

И.В.Григорьева

МЕТОД МЕЛКИХ КАНАВОК ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ
ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Идея использования метода канавок для определения остаточных напряжений принадлежит Михайлову О.Н. [1], который рассматривал однородные по толщине поверхностного слоя детали напряжения, а связь между измеренными деформациями и остаточными напряжениями устанавливал экспериментальным путем.

В настоящей статье метод канавок развит для определения неоднородных по толщине слоя остаточных напряжений, расчетные зависимости устанавливаются методами математической теории упругости, экспериментальные данные используются лишь для выявления границы применимости полученных зависимостей. Ранее такой подход применялся при определении остаточных напряжений методом коротких столбиков [2].

Будем рассматривать деталь, исследуемая часть поверхности которой является плоскостью или близка к ней. Остаточные напряжения изменяются только по толщине поверхностного слоя, то есть $\sigma_x = \sigma_x(z)$, $\sigma_y = \sigma_y(z)$, $\tau_{xy} = \tau_{xy}(z)$; ось z направлена по нормали к поверхности детали.

На деталь перпендикулярно оси x наносятся две канавки глубиной a , после чего с помощью проволочного тензометра регистрируется деформация поверхности между канавками ϵ_x , вызванная перераспределением остаточных усилий детали. Измеренная деформация служит для определения остаточных напряжений.

Установим связь между ϵ_x и остаточными напряжениями детали. На рис. 1 в сечении, перпендикулярном оси y , изображено нагружение детали, эквивалентное нанесению канавок глубиной a . Между канавками наклеен тензометр с базой l . При l глуби-

не σ в качестве расчетной схемы можно принять полупространство,

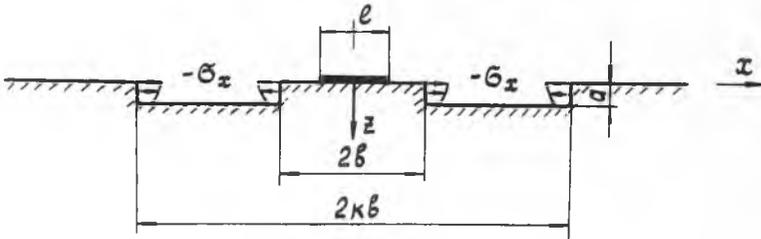


Рис. 1

нагруженное силами, распределенными по четырем линиям (рис. 2). Интенсивности распределенных нагрузок выражаются по формулам

$$q_{\sigma} = \int_0^b \sigma_x(z) dz, \quad q_{\tau} = \int_0^b \tau_{xy}(z) dz. \quad (1)$$

Силами, действующими по коротким сторонам канавок, пренебрегаем в силу достаточно большой длины канавок. Не будем учитывать и касательные силы q_{τ} , так как в соответствии с результатами работы [3] они не влияют на деформацию ϵ_x .

Установим сначала зависимость между ϵ_x и нагрузкой, действующей по одной линии (рис. 3). Относительная деформация датчика в точке с координатами τ , α от элементарной силы $q_{\sigma} dy$ выражается по формуле Черутти [4]

$$d\epsilon_x = \frac{q_{\sigma} dy}{4\pi G(\lambda + G)\tau^2} [(\lambda - 2G)\cos\alpha - 3\lambda \cos^3\alpha]. \quad (2)$$

Далее рассмотрим среднюю в пределах всего датчика деформацию от $q_{\sigma} dy$

$$d\epsilon_{xe} = \frac{1}{l} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} d\epsilon_x dx, \quad (3)$$

а затем среднюю деформацию от всей нагрузки $q_{\sigma} l$

$$\epsilon_{xe} = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\epsilon_x l}{dy} dy = \frac{1}{l} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{d\epsilon_x}{dy} dx dy. \quad (4)$$

Учитывая, что $\tau^2 = (b-x)^2 + y^2$, $\cos\alpha = \frac{b-x}{\sqrt{(b-x)^2 + y^2}}$, и выполнив интегрирование, получим

