

УДК 539.43

А.С.Мостовой, А.Г.Прохоров

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ПРОЦЕССА РАЗРУШЕНИЯ  
ОТ УСТАЛОСТИ ОБРАЗЦОВ И ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

Целью настоящей работы является прогнозирование и анализ параметров, характеризующих процесс разрушения от усталости. К числу их отнесем момент появления трещины, напряжение, повреждение (размеры трещины) и интенсивность накопления повреждений (скорость их изменения), релаксацию внешней нагрузки при жестком нагружении и момент разрушения элемента.

Некоторые значения анализируемых параметров получены экспериментально и могут быть сопоставлены с расчетными. Этим достигается дополнительная проверка эффективности методики, примененной для анализа разрушения, и подтверждается возможность исследования параметров, не наблюдаемых в процессе эксперимента.

В основу исследования положена линейно-дискретная гипотеза накопления повреждений и разработанный на ее основе метод расчета долговечности образцов и элементов конструкций [1].

Сущность упомянутой гипотезы сводится к следующему.

Сечение образца, детали представляется как совокупность дискретных элементов-волокон. Разрушение наиболее напряженного волокна отождествляется с моментом появления трещины и происходит при критическом повреждении волокна, принятом равным единице. Повреждение  $D$  волокна определяется по линейной теории:  $D = \sum n_i / N_i$ , где  $n_i$ ,  $N_i$  - соответственно пройденное и разрушающее числа циклов при  $i$ -м уровне напряжений.

Кривая усталости по появлению макротрещины в истинных напряжениях отождествляется с кривой равной вероятности критичес-

ного повреждения волокон. Аналогичные положения высказаны И. Д. Вагаповым [ 2 ].

Упомянутая кривая получается экспериментально для образца из данного материала при данной обработке и пересчитывается для детали в соответствии с теорией подобия усталостного разрушения [ 3 ]. Полученная таким образом кривая  $\sigma_{уст}(N)$  для разных вероятностей является исходной для расчета кривой усталости по разрушению.

Не теряя общности рассуждений, рассмотрим далее растянутый плоский образец прямоугольного сечения с концентратором - отверстием.

Рассмотрим напряжения в волокнах, расположенных вдоль оси  $X$  в разные моменты времени (рис. I). Эпюры на рис. I характеризуют распределение напряжений в моменты времени, соответствующие последовательному разрушению волокон  $(K-1)$  (пунктир) и  $K$  (сплошная линия). Штрихпунктиром показана эпюра напряжений до появления трещины.

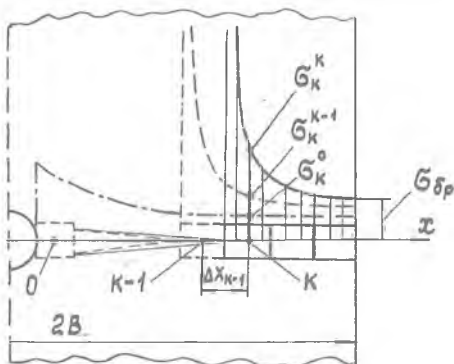


Рис. I

Волокно  $K$  в момент разрушения волокна  $(K-1)$  при напряжении  $\sigma_K^{k-1}$  имело повреждение  $D_K^{k-1}$ , накопленное при напряжениях  $\sigma_K^0, \sigma_K^1, \dots, \sigma_K^{k-1}$ . Здесь верхний индекс показывает, при разрушении какого волокна рассматривается напряжение в волокне  $K$ . Повреждение  $D_K^{k-1}$  может быть определено, если известны упомянутые напряжения и скорости продвижения трещины в предыдущие моменты времени.

