - коэффициент устойчивости, равный 0,605;  
 $E, \delta, R$  - соответственно модуль упругости, толщина и радиус оболочки.

Фактические напряжения потери устойчивости  $\sigma^{\Gamma\Lambda}$  значительно ниже (1), поэтому можно записать

$$\sigma^{\Gamma\Lambda} = \bar{C}^{\Gamma\Lambda} \sigma_{кр}^{\Gamma\Lambda} \quad (2)$$

где  $\bar{C}^{\Gamma\Lambda}$  - поправочный коэффициент, показывающий, какая часть верхней критической нагрузки практически реализуется при испытаниях.

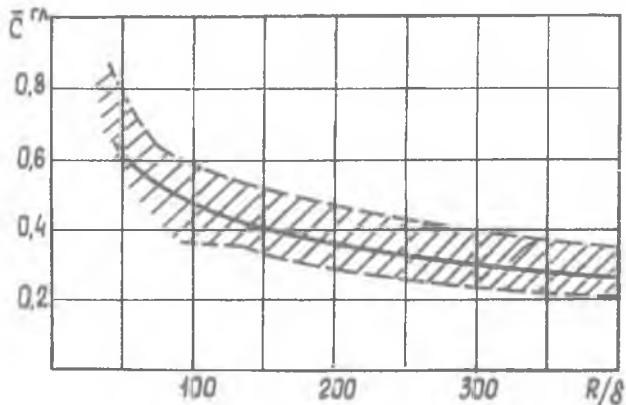


Рис. I

Многочисленные эксперименты показывают, что величина  $\bar{C}^{\Gamma A}$  в основном зависит от относительной толщины оболочки  $R/\delta$ . Это объясняется большей чувствительностью тонких оболочек малой кривизны к возмущениям. Имеется ряд рекомендаций (В.Вейнгартен, В.Морган, П.Сейди [3], [4], Б.М.Броуде [5], А.С.Вольмир [1], Э.И.Григолюк, В.В.Кабанов [2] Г.Джерар, Х.Бекер [6], С.П.Кан [7], В.Т.Лизин, В.А.Пяткин [8] и др.), позволяющих построить экспериментальные кривые для  $\bar{C}^{\Gamma A}$  в функции от  $R/\delta$ . Отличаясь друг от друга, эти кривые образуют диапазон, показанный на рис. 1 штриховкой. Все рекомендации основаны на экспериментальных данных, и отдать предпочтение какой-либо одной из них затруднительно. Поэтому для приближенных расчетов примем некоторую промежуточную кривую (сплошная линия на рис. 1), описываемую эмпирическим выражением

$$\bar{C}^{\Gamma A} = \frac{5,5}{\sqrt{R/\delta + 30}} \quad (3)$$

Тогда с учетом (1), (2) и (3) формула для вычисления напряжений потери устойчивости гладкой цилиндрической оболочки при осевом сжатии будет иметь вид

$$\sigma^{\Gamma A} = \frac{3,33 E}{\delta \sqrt{R/\delta + 30}} \quad (4)$$

Необходимо подчеркнуть, что зависимость (3) носит приближенный характер и может применяться лишь при расчете конструкции, не имеющей аналогов.

Если имеются экспериментальные данные по осевому сжатию оболочек, аналогичных проектируемой, то выражения (3), (4) следует скорректировать с учетом этих испытаний.

3. Рассмотрим вафельную цилиндрическую оболочку с внутренними продольно-кольцевыми подкреплениями. Элемент ее изображен на рис. 2. По аналогии с (1) выражение для верхних критических напряжений осевого сжатия такой оболочки можно записать в виде

$$\sigma_{кр}^{ВАФ} = C^{ВАФ} \frac{E t}{R}, \quad (5)$$

где  $t$  - толщина полотна;  $C^{ВАФ}$  - коэффициент устойчивости.

Численное значение  $C^{ВАФ}$  можно определить методом, изложенным в работе [9]. Расчет проводится на ЭВМ или с помощью графиков, приведенных на рис. 3, 4, 5.