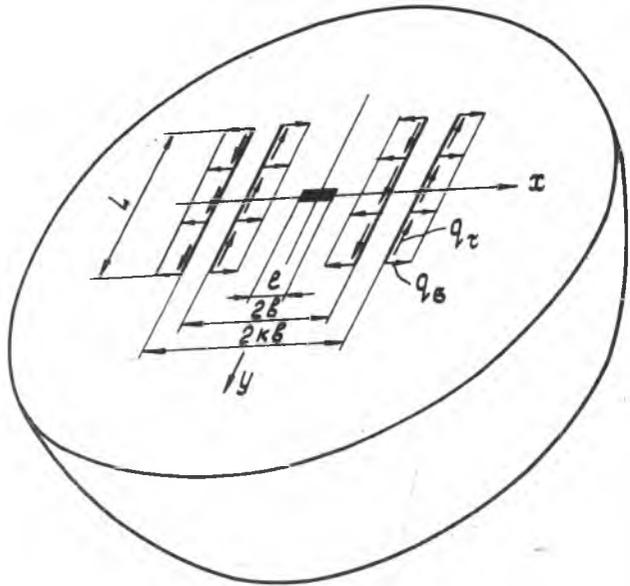


Рис. 2

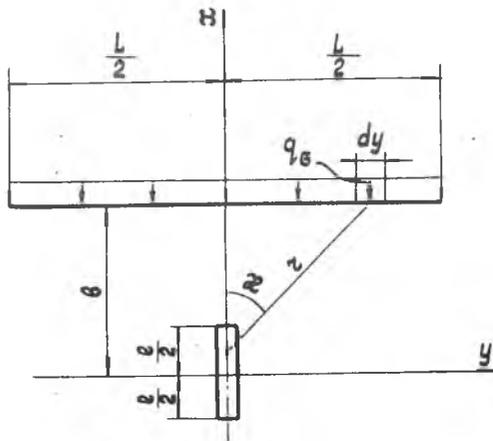


Рис. 3

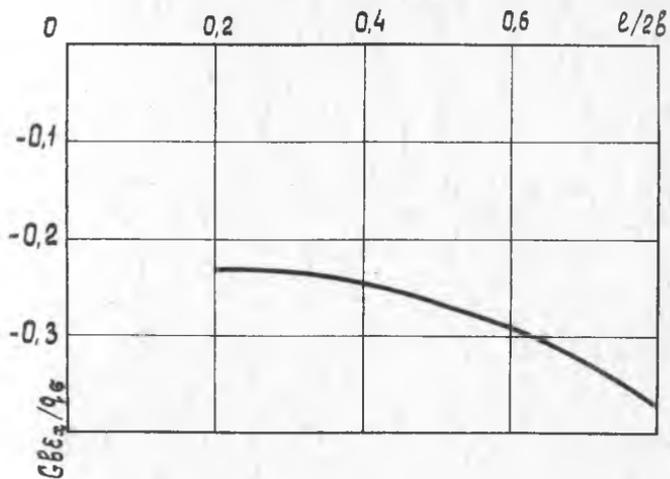


Рис. 4

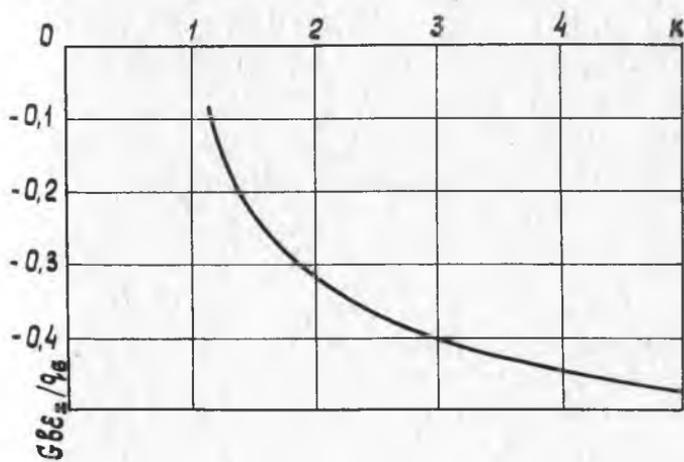


Рис. 5

$$\epsilon_{xe} = \frac{q_0}{4\pi G(\lambda + G)e} \left[(\lambda + 2G)e\eta \frac{(\tau_1 + \frac{L}{2})(\tau_2 - \frac{L}{2})}{(\tau_2 + \frac{L}{2})(\tau_1 - \frac{L}{2})} + \lambda L \left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2} \right) \right], \quad (5)$$

где

$$\tau_1 = \sqrt{\frac{L^2}{4} + \left(\beta + \frac{e}{2}\right)^2}, \quad \tau_2 = \sqrt{\frac{L^2}{4} + \left(\beta - \frac{e}{2}\right)^2}.$$

Применив зависимость (5) ко всем силам эквивалентного нагружения (рис. 2), получим формулу, связывающую измеряемую после нанесения канавок деформацию ϵ_x и искомые остаточные напряжения.

$$\epsilon_x(\sigma) = \frac{\int_0^a \sigma_x(z) dz}{2\pi G(\lambda + G)e} \left[(\lambda + 2G)e\eta \frac{(\tau_1 + \frac{L}{2})(\tau_2 - \frac{L}{2})(\tau_{2K} + \frac{L}{2})(\tau_{1K} - \frac{L}{2})}{(\tau_1 - \frac{L}{2})(\tau_2 + \frac{L}{2})(\tau_{2K} - \frac{L}{2})(\tau_{1K} + \frac{L}{2})} + \lambda L \left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_{1K}} + \frac{1}{\tau_{2K}} \right) \right], \quad (6)$$

где $\tau_{1K} = \sqrt{\frac{L^2}{4} + \left(\kappa\beta + \frac{e}{2}\right)^2}$, $\tau_{2K} = \sqrt{\frac{L^2}{4} + \left(\kappa\beta - \frac{e}{2}\right)^2}$.