После разрушения  $(K-1)$ -го волокна накопление повреждения  $\Delta D_K$  в  $K$ -м волокне происходит при напряжении  $\sigma_K^k$ . Волокно  $K$  разрушается при  $D_K = D_K^{k-1} + \Delta D_K = 1$ , откуда может быть определено  $\Delta D_K$ . С другой стороны,  $\Delta D_K = \frac{\Delta n_K}{N_K}$ , что позволяет определить  $\Delta n_K$  - число циклов (время) "жизни" волокна  $K$  при напряжении  $\sigma_K^k$ . Расстояние  $\Delta X_K$  между волокнами  $K$  и  $(K+1)$ , отнесенное ко времени  $\Delta \tau_K$ , дает среднюю скорость  $\frac{\Delta X_K}{\Delta \tau_K}$  распространения трещины на интервале  $\Delta X_K$ .

Математическое описание приведенной модели распространения трещины приводит к интегральному уравнению, выражающему условие разрушения  $K$ -го волокна:

$$D_K = \tau_0 \omega + \int_{x_0}^{x_K} \frac{\omega}{N_K^n} \left( \frac{d\tau}{dx} \right) dx = 1. \quad (1)$$

Здесь  $\tau_0$  - время до разрушения волокна "0" (до появления трещины),  $\omega$  - частота нагружения, принимаемая постоянной,  $N_K^n$  - число циклов до разрушения волокна  $K$  при напряжении  $\sigma_K^n$ ,  $\frac{d\tau}{dx}$  - величина, обратная скорости распространения трещины.

Решение уравнения (1) в конечных приращениях приводит к следующей рекуррентной зависимости:

$$\left( \frac{d\tau}{dx} \right)_K = - \frac{N_{K+1}^{n+1}}{\Delta x_K} \left[ \tau_0 \left( \frac{1}{N_{K+1}^0} - \frac{1}{N_K^0} \right) + \sum_{n=1}^K \left( \frac{d\tau}{dx} \right)_{n-1} \left( \frac{1}{N_{K+1}^n} - \frac{1}{N_K^n} \right) \Delta x_{n-1} \right]. \quad (2)$$

Аналогичная зависимость определяет скорость  $dy/d\tau$  перемещения точек линии фронта плоской трещины вдоль оси  $y$ .

Из выражения

$$F_n = \int_{x_0}^{x_K} \int_{y_0}^{y_i} \frac{dx}{d\tau} \frac{dy}{d\tau} d\tau \cdot d\tau \quad (3)$$

получим зависимость поврежденной (занятой усталостной трещиной) площади сечения  $F_n$  от времени -  $F_n(\tau)$ .

Последовательное вычисление с помощью ЭВМ значений  $\sigma_K^n$ ,  $dF_n/d\tau$ , коэффициента интенсивности напряжений  $K_1$ , позволяет установить момент разрушения. Он определяется по одному из трех условий, которые (с некоторым приближением) равнозначны:

$$1) \sigma_K^n = \sigma_B^{уст}, \quad (4)$$

$$2) K_1 = K_{1c}; \quad (5)$$

3) скорость роста трещины  $\frac{dF_n}{d\tau}$  достигает значительной величины и весьма быстро растет; принято

$$\left( \frac{dF_n}{d\tau} \right)_{разр} \approx 10^{-2} F_0 \frac{мм^2}{сек}. \quad (6)$$

Здесь  $\sigma_B^{уст}$  - истинный предел прочности материала,  $K_{1c}$  - критическое значение коэффициента интенсивности напряжений,  $F_0$  - начальная площадь сечения.

Использование поврежденной площади  $F_n$  в качестве меры повреждения позволяет определить долговечность при программном

случайной нагрузке.

В соответствии с изложенной методикой были проведены расчеты долговечности образцов и конструкций из различных материалов различными поперечными сечениями при различных нагрузениях (см., например, [4], [5]). Удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных данных, наряду с физической возможностью рассмотренной модели, позволяет использовать ее для прогнозирования и анализа параметров разрушения. Авторам неизвестен в настоящее время какой-либо другой метод, обеспечивающий получение аналогичных результатов.

