

М.В.Зацепина

РАСЧЕТ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ
С ОТВЕРСТИЕМ С УЧЕТОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

Обозначения:

- r, θ - полярные на развертке цилиндра координаты (угол отсчитывается от образующей);
- R, h - радиус срединной поверхности и толщина оболочки;
- r_0 - радиус выреза;
- w - нормальное перемещение точки срединной поверхности (положительное в направлении внешней нормали к оболочке);
- Φ - функция напряжений;
- E, μ - модуль упругости и коэффициент Пуассона материала оболочки.

В работе [1] были получены вариационные уравнения для решения задачи о больших прогибах в зоне круглого выреза на боковой поверхности цилиндрической оболочки. С помощью этих уравнений в [2] рассматривалась устойчивость цилиндрической оболочки с неподкрепленным вырезом при действии осевой сжимающей нагрузки. Размеры выреза характеризуются безразмерным параметром

$$\omega = \frac{1}{2} \sqrt[4]{3(1-\mu^2)} \frac{r_0}{\sqrt{Rh}} \quad (1)$$

Функция напряжений и перемещение представляются в виде суммы двух слагаемых:

$$\Phi = \Phi^0 + \Phi_1, \quad w = w^0 + w_1. \quad (2)$$

Оболочка в зоне выреза считается полой. Через Φ по формулам плоской задачи теории упругости определяются с точ-

ностью до постоянного множителя усилия в срединной поверхности оболочки [3], а через W находятся по формулам изгиба пластины моменты и перерезывающие силы.

Первые слагаемые в (2), соответствующие решению задачи в линейной постановке, получены в [4] в виде тригонометрических рядов относительно окружной координаты θ . Функции, отмеченные индексом l , характеризуют добавки, обусловленные геометрической нелинейностью. Для напряженного состояния, симметричного относительно образующей и направляющей цилиндра, проходящих через центр выреза, они могут быть представлены в виде тригонометрических многочленов

$$\Phi_l(r, \theta) = \sum_{\nu=0,2,4} \Phi_{l\nu}(x) \cos \nu \theta, \quad w_l(r, \theta) = \sum_{\nu=0,2,4} w_{l\nu}(x) \cos \nu \theta, \quad (3)$$

$$\text{где } \Phi_{l\nu} = \sum_{k=1}^m A_{\nu k} \Phi_k(x), \quad w_{l\nu} = \sum_{k=1}^m B_{\nu k} w_{\nu k}(x).$$

Здесь $x = \omega \frac{r}{r_0}$, $A_{\nu k}$, $B_{\nu k}$ - варьируемые постоянные. Функциональные коэффициенты $\Phi_k(x)$ и $w_{\nu k}(x)$ должны стремиться к нулю на некотором расстоянии от края выреза (при $x = x_1$).

Поскольку функции Φ^0 и w^0 удовлетворяют по контуру отверстия статическим граничным условиям, то добавки Φ_l и w_l должны удовлетворять по этому контуру однородным граничным условиям. Дополнительные нормальные N_{ν} и касательные $T_{\nu\theta}$ силы, обусловленные геометрической нелинейностью, обратятся по краю выреза ($x = \omega$) в нуль, если положить

$$\Phi_k(x) = \varepsilon_k (x - \omega)^2 \left(\frac{\omega}{x}\right)^{\varepsilon_k}. \quad (4)$$

Вид этих функций для некоторых значений ε_k при $\omega = 2,5$ приведен на рис. 1. Функции $w_{\nu k}(x)$ представим в виде

$$w_{\nu k}(x) = \gamma_k \left[\left(\frac{\omega}{x}\right)^{\varepsilon_k} + c_{\nu k} \left(\frac{\omega}{x}\right)^{\varepsilon_k + \alpha} + d_{\nu k} \left(\frac{\omega}{x}\right)^{\varepsilon_k + 2\alpha} \right]. \quad (5)$$

Параметры γ_k и α определяют характер изменения кривых. Константы $c_{\nu k}$ и $d_{\nu k}$ могут быть найдены для каждого ν и k из системы уравнений, вытекающей из равенства нулю дополнительных значений изгибающего момента $M_{\nu r}$ и обобщенной перерезывающей силы $Q_{\nu r}^*$ при $x = \omega$. Вид функции $w_{\nu k}(x)$ для различных значений γ_k при $\omega = 2,5$, $\nu = 0$ и $\alpha = 2$ приведен на рис. 2.