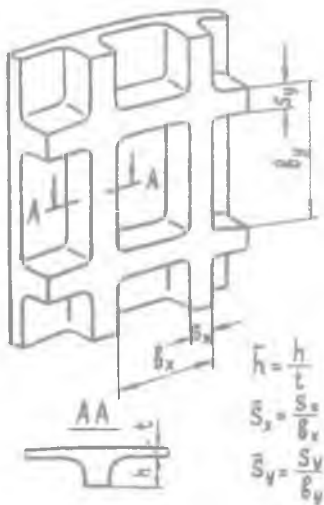


Рис. 2

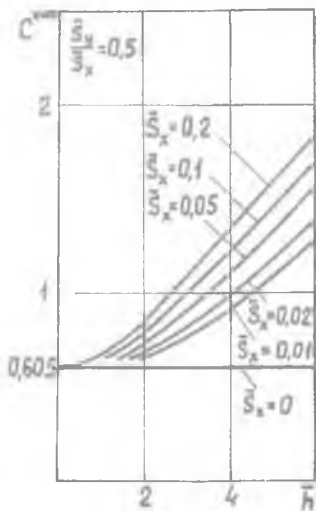


Рис. 3

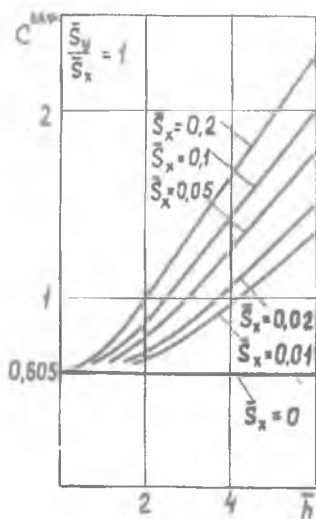


Рис. 4

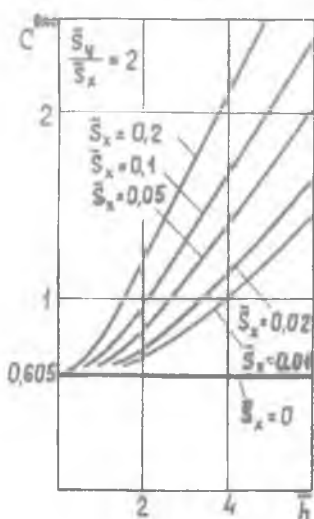


Рис. 5

Вследствие воздействия возмущающих факторов величина верхних критических напряжений практически недостижима и действительные напряжения потери устойчивости  $\sigma^{ВАФ}$  будут равны

$$\sigma^{ВАФ} = \bar{c}^{ВАФ} \sigma_{кр}^{ВАФ}, \quad (6)$$

где  $\bar{c}^{ВАФ}$  - поправочный коэффициент, показывающий, какую долю верхней критической нагрузки можно получить в эксперименте.

По аналогии с гладкими оболочками естественно ожидать, что  $\bar{c}^{ВАФ}$  зависит от относительной толщины, которую в данном случае запишем в виде  $R/\delta^{ВАФ}$ . Введенный здесь параметр  $\delta^{ВАФ}$ , играющий роль эквивалентной толщины вафельной оболочки, должен отражать сопротивляемость ее внешним возмущениям. Поскольку возмущения обычно связаны с развитием изгибных деформаций, то величина  $\delta^{ВАФ}$  должна прежде всего определяться изгибными жесткостными характеристиками оболочки. Поэтому примем

$$\delta^{ВАФ} = \sqrt{\delta_x \cdot \delta_y}. \quad (7)$$

Размер  $\delta_x$  характеризует здесь изгибную жесткость вдоль образующей. Численно он равен толщине гладкой оболочки, у которой погонный момент инерции сечения такой же, как у данной вафельной. Соответственно  $\delta_y$  отражает изгибную жесткость в кольцевом направлении. Продолжая аналогию с гладкими оболочками, предположим вначале, что связь между  $\bar{c}^{ВАФ}$  и  $R/\delta^{ВАФ}$  описывается кривой вида (3):

$$\bar{c}^{ВАФ} = \frac{5,5}{\sqrt{R/\delta^{ВАФ} + 30}}. \quad (8)$$

Однако испытания вафельных оболочек показывают, что значения  $\bar{c}^{ВАФ}$  оказываются выше, чем вычисленные по формуле (8). При этом это несоответствие заметнее проявляется у более подкрепленных оболочек. По-видимому, увеличение жесткости оболочек снижает их чувствительность к возмущениям, и в экспериментах реализуется довольно значительная часть верхней критической нагрузки. Следовательно, поправочный коэффициент  $\bar{c}^{ВАФ}$  должен учитывать степень подкрепленности оболочки. Чтобы численно оценить подкрепленность, представим себе, что вафельная оболочка получена из гладкой толщиной  $\delta_0$  путем перекомпановки материала. В качестве параметра, характеризующего степень подкрепленности вафельной оболочки, примем отношение

$$\bar{\delta} = \frac{\delta^{BA\Phi}}{\delta_0} \quad (9)$$

Удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных данных можно теперь получить, если записать для  $\bar{C}^{BA\Phi}$  вместо (8) следующее выражение:

$$\bar{C}^{BA\Phi} = 1 - \frac{1}{\bar{\delta}} \left( 1 - \frac{5.5}{\sqrt{R/\delta^{BA\Phi} + 30}} \right) \quad (10)$$

Характер кривых  $\bar{C}^{BA\Phi} = \bar{C}^{BA\Phi}(R/\delta^{BA\Phi}, \bar{\delta})$ , построенных по формуле (10), показан на рис. 6. Случай  $\bar{\delta} = 1$  соответствует гладким