Прогнозирование и анализ параметров разрушения проведем для упомянутого выше плоского образца с отверстием, выполненного из материала ДБАТ и нагруженного знакопеременным изгибом по симметричному циклу при  $\sigma_{НОМ} = 19,07 \text{ кг/мм}^2$  в условиях жесткого нагружения.

1. Время  $\tau_0$  до появления трещины, как следует из изложенного, определяется с помощью кривой усталости по появлению трещины  $\sigma_{ист}(N)$  для детали (рис. 2). Напряжение в "опасной" точке

$$\sigma_0^o = \sigma_{НОМ} \alpha_0^o \psi,$$

где  $\alpha_0^o$  - упругий коэффициент концентрации напряжений при изгибе пластины с отверстием,  $\psi$  - редуционный коэффициент, учитывающий нелинейность диаграммы растяжения [1].

На рис. 2 нанесены расчетные и экспериментальные значения  $\tau_0$ .

2. Средне-интегральное напряжение на участке  $\Delta x$  ( $\Delta y$ ) (рис. 1), равном размеру элемента, прямоугольного к устью трещины, определяется из выражений:

$$\sigma_k^k = \frac{\int_0^{\Delta x} \sigma_y dx}{\Delta x} = \frac{\sqrt{2} K_1^k}{\sqrt{\pi \Delta x}} \varphi_k \psi \quad (7)$$

$$\sigma_l^l = \frac{\int_0^{\Delta y} \sigma_x dy}{\Delta y} = \frac{\sqrt{2} K_1^l}{\sqrt{\pi \Delta y}} \varphi_l \psi \quad (8)$$

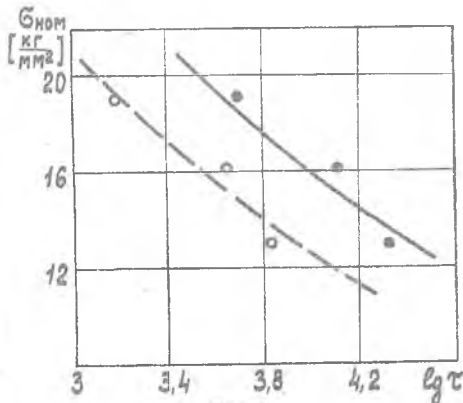


Рис. 2

ж) Эксперимент проведен в КуАИ Б.А.Лавровым.

$$K_1^k = \sigma_{\delta p, k} \sqrt{\pi l_k} \lambda_k. \quad (9)$$

Здесь  $\sigma_k^k, \sigma_i^i$  - напряжение в волокне  $K(i)$  в момент его разрушения;  $K_1^k(K_1^i)$  - коэффициент интенсивности напряжений при размерах трещины, достигшей волокна  $K(i)$  [7];  $\psi$  - коэффициент, учитывающий влияние асимметрии циклических напряжений, имеющей место вследствие смыкания трещины в сжатой зоне [6],  $l_k$  - длина трещины;  $\lambda_k$  - поправочная функция, определяемая в соответствии с [7];  $\sigma_{\delta p, k} = \sigma_{\delta p, 0} \cdot \xi$ ;  $\sigma_{\delta p, 0}$  - напряжение в брутто-сечении в начальный момент времени;  $\xi$  - коэффициент, учитывающий релаксацию внешней нагрузки при жестком нагружении [1].

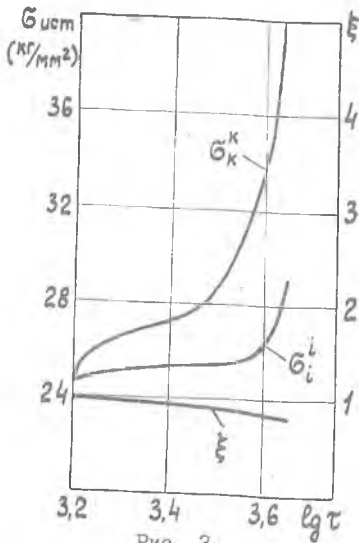


Рис. 3

Изменение напряжений по времени показано на рис. 3. Напряжение  $\sigma_k^k$  непрерывно растет из-за увеличения коэффициента интенсивности напряжений  $K_1$ , обусловленного ростом длины трещины  $l_k$  и поправочной функции  $\lambda$  [7]. Однако на начальном участке рост  $\sigma_k^k$  замедляется,  $\frac{d\sigma_k^k}{d\tau}$  падает. Это объясняется следующим.