Таким образом, при выборе аппроксимирующих функций в соответствии с (4) и (5) обеспечивается точное удовлетворение гра-

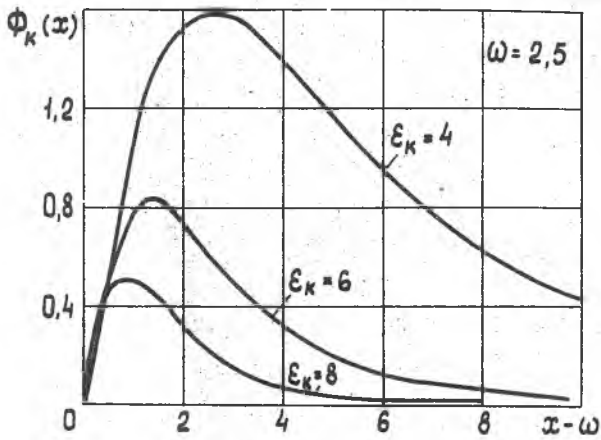


Рис. 1

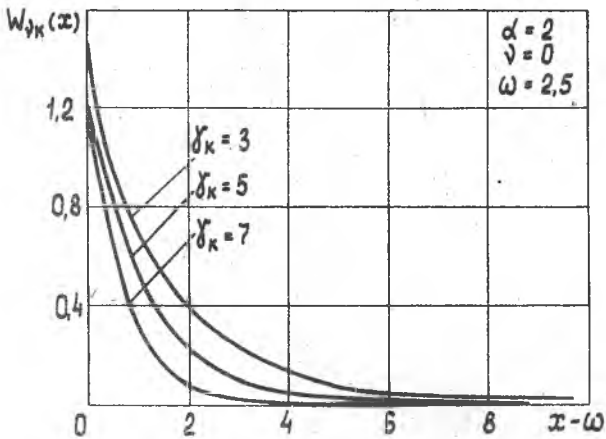


Рис. 2

нических условий по контуру отверстия. При этом вариационные уравнения, полученные в [1, 2], примут вид

$$\int_0^{\omega} \int_0^{2\pi} [\nabla^2 \nabla^2 \bar{w}_1 - 8L(\bar{\Phi}_1) + 2c\bar{\rho} L_1(\bar{\Phi}_1, \bar{w}_1)] x \delta \bar{w}_1 dx d\theta = 0,$$

$$\int_0^{\omega} \int_0^{2\pi} [\nabla^2 \nabla^2 \bar{\Phi}_1 + 8L(\bar{w}_1) - c\bar{\rho} L_1(\bar{w}_1, \bar{w}_1)] x \delta \bar{\Phi}_1 dx d\theta = 0. \quad (6)$$

Здесь введены безразмерные величины

$$\bar{w} = \frac{E w}{R \sigma^0}, \quad \bar{\Phi} = \frac{E \Phi}{R \sigma^0}, \quad \bar{\rho} = \frac{R G^0}{E h}, \quad c = \sqrt{3(1-\mu^2)}.$$

Через σ^0 обозначено характерное напряжение для оболочки без выреза. Выражения для дифференциальных операторов ∇^2 , L и L_1 приведены в [2].

После подстановки в вариационные уравнения (6) линейного решения и аппроксимирующих функций (3) - (5) относительно варьируемых постоянных A_{jk} , B_{jk} получается система нелинейных алгебраических уравнений. Задача была запрограммирована и просчитана на ЭВМ БЭСМ-4. Ниже приводятся некоторые результаты вычислений для случая нагружения оболочки с круглым вырезом осевой сжимающей силой.

На рис. 3 и 4 представлено для различных значений параметра ω при $\theta = 0$ и $\theta = 90^\circ$ изменение безразмерных перемещений \bar{w} в зависимости от параметра нагружения $\bar{\rho}$. При этом за σ^0 принимались сжимающие напряжения в оболочке вдали от выреза.

Изменение перемещений w , изгибных σ_θ^H и мембранных σ_θ^C напряжений по контуру выреза для $\omega = 2$ при некоторых значениях параметра $\bar{\rho}$ приведено соответственно на рис. 5, 6, 7. Штриховыми линиями на графиках показаны результаты расчета той же задачи в линейной постановке. Из приведенных графиков видно, что с ростом нагрузки геометрическая нелинейность все больше влияет на напряженное и деформированное состояние оболочки в зоне отверстия.

