2. Шклярчук Ф.Н., Тютюнников Н.П. Уравнения колебаний скошенной тонкостенной конструкции типа крыла переменной стреловидности. - В сб. Прочность элементов конструкций летательных аппаратов, М.: МАИ, 1982, с.65-70.

УДК 539.834

Х.С.Хазанов, А.В.Хивинцев

ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕРМЕТИЧНОСТИ БОЛТОВОГО ФЛАНЦЕВОГО СОЕДИНЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

В настоящей работе предлагается методика расчета герметичности болтового соединения двух одинаковых цилиндрических оболочек контактирующими фланцами (рис.I). Предполагается наличие между фланцами плоской прокладки, материал которой считается линейно-упругим, причем модуль упругости материала прокладки значительно меньше модуля упругости материала фланца. Учитывается влияние на величину зоны разгерметизации затяжки и податливости фланцевых болтов. Задача решается в линейной постановке, оболочка считается моментной. Конструкция нагружается силами затяжки болтов $Q_Б$ и внутренним давлением $p_{вн}$.

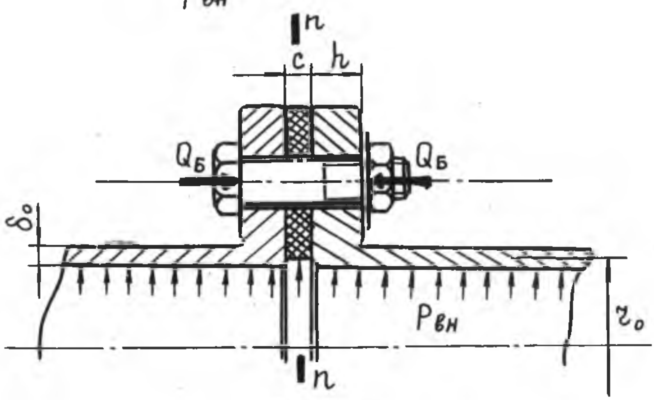

Рис. I

В силу симметрии стыкового узла относительно плоскости $n-n$, проходящей через срединную поверхность прокладки (рис.I), и вследствие регулярности расположения фланцевых болтов при решении рассматривается только часть одного из фланцев (между двумя сосед-ними болтами), одна оболочка и половина толщины прокладки. Средин-ная поверхность фланца считается недеформируемой в своей плоскост

Решение ведется методом конечных элементов в перемещениях. Фланец представлен сеткой восьмиузловых изопараметрических конечных элементов /I/ для изгиба пластин с 24 степенями свободы (рис.2).

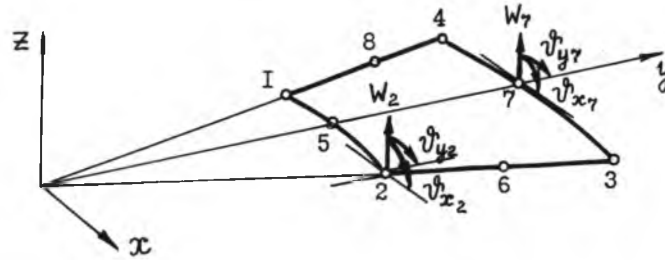

Рис. 2

В конечном элементе пластины реализована независимая аппроксимация линейных и угловых перемещений и используется метод сокращения числа точек интегрирования по Гауссу при вычислении вклада деформаций поперечного сдвига в матрицу жесткости. В разработанно программе предусмотрена процедура сглаживания напряжений /I/.

Прокладка представлена набором изопараметрических элементов, работающих на сжатие (рис.3). Геометрия в плане элемента прокладк совпадает с геометрией элемента пластины. Каждый узел содержит одну степень свободы – перемещение u_z .

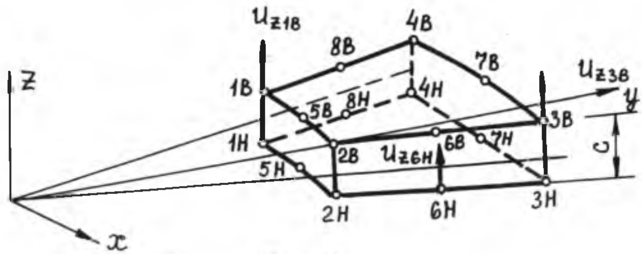

Рис. 3

Крепежный болт аппроксимируется стержневым элементом, а оболочка в целях сокращения порядка разрешающей системы алгебраических уравнений рассматривается как один конечный элемент, имеющий по торцам узлы в точках сопряжения с фланцем (рис.5).