Из формулы (7) видно, что  $\frac{d\sigma_k^k}{d\tau}$  пропорционально  $\frac{dK_1^k}{d\tau}$ . Полагая на начальном участке  $\lambda \approx 1$ ,  $\xi \approx 1$ , запишем последнюю производную в виде

$$\frac{dK_1^k}{d\tau} = \sigma_{\delta p, k} \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{l_k}} \frac{dl_k}{d\tau}. \quad (10)$$

Отсюда видно, что рост  $l_k$  при слабом изменении  $\frac{dl_k}{d\tau}$  приводит к падению  $\frac{dK_1^k}{d\tau}$ , а следовательно, и  $\frac{d\sigma_k^k}{d\tau}$  (рис. 3). В дальнейшем  $\frac{dl_k}{d\tau}$  возрастает, что наряду с ростом  $\lambda$  обуславливает увеличение  $\frac{dK_1^k}{d\tau}$  и  $\frac{d\sigma_k^k}{d\tau}$ , особенно интенсивное в моменты времени, близкие к разрушению.

Напряжения  $\sigma_i^i$  подчиняются тем же закономерностям, но так как  $\sigma_{\delta p, i} = \sigma_{\delta p, k} \frac{h_i}{h_k}$  - расстояние волокна до нейтральной оси сече-

(мм), то вследствие падения  $h_i$  начальный участок кривой  $\sigma_i^i(\tau)$  более пологий. В моменты, близкие к разрушению,  $\sigma_i^i$  интенсивно растет главным образом вследствие роста параметра  $\lambda$ .

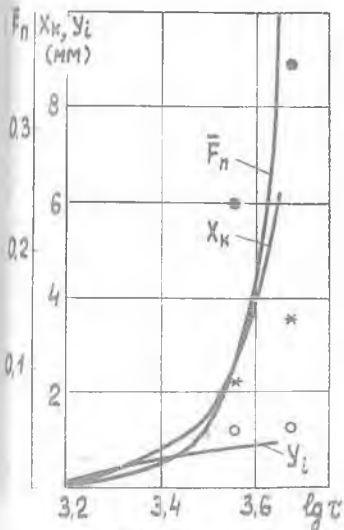


Рис. 4

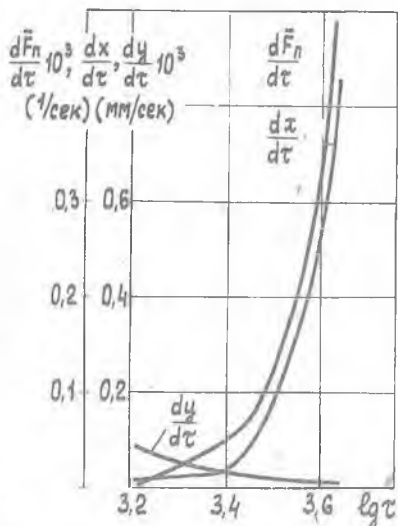


Рис. 5

3. Относительная поврежденная площадь сечения  $\bar{F}_n = \frac{F_n}{F_0}$  непрерывно возрастает (рис. 4), также как интенсивность  $\frac{d\bar{F}_n}{d\tau}$  (рис. 5), достигая предельных значений в момент разрушения. При этом значению  $(\bar{F}_n)_{разр}$  соответствует статическое разрушение от внешней нагрузки с учетом ее релаксации, а  $(\frac{d\bar{F}_n}{d\tau})_{разр} \approx 10^{-2}$  1/сек.