Интересные явления можно обнаружить, если проследить по отдельным гармоникам за изменением амплитудных значений \bar{w}_{1j} нелинейных добавок по краю отверстия. В качестве примера зависимость $\bar{w}_{1j}(\alpha)$ от параметра нагрузки $\bar{\rho}$ для $\omega = 2$ приведена на рис. 8. Графики показывают, что коэффициенты нулевой и четвертой гармоник с ростом $\bar{\rho}$ изменяются монотонно. Иная картина наблюдается для $\omega = 2$. Сначала коэффициент изменяет-

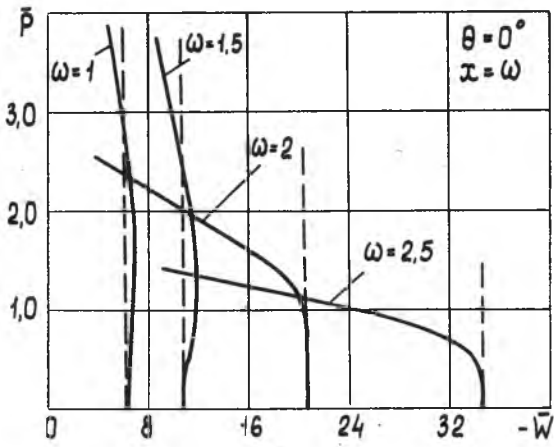


Рис. 3

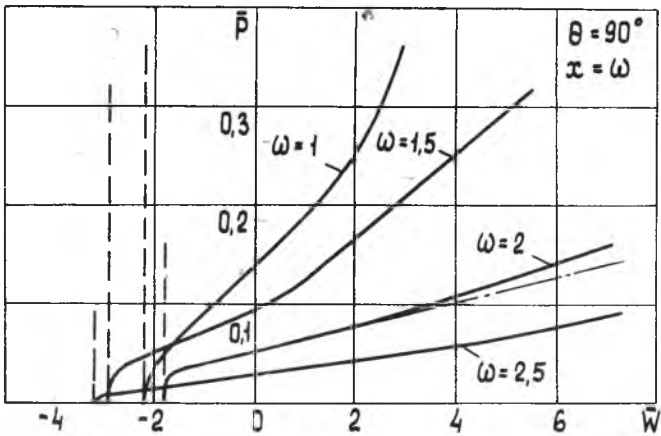


Рис. 4

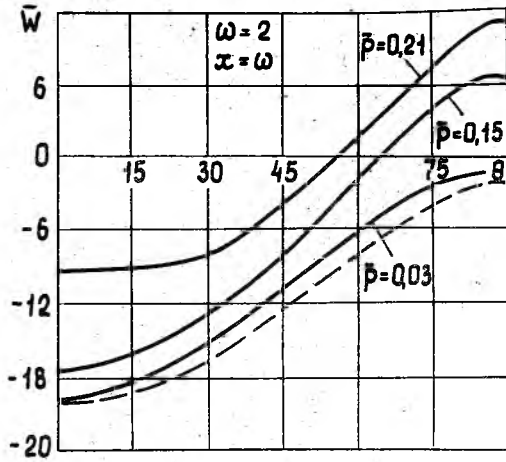


Рис. 5

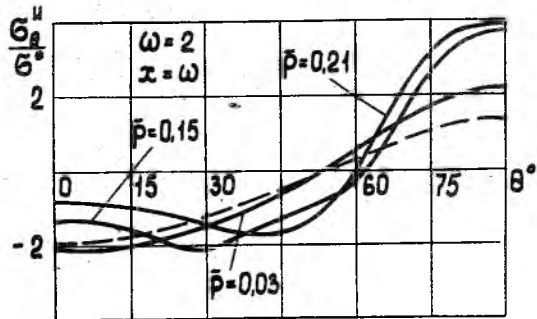


Рис. 6

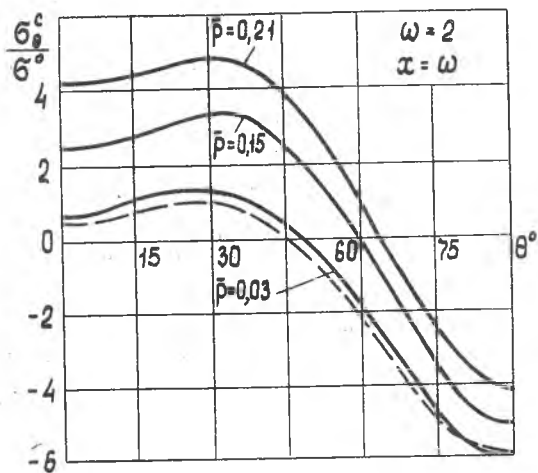
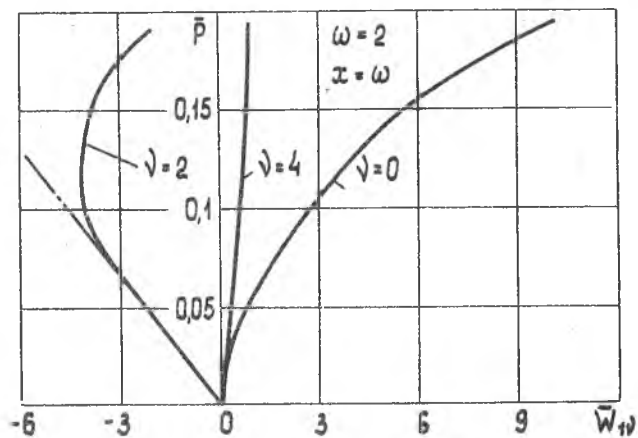


Рис. 7



3-751

Рис. 8

ся в зависимости от \bar{p} почти линейно. Затем имеет место резкое отклонение от этой первоначальной тенденции (при $\bar{p} \approx 0,09$). Подобное отклонение можно заметить и на суммарных перемещениях, показанных, например, на рис. 4. Однако, если вести анализ по отдельным гармоникам, то выявить отмеченное явление проще.

Нагрузку, при которой на кривой $\bar{w} = f(\bar{p})$ наблюдается отклонение от первоначальной тенденции в поведении оболочки, примем условно за критическую. Зависимость критических нагрузок от