Конечноэлементная модель конструкции представлена на рис.4.

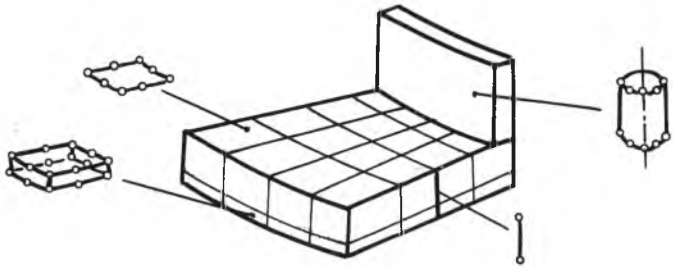

Рис. 4

Матрица жесткости оболочки строится с использованием аналитического решения теории моментной цилиндрической оболочки в тригонометрических рядах по окружной координате φ /2/. Подобный метод был использован применительно к расчету консольной цилиндрической оболочки, подкрепленной шпангоутом переменной жесткости, в работе /3/, где один торец оболочки считался жестко закрепленным. В отличие от этого в настоящей работе оба торца свободны.

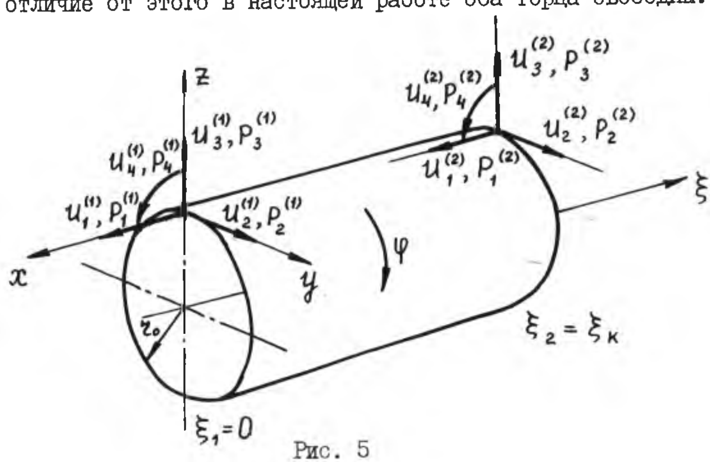

Рис. 5

Введем обозначения:

$P_1^{(K)}$, $P_2^{(K)}$, $P_3^{(K)}$, $P_4^{(K)}$ – соответственно погонные нормальная, касательная, обобщенная перерезывающая силы и погонный изгибающий момент на K -ом торце оболочки (K = I,2);

$u_1^{(K)}$, $u_2^{(K)}$, $u_3^{(K)}$, $u_4^{(K)}$ – соответственно линейные перемещения точек срединной поверхности оболочки в направлении осей x , y , z и угол поворота нормали к срединной поверхности оболочки в направлении действия $P_4^{(K)}$ (рис.5).

Рассматривается симметричное относительно диаметральной плоскости φ = 0 напряженно-деформированное состояние оболочки. Пусть известно для него решение дифференциального уравнения изгиба оболочки в тригонометрических рядах относительно окружной координаты φ , т.е. известны ряды для сил и перемещений:

$$P_i^{(K)} = \sum_{n=0}^{\infty} \ell_n P_{in}^{(K)} \cos n\varphi \quad (i = 1,3,4), \quad P_2^{(K)} = \sum_{n=1}^{\infty} P_{2n}^{(K)} \sin n\varphi, \tag{I}$$

$$u_i^{(K)} = \sum_{n=0}^{\infty} u_{in}^{(K)} \cos n\varphi \quad (i = 1,3,4), \quad u_2^{(K)} = \sum_{n=1}^{\infty} u_{2n}^{(K)} \sin n\varphi, \tag{2}$$

$$\left(\ell_0 = \frac{I}{2}, \quad \ell_n = I \ \text{ при } \ n \neq 0 \right).$$