На рис. 4, 5 показаны также изменения параметров  $X_k, Y_i$ ,  $\frac{dx}{d\tau}, \frac{dy}{d\tau}$  по времени. Более интенсивное изменение  $X_k$  по сравнению с  $Y_i$  обусловлено тем, что  $\sigma_k$  существенно превышает  $\sigma_i$ . Однако в начальные моменты времени  $\frac{dy}{d\tau} > \frac{dx}{d\tau}$  вследствие меньшего градиента напряжений вдоль оси  $Y$  до момента появления трещины, что привело к более интенсивному накоплению повреждений в элементах, расположенных по оси  $Y$ .

Точками на рис. 4 показаны некоторые экспериментальные значения  $X_k, Y_i, \bar{F}_n$ , полученные в результате статического разлома образцов, имевших различную наработку.

4. Релаксация внешней нагрузки в условиях жесткого нагружения образца (при фиксированных перемещениях точки приложения силы) оценивалась величиной  $\xi = P_t / P_0$ , которая определялась в соответствии с [1]. Здесь  $P_t$ ,  $P_0$  - значения внешней нагрузки в текущий и начальный моменты времени. Изменение  $\xi$  показано на рис. 3. Его значение в начале распространения трещины мало отличается от единицы и в дальнейшем убывает.

5. Время  $T$  до разрушения для рассмотренного образца, определенное расчетом по критериям (4), (5), (6), практически одинаково и составляет 4430-4450 сек. При этом принято  $\sigma_B^{уст} = 46 \text{ МПа}$   
 $(\frac{dE_L}{dt})_{разр} \approx 10^{-2} \text{ 1/сек}, K_{1c} \approx 223 \text{ кг/мм}^{3/2}$ .

Нам представляется наиболее сложным выбор надлежащего значения критического коэффициента интенсивности напряжений с учетом вида напряженного состояния и многочисленных факторов, влияющих на  $K_{1c}$ . На рис. 2 нанесена расчетная кривая усталости по разрушению и экспериментальные значения полной долговечности  $T$ . Следует обратить внимание на практически независимое от уровня напряжений отношение  $T/\tau_0$ . Этот факт отмечен в литературе и обоснован теоретически в работе [8].

### Л и т е р а т у р а

1. Мостовой А.С. Определение долговечности образца на основе некоторых представлений о механизме усталостного разрушения. - В сб.: Вопросы прочности элементов авиационных конструкций, вып. 39, изд. КуАИ, 1968.

2. Вагапов Р.Д. Статистические и детерминистические закономерности усталости и возможность их моделирования. - В кн.: Вопросы механической усталости. М., "Машиностроение", 1964.

3. Дуплякин В.М., Мостовой А.С. К вероятностному расчету кривых усталости деталей по результатам испытания лабораторных образцов. В межвуз. сб.: Вопросы прочности элементов авиационных конструкций, вып. I, Куйбышев, 1974.

4. Мостовой А.С., Козлов А.А., Фролова Л.К., Чураков А.А. Определение долговечности конструктивного элемента на основе некоторых представлений о механизме усталостного разрушения.

"Проблемы прочности", № 3, Киев, 1972.

5. Мостовой А.С., Дуплякин В.М., Прохоров А.Г., Юдин В.Г. Прогнозирование усталостной долговечности стальных проушин на стадии проектирования изделия. В межвуз. сб.: Вопросы прочности и долговечности элементов авиационных конструкций, вып. 3, М.: АБЫШЕВ, 1977.

6. Мостовой А.С., Дубовицкий С.В. О влиянии усталостной нагрузки на характеристики циклов напряжений. - В сб.: Усталостная прочность и долговечность авиационных конструкций, вып. I, М.: КуАИ, 1974.

7. Махутов Н.А. Сопротивление элементов конструкций хрупкому разрушению. М., "Машиностроение", 1973.

8. Мостовой А.С., Дуплякин В.М. К вопросу о подобии усталостного разрушения. - В сб.: Прочность, надежность и долговечность авиационных конструкций, вып. I, Киев, 1975.