С помощью полученной зависимости установим оптимальные размеры тензометра и канавок.

График зависимости ϵ_x от относительного размера базы тензометра, построенный по формуле (6) при $L/2\beta = 3$, $\kappa = 2$, изображен на рис. 4. Можно видеть, что с увеличением базы тензометра измеряемая деформация возрастает. Однако при использовании тензометров с большой относительной базой они при нанесении канавок могут повреждаться. К тому же при $e \rightarrow 2\beta$ деформации участков тензометра возле канавок не могут определяться по принятой расчетной схеме. В то же время при меньших размерах тензометров деформация существенно не уменьшается. Следовательно, можно использовать тензометры с $e/2\beta = 0,2-0,7$.

График зависимости ϵ_x от ширины канавок, построенный по формуле (6) при $e/2\beta = 0,7$, $L/2\beta = 3$, изображен на рис. 5. С увеличением ширины канавок (увеличение κ) измеряемая деформация возрастает. Достаточно большое значение ϵ_x наблюдается уже при $\kappa = 2$. Нанесение канавок с большей шириной может оказаться нецелесообразным по целому ряду причин.

С помощью формулы (6) получен график зависимости ϵ_x от длины канавок при $\kappa = 2$ и $e/2\beta = 0,7$ (рис. 6). Наибольшая деформация наблюдается при $L \approx 2\beta$, но следует принять $L \gg 2\beta$ с тем, чтобы можно было пренебречь влиянием нагрузок на коротких сторонах канавок, как это было сделано при выводе формулы (6).