Перейдем в (I) и (2) от рядов к конечным суммам, ограничив в них суммирование до $n_{max} = t$ (t – число узлов на полуокружности торца), и введем матрицы-столбцы

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= [\, \mathbf{P}_1^{(1)T} \mathbf{P}_2^{(1)T} \mathbf{P}_3^{(1)T} \mathbf{P}_4^{(1)T} \mathbf{P}_1^{(2)T} \mathbf{P}_2^{(2)T} \mathbf{P}_3^{(2)T} \mathbf{P}_4^{(2)T} \,]^T, \\ \mathbf{u} &= [\, \mathbf{u}_1^{(1)T} \mathbf{u}_2^{(1)T} \mathbf{u}_3^{(1)T} \mathbf{u}_4^{(1)T} \mathbf{u}_1^{(2)T} \mathbf{u}_2^{(2)T} \mathbf{u}_3^{(2)T} \mathbf{u}_4^{(2)T} \,]^T, \end{aligned} \tag{3}$$

где для K = I, 2

$$\mathbf{P}_i^{(K)} = [P_{i0}^{(K)} P_{i1}^{(K)}, \ldots, P_{it}^{(K)}]^T \ (i = 1,3,4), \quad \mathbf{P}_2^{(K)} = [P_{21}^{(K)}, P_{22}^{(K)}, \ldots, P_{2t}^{(K)}]^T,$$

$$\mathbf{u}_i^{(K)} = [u_{i0}^{(K)} u_{i1}^{(K)}, \ldots, u_{it}^{(K)}]^T \ (i = 1,3,4), \quad \mathbf{u}_2^{(K)} = [u_{21}^{(K)}, u_{22}^{(K)}, \ldots, u_{2t}^{(K)}]^T$$

– подматрицы-столбцы, составленные из коэффициентов рядов (I) и (2). Между этими коэффициентами имеется однозначное соответствие, которое в общем виде записывается как

$$\mathbf{P} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{u}. \tag{4}$$

Выражения для соответствующих членов рядов (I) и (2) содержат одни и те же постоянные интегрирования, причем коэффициенты рядов, относящиеся к нулевой гармонике, включают в себя по шесть постоянных, а остальные – по восемь. Используя для каждого члена ряда в отдельности граничные условия в перемещениях, один из коэффициентов рядов (2) на каждом торце полагаем поочередно равным единице, а остальные нулю. Таким образом, получаем для каждой гармоники систему алгебраических уравнений относительно постоянных интегрирования. Подставим найденные из решения этих систем уравнений постоянные в выражения для коэффициентов рядов (I) и получим искомые элементы матрицы $\mathbf{C}$.

Составим матрицу-столбец

$$\boldsymbol{v} = [\, \boldsymbol{v}_1^{(1)T} \boldsymbol{v}_2^{(1)T} \boldsymbol{v}_3^{(1)T} \boldsymbol{v}_4^{(1)T} \boldsymbol{v}_1^{(2)T} \boldsymbol{v}_2^{(2)T} \boldsymbol{v}_3^{(2)T} \boldsymbol{v}_4^{(2)T} \,]^T$$

узловых перемещений, совпадающих по направлению с перемещениями $u_1^{(k)}$, $u_2^{(k)}$, $u_3^{(k)}$, $u_4^{(k)}$.

Узловые перемещения $\boldsymbol{v}$ могут быть выражены через перемещения $\mathbf{u}$:

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{u}, \tag{5}$$

где $\boldsymbol{\alpha}$ – числовая матрица /3/, элементами которой являются тригонометрические функции.