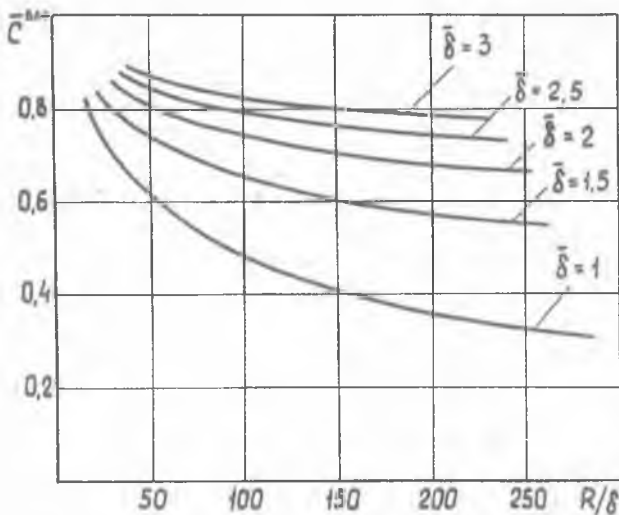


Рис. 6

оболочкам и дает кривую (3). С введением подкреплений, т.е. с ростом  $\bar{\delta}$ , кривые ложатся выше и при  $\bar{\delta} \rightarrow \infty$  приближаются к прямой  $\bar{C}^{BA\Phi} = 1$ .

Сопоставление расчетов по формулам (6), (10) с экспериментом [10] дано в таблице I, где обозначено:

$\sigma^3$  - экспериментальные значения напряжений потери устойчивости;  
 $\bar{c} = \frac{\sigma_{\text{ВАФ}}}{\sigma_{\text{КР}}}$  - экспериментальные значения поправочного коэффициента  $\bar{c}$ .

Таблица I

№ п/п	Расчет								Эксперимент	
	$\delta_{\text{ВАФ}}$ мм	$\delta_{\text{с}}$ мм	$\delta$	$\frac{R}{\delta_{\text{ВАФ}}}$	$c_{\text{ВАФ}}$	$\sigma_{\text{КР}}^{\text{ВАФ}}$ кг/см <sup>2</sup>	$\bar{c}_{\text{ВАФ}}$	$\sigma_{\text{ВАФ}}$ кг/см <sup>2</sup>	$\bar{c}^3$	$\sigma^3$ кг/см <sup>2</sup>
1	2,41	1,76	1,37	137	1,094	2425	0,579	1400	0,585	1420
2	2,20	1,50	1,47	150	1,237	2235	0,598	1340	0,614	1370
3	3,31	2,46	1,34	100	1,476	3272	0,615	2010	0,687	2250
4	3,43	2,77	1,24	96	1,177	3369	0,588	1980	0,573	1930
5	2,61	1,97	1,32	126	1,246	2600	0,575	1500	0,672	1750

Как следует из приведенной таблицы, величина погрешности расчетной методики в среднем составляет около 6%. Условие  $\sigma^3 > \bar{c}$  выполняется для всех оболочек, кроме оболочки № 4, которая конструктивно отличалась от остальных отсутствием торцевых шпангоутов.

При практических расчетах следует помнить, что формула (10) является эмпирической, основанной на экспериментах [10], где испытывались вафельные оболочки с внутренними продольно-кольцевыми подкреплениями, изготовленные методом химического фрезерования. Поэтому выражение (10) соответствует лишь оболочкам подобного типа

Л и т е р а т у р а

1. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. Изд-во "Наука", М., 1967.
2. Григолюк Э.И., Кабанов В.В. Устойчивость круговых цилиндрических оболочек. Итоги науки. Механика твердых деформируемых тел. 1967. ВИНТИ, М., 1969.
3. Weingarten V., Morgan E., Seide P. Elastic stability of thin-walled cylindrical and conical shells under axial compression *AJAA Journal*, 3, №3, 1965.
4. Балабух Л.И., Колесников К.С. и др. Основы строительной механики ракет. Изд-во "Высшая школа", М., 1969.
5. Бродде Б.М. Практические методы расчета тонких оболочек на устойчивость. Сб. "Исследования по стальным конструкциям". Труды ЦНИИСК, вып. 13. Госстройиздат, М., 1962.
6. Gerard G., Becker H. *Handbook of structural stability*.  
III. Buckling of curved plates and shells. NACA, Techn. Note, N3783, 1957, VI Strength of stiffened curved plates and shells. NACA Techn. Note, N4237, 1957.
7. Кан С.Н. Строительная механика оболочек. Изд-во "Машиностроение", М., 1966.
8. Лизин В.Т., Пяткин В.А. Проектирование тонкостенных конструкций. Изд-во "Машиностроение", М., 1976.
9. Незванов Д.Н., Хазанов Х.С. Исследование области неустойчивости вафельной цилиндрической оболочки. Межвузовский сб. "Вопросы прочности элементов авиационных конструкций", вып. 2, Куйбышев, 1975.
10. Незванов Д.Н., Солонин В.И. Экспериментальное исследование устойчивости вафельных цилиндрических оболочек. Сб. "Вопросы прикладной механики в авиационной технике". Труды КуАИ, вып. 77, 1975.