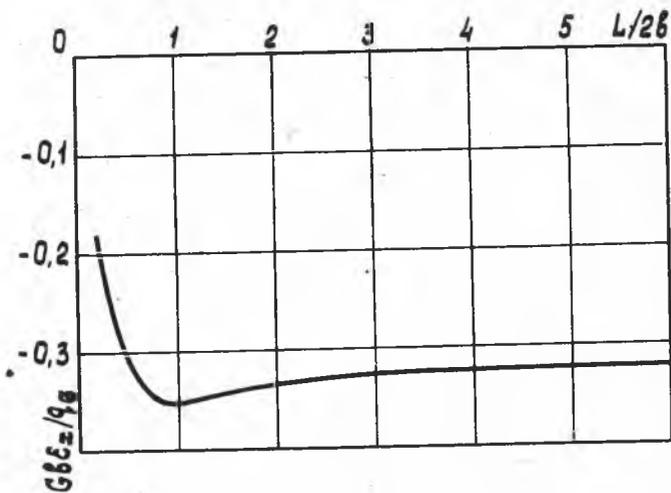


Рис. 6

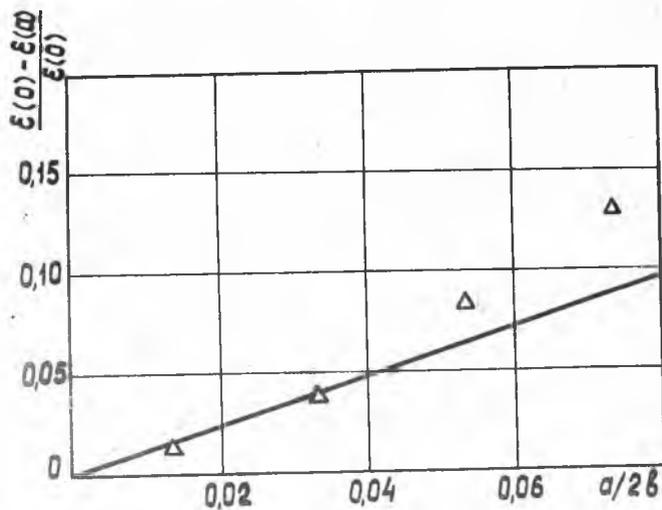


Рис. 7

Кроме того, при $L > 2\delta$ измеряемая деформация не зависит от длины канавок.

Наибольшая глубина канавок a , до которой применима принятая расчетная схема и, следовательно, формула (6), установлена экспериментальным путем. В качестве детали использовалась балка из алюминиевого сплава Д16 длиной l_m с прямоугольным поперечным сечением 100×70 мм. В сечении с достаточно большим изгибающим моментом вдоль оси балки наклеивался тензометр с базой $l = 100$ мм. Балка изгибалась силой в середине пролета. Для регистрации деформаций применялась тензостанция ВСТ-4 с ценой деления $0,56 \cdot 10^{-4}$. Измерения производились при одинаковом изгибающем моменте до и после фрезерования канавок различной глубины a . Канавки имели следующие размеры: $2\delta = 30$ мм; $k = 1,93$; $L = 100$ мм.

По результатам опытов вычислялось отношение $\frac{\varepsilon(0) - \varepsilon(a)}{\varepsilon(0)}$, где $\varepsilon(0)$ - деформация балки до фрезерования канавок, $\varepsilon(a)$ - деформация балки с канавками глубиной a . Рассматриваемая разность $\varepsilon(0) - \varepsilon(a)$, взятая с обратным знаком, соответствует деформации, возникающей в детали с остаточными напряжениями, равными напряжениям от изгиба, после нанесения канавок глубиной a .