Из (5) получим

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\alpha}^{-1} \cdot \boldsymbol{v} = \boldsymbol{\beta} \cdot \boldsymbol{v}.$$

Обозначим через $\mathbf{S}$ матрицу узловых сил оболочки, действующих в направлении перемещений $\boldsymbol{v}$ и эквивалентных в энергетическом смысле распределенным силам $\mathbf{P}$:

$$\mathbf{S} = [\, \mathbf{S}_1^{(1)T} \mathbf{S}_2^{(1)T} \mathbf{S}_3^{(1)T} \mathbf{S}_4^{(1)T} \mathbf{S}_1^{(2)T} \mathbf{S}_2^{(2)T} \mathbf{S}_3^{(2)T} \mathbf{S}_4^{(2)T} \,]^T.$$

Запишем связь между узловыми силами и узловыми перемещениями в стандартной форме:

$$\mathbf{S} = \mathbf{K} \cdot \boldsymbol{v},$$

где $\mathbf{K}$ – матрица жесткости оболочки. Можно показать, что

$$\mathbf{K} = \frac{\pi r_0}{2} \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\beta}.$$

Очевидно, что вследствие регулярности расположения фланцевых болтов будет наблюдаться циклическая симметрия напряженно-деформированного состояния конструкции. Поэтому в решение войдут не все гармоники подряд, а только нулевая и те гармоники, номера которых кратны количеству болтов на полуокружности фланца.

Учет внутреннего давления производится по стандартной процедуре учета внеузловой нагрузки.

Перед объединением отсека оболочки и фланца в единую систему перемещения их узлов приводятся к единой системе координат.

Во фланцевых соединениях с плоскими прокладками уплотнение создается в основном сжатием прокладки фланцевыми болтами. Для обеспечения герметичности давление на контактных поверхностях $p_{РАБ}$ не должно выходить из диапазона

$$[p] > p_{РАБ} \geq p_{min}, \qquad (6)$$

где $[p]$ – допускаемое давление для материала прокладки; p_{min} – минимальное давление на контактных поверхностях, при котором еще не нарушается герметичность.

Значения $[p]$ и p_{min} для различных материалов приведены в /4/.

Суммарное деформированное состояние конструкции получается наложением деформированного состояния, обусловленного затяжкой болтов, и состояния, вызванного внутренним давлением.

По заданной силе затяжки болта осуществляется его проверка на прочность. В случае превышения допускаемого уровня напряжений в болте на печать выводится соответствующая информация, и выполнение программы прекращается. Вторичная проверка прочности болта производится после приложения внутреннего давления и отыскания суммарного напряженно-деформированного состояния конструкции.

По найденным суперпозицией двух состояний перемещений узлов прокладки подсчитывается поле давлений $p_{РАБ}$ на контактной поверхности прокладки и фланца, в узловых точках которого (рис.6) проверяется двойное неравенство (6).

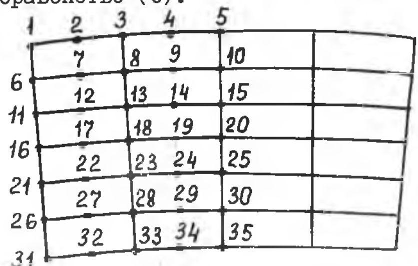

Рис. 6

Номера узлов, в которых $p_{РАБ}$ выпадает из диапазона (6), выводятся на печать в виде информации о разгерметизации или разрушении прокладки в зоне данного узла.

С целью отработки методики был проведен численный эксперимент. Расчеты проводились на ЭВМ ЕС-I040 для соединения, имеющего следующие характеристики: радиус срединной поверхности оболочки – 424 мм, длина оболочки – 424 мм, толщина стенки оболочки – 8 мм, модуль упругости материала оболочки, фланца и болтов – $2 \cdot 10^5$ МПа, прокладка толщиной 6 мм изготовлена из фторопласта -4 ($E_п = 2 \cdot 10^3$ МПа). Давление рабочего тела – I МПа. При постоянном объеме межболтовой части фланца варьировалось соотношение между шириной b и толщиной h фланца. Значения, которые принимали эти параметры в ходе расчетов, сведены в таблицу I.