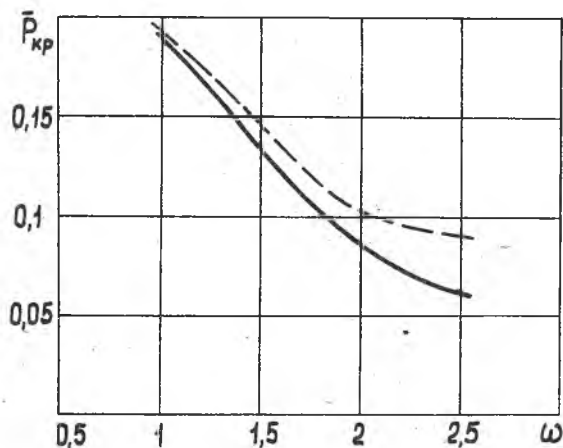


Рис. 9

параметра ω при осевом сжатии цилиндрической оболочки с круглым отверстием приведена на рис. 9 сплошной линией. Штриховыми линиями показана экспериментальная кривая, построенная по результатам исследований Ю.Л.Голды и И.Н.Преображенского [5]. Можно считать, что расчет согласуется с экспериментом вполне удовлетворительно.

Л и т е р а т у р а

1. Зацепина М.В., Хазанов Х.С. Вариационные уравнения для цилиндрической оболочки с круглым вырезом при больших прогибах. "Вопросы прочности элементов авиационных конструкций". Труды КуАИ, вып. 48, 1971.
2. Зацепина М.В., Хазанов Х.С. Устойчивость цилиндрической оболочки с круглым вырезом на боковой поверхности. "Вопросы прикладной механики в авиационной технике". Труды КуАИ, вып. 66, 1973.
3. Лурье А.И. Статика тонкостенных упругих оболочек. Гостехиздат, 1947.
4. Хазанов Х.С. Концентрация напряжений в цилиндрической оболочке с круговым вырезом. "Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов". Труды КуАИ, вып. 36, 1969.
5. Воробкова Н.Л., Преображенский И.Н. В сб. "Расчет пространственных конструкций", вып. XV, Стройиздат, 1973.