Теоретическое значение рассматриваемого отношения, в соответствии с формулой (6) и $G(z) = \text{const}$, имеет вид

$$\frac{\varepsilon(0) - \varepsilon(a)}{\varepsilon(0)} = - \frac{a}{2\pi e} \left[4(1 - \mu^2) \ln \frac{(\tau_1 + \frac{L}{2})(\tau_2 - \frac{L}{2})(\tau_{1k} - \frac{L}{2})(\tau_{2k} + \frac{L}{2})}{(\tau_1 - \frac{L}{2})(\tau_2 + \frac{L}{2})(\tau_{1k} + \frac{L}{2})(\tau_{2k} - \frac{L}{2})} + 4\mu(1 + \mu)L \left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_{1k}} + \frac{1}{\tau_{2k}} \right) \right], \quad (7)$$

где μ - коэффициент Пуассона.

На рис. 7 показан график линейной зависимости (7) и опытные точки. Как и следовало ожидать, при небольших значениях глубины канавок a опытные точки практически совпадают с теоретической зависимостью (7), при больших значениях a наблюдается заметное расхождение.

На основании полученных данных можно считать, что границей применимости предлагаемого метода мелких канавок является глубина $a/2\delta = 0,04$. Если производится приближенная оценка остаточных напряжений с точностью до 20%, то в качестве границы можно взять $a/2\delta = 0,05$.

Получим расчетную формулу для остаточного напряжения. С этой

целью дифференцируем (6) по a и разрешим относительно $\sigma_x(a)$:

$$\sigma_x(a) = c 2\beta G \frac{d\varepsilon_x(a)}{da}, \quad (8)$$

где

$$c = \frac{\frac{e}{2\beta}}{\frac{(1-\mu) \rho_n (\tau_1 + \frac{L}{2})(\tau_2 - \frac{L}{2})(\tau_{1k} - \frac{L}{2})(\tau_{2k} + \frac{L}{2})}{\pi} + \frac{\mu}{\pi} L \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_{1k}} + \frac{1}{\tau_{2k}} \right)} \quad (9)$$

В соответствии с графиком на рис. 6 для вычисления c при $L/2\beta \geq 3$ можно воспользоваться его предельным значением

$$\lim_{L \rightarrow \infty} c = \frac{\pi}{2(1-\mu)} \frac{e}{2\beta} \frac{1}{\rho_n \frac{(\beta - \frac{e}{2})(k\beta + \frac{e}{2})}{(\beta + \frac{e}{2})(k\beta - \frac{e}{2})}} \quad (10)$$

Значение c в зависимости от $e/2\beta$, k при $\frac{L}{2\beta} \geq 3$ и $\mu = 0,3$ приведены в таблице I.

Таблица I.

$e/2\beta$	0,333			0,500		
k	1,5	2,0	2,5	1,5	2,0	2,5
c	-3,08	-2,09	-1,75	-2,77	-1,91	-1,62

Выше рассматривалось определение напряжения σ_x . Для определения σ_y применима та же формула (8), в которую нужно вместо σ_x подставить ε_y , найденное при нанесении канавок, перпендикулярных оси y . Чтобы найти τ_{xy} , нужно нанести канавки еще в одном направлении, например, под углом 45° к оси x , что позволит определить σ_{y1} . Зная σ_x , σ_y , σ_{y1} и используя формулы преобразования напряжений, находим

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sigma_{y1} \quad (II)$$

В заключение заметим, что толщина детали, в которой определяются остаточные напряжения, должна быть, в соответствии с принципом Сен-Венана, не менее $2k\beta$. Однако можно ожидать, что и при меньшей толщине, например при 2β , результаты определения напряжений по формуле (8) будут достаточно точными.

Л и т е р а т у р а

1. Остаточные напряжения в заготовках и деталях крупных машин. Сборник трудов НИИТЯЖМАШ Уралмашзавода, Свердловск, 1971.
2. Иванов С.И. Метод коротких столбиков для определения остаточных напряжений. Сборник "Остаточные напряжения". Труды КуАИ, вып. 53, 1971.
3. Иванов С.И. Определение остаточных напряжений в пластинках методом полосок. Труды КуАИ, вып. 48, 1971.
4. Рекач В.Г. Руководство к решению задач по теории упругости. Изд-во высшей школы, 1966.