Таблица I

h/b	0,2I3	0,333	0,480	0,607	0,750
h, мм	I6	20	24	27	30
b, мм	75	60	50	44,44	40

Расчеты проводились для двух случаев затяжки болтов – силами I2 кН и 20 кН. На рис.7 и 8 сплошной линией показаны смещения точек срединной поверхности фланца, лежащих на радиусе, проходящем через болт, а пунктирной – на радиусе, совпадающем с осью симметрии межболтовой части фланца. На рис.9 (а и б) приведены диаграммы, иллюстрирующие изменение зоны герметичности при различных толщинах фланца для случаев затяжки болтов силами I2 кН и 20 кН соответственно. Как видно из рис.7, 8 с ростом толщины фланца он все в меньшей степени изгибается в радиальном направлении и, начиная с $h \approx 24$ мм, ведет себя практически как тонкое кольцо.

На рис.I0 приведены кривые, выражающие зависимости перемещений некоторых точек срединной поверхности фланца от величины параметра $\beta = h/b$ при $Q_Б = 20$ кН. Нумерация точек показана на рис.6. Точки № I...5 вступают в контакт с прокладкой на диапазоне $\beta = 0,16...0,22$ и в дальнейшем с ростом этого параметра все сильнее вдавливается в прокладку, т.е. растет давление $p_к$ (причем при $\beta < 0,5$ более интенсивно) на контактной поверхности

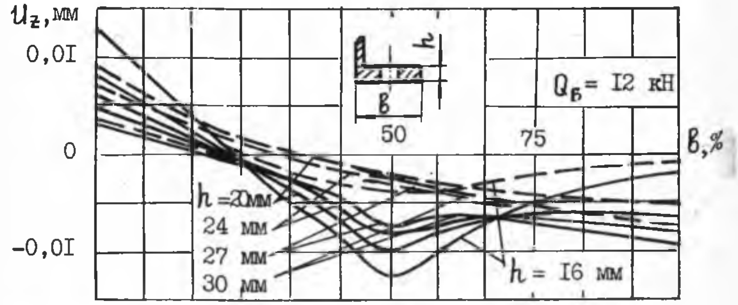

Рис. 7

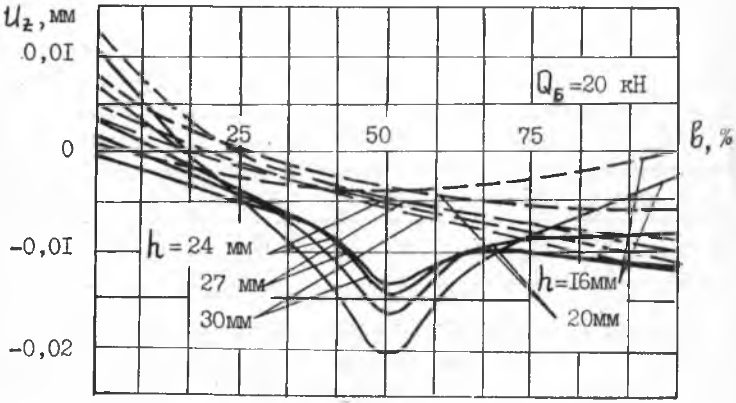

Рис. 8

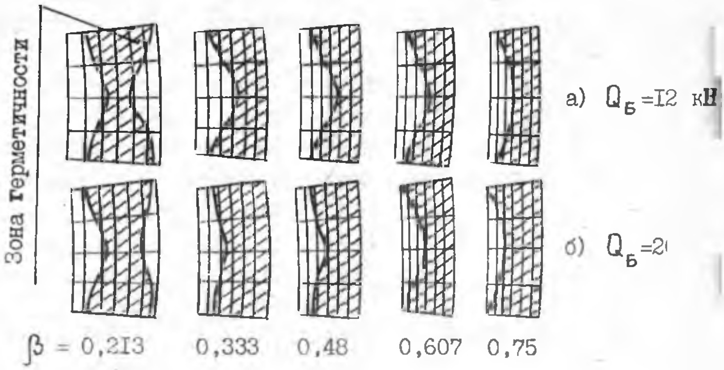

Рис. 9

фланца и прокладки. Герметичность же в этих точках наступает при $\beta \approx 0{,}33$. Точки № 6...10 уже при $\beta \approx 0{,}14$ находятся в контакте с прокладкой, а герметичность достигается здесь при $\beta \approx 0{,}24$.

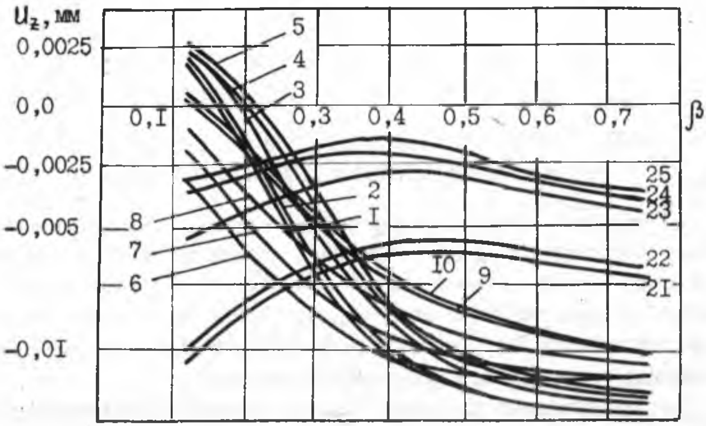

Рис. 10

Точки № 21...25 находятся в контакте с прокладкой на всем диапазоне величин параметра β. Однако давление p_k в этих точках с увеличением β сначала падает (при $\beta < 0{,}48$ для точек № 21, 22 и при $\beta < 0{,}35$ для точек № 23...25), а затем снова начинает расти. Причем точки № 21,22,23 находятся в зоне герметичности на всем диапазоне величин β, а точки № 24,25 попадают туда только при $\beta \approx 0{,}7$. Построив аналогичные кривые для всех точек срединной поверхности фланца, можно выбрать оптимальное значение параметра β, обеспечивающее (при прочих одинаковых заданных параметрах соединения) полную герметичность стыка.

Литература

1. Образцов И.Ф., Савельев Л.М., Хазанов Х.С. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов.- М.: Высшая школа, 1985.

2. Гольденвейзер А.Л. Теория упругих тонких оболочек. - М.: Наука, 1976.

3. Хазанов Х.С., Логунов В.Я. Использование аналитического

решения для построения матрицы жесткости цилиндрической оболочки.- В сб.: Вопросы прикладной механики в авиационной технике. Куйбышев: Куйбышевский авиационный институт, 1975, вып. 77.

4. Биргер И.А. и др. Расчет на прочность деталей машин. : Справочник. - М.: Машиностроение, 1979.

УДК 539.3:624.074

И.С.Ахмедьянов, В.Е.Кремс

РАСЧЕТ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ДВУМЯ ПРОИЗВОЛЬНО РАСПОЛОЖЕННЫМИ ЖЕСТКИМИ КРУГЛЫМИ ШАЙБАМИ

В /I/ изложено общее решение задачи о расчете сферической оболочки с несколькими произвольно расположенными жесткими круглыми шайбами. В предлагаемой статье приводятся дополнительные соотношения применительно к этой задаче. Кроме того, представлены некоторые результаты числового расчета сферической оболочки с двумя шайбами, воспринимающими касательные силы.

I. Для составления граничных условий по контурам шайб и по опорной параллели, а также для расчета внутренних усилий, моментов и перемещений в сферической оболочке необходимо располагать координатами одной и той же точки ее срединной поверхности в различных системах координат.

Пусть ψ_i, φ_i - координаты некоторой точки C срединной поверхности сферической оболочки в i-ой местной системе координат, связанной с i-ой шайбой (рис.I) /I/. Тогда для координат α, β этой точки в общей системе координат будем иметь /2/:

$$\cos\alpha = \cos A_i \cos\psi_i - \sin A_i \sin\psi_i \cos\varphi_i , \tag{I}$$

$$\cos(\beta - B_i) = \frac{\cos\psi_i - \cos A_i \cos\alpha}{\sin A_i \sin\alpha} . \tag{2}$$

Так как $0 \le \alpha \le \pi$, то

$$\sin\alpha = +\sqrt{1-\cos^2\alpha} . \tag{3}$$

Согласно теореме синусов /2/:

$$\sin(\beta - B_i) = \sin\psi_i \frac{\sin\varphi_i}{\sin\alpha} . \tag{4}$$