

В. Ф. СИВИРКИН

### ПРИБЛИЖЕННАЯ ТЕОРИЯ НАЧАЛЬНОГО УЧАСТКА ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ ЗАТОПЛЕННОЙ СТРУИ

В настоящее время высокотемпературные струи нашли разнообразное применение в научных исследованиях (аэродинамические трубы с электродуговым подогревом рабочего тела, моделирование условий входа в плотные слои атмосферы и т. д.) и в промышленности (нанесение тугоплавких покрытий, резка и т. д.).

Поэтому не возникает сомнений в необходимости всестороннего теоретического и экспериментального исследования высокотемпературных струй.

В работах, посвященных исследованию свободных горячих струй [3—5] обычно используется изобарическое уравнение состояния в форме

$$\rho = \frac{\tau}{T^{\beta}}. \quad (1)$$

Это уравнение получается как результат аппроксимации данных расчета термодинамических функций. Используемая здесь энтальпия  $I$  включает в себя как энергию диссоциации, так и энергию ионизации. Следует отметить, что для большого количества рабочих тел, таких как аргон, гелий, азот, уравнение (1) в диапазоне температур от 0 до 15000—20000°K дает погрешности порядка нескольких десятков процентов.

В данной работе для повышения точности предлагается весь температурный диапазон разбить на два участка и в каждом из них применить свое уравнение состояния вида (1).

Для аргона, например, при  $p = 1$  атм, будем иметь:  
при  $T = 0 \div 8000$  K,

$$\rho = \frac{60,5}{T}; \quad (2)$$

при  $T = 8000 \div 16000$  К

$$\rho = \frac{1,902}{T^{0,506}}, \quad (3)$$

где  $\rho$  — плотность,  $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ,

$I$  — полная энтальпия,  $\frac{\text{ккал}}{\text{кг}}$ .

Как видно из приводимой ниже таблицы, отклонение плотности  $\rho$ , вычисленной по формуле (2), от табличных значений не превышает 1,48%; формула (3) дает отклонения, не превышающие 6,59%, что вполне удовлетворительно.

В дальнейшем, для сохранения общности, уравнения (2) и (3) будем использовать в виде:

$$\rho = \frac{\alpha_1}{T^{\beta_1}} (T_{\min} \leq T \leq T^*), \quad (4)$$

$$\rho = \frac{\alpha_2}{T^{\beta_2}} (T^* \leq T \leq T_{\max}), \quad (5)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — коэффициенты, зависящие от рода рабочего тела и температурного диапазона;

$T_{\min}$  и  $T_{\max}$  — нижняя и верхняя границы всего температурного диапазона;

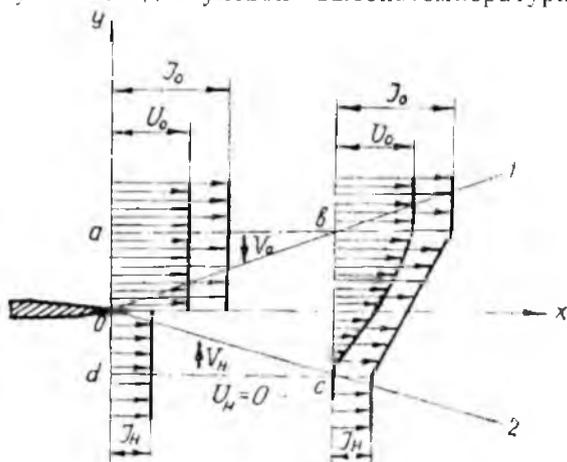
$T^*$  — температура, соответствующая точке стыковки уравнений (4) и (5); для аргона  $T^* = 8000$  К.

Постановка задачи. Исследуется начальный участок турбулентной дозвуковой высокотемпературной струи в затопленном пространстве. Профили скорости и энтальпии на срезе сопла принимаются постоянными (фиг. 1).

Полагается, что формирование пограничного слоя начинается с кромки сопла, толщина которой считается пренебрежимо малой, и что внутренняя и внешняя границы зоны смещения являются прямыми.

Параметры ядра струи на протяжении всего начального участка остаются такими же, как на срезе сопла.

При вышеуказанных условиях необходимо определить распределение скорости, плотности и энтальпии в произвольном сечении



Фиг. 1.

граничного слоя, а также положение внутренней и внешней его границы в пространстве.

Плоская параллельная струя. Схема распространения такой струи приведена на фиг. 1.

При  $\rho = \text{const}$  уравнения сохранения потока массы и количества движения в направлении  $x$  и  $y$  через контур  $abcd$  будут иметь вид:

$$\int_{y_1}^{y_2} \rho U dy = \rho_0 U_0 y_1 - \rho_0 V_0 x + \rho_n V_n x, \quad (6)$$

$$\int_{y_1}^{y_2} \rho U^2 dy = \rho_0 U_0^2 y_1 - \rho_0 U_0 V_0 x, \quad (7)$$

$$\rho_0 U_0 V_0 y_1 - \rho_0 V_0^2 x = -\rho_n V_n^2 x. \quad (8)$$

Здесь  $x$  и  $y$  — продольная и поперечная координаты;

$y_1$  и  $y_2$  — поперечные координаты внутренней и внешней границ зоны смешения;

$\rho$  и  $V$  — плотность и продольная скорость в произвольной точке зоны смешения;

$\rho_0$  и  $V_0$  — плотность и скорость в ядре струи;

$\rho_n$  — плотность окружающей среды;

$V_n$  и  $V_n$  — поперечные скорости подмешивания вещества струи и окружающей среды.

Связь между  $y_1$  и  $y_2$  дается выражением

$$y_1 - y_2 = b, \quad (9)$$

где  $b$  — ширина зоны смешения.

В силу предположения о прямолинейности границ зоны смешения, имеем:

$$b = cx, \quad (10)$$

т. е.  $b$  является функцией только  $x$ . Постоянная  $c$  определяется из эксперимента.

Для профилей скорости и энthalпии воспользуемся соотношениями, приведенными у Г. П. Абрамовича [1, 2]

$$\frac{U_0 - U}{U_0} = (1 - \eta_1^2)^2, \quad (11)$$

$$\frac{I_n - I}{I_0 - I_n} = 1 - \eta_1, \quad (12)$$

где

$$\eta_1 = \frac{y - y_2}{y_1 - y_2}. \quad (13)$$

Решение системы уравнений (6) ÷ (9) с учетом (4), (5), (10) ÷ (13) дает

$$\frac{V_0}{U_0} = -C \frac{(D_1 - D_2)^2}{D_2 n}, \quad (14)$$

$$\frac{V_{II}}{U_{II}} = C \cdot \frac{D_1 - D_2}{n}, \quad (15)$$

$$y_1 = C \left[ D_2 - \frac{(D_1 - D_2)^2}{D_2 n} \right] \cdot x, \quad (16)$$

$$y_2 = -C \left[ 1 - D_2 + \frac{(D_1 - D_2)^2}{D_2 n} \right] \cdot x, \quad (17)$$

где

$$n = \frac{\rho_{II}}{\rho_0} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \cdot \frac{I_0^{\beta_2}}{I_0^{\beta_1}}, \quad (18)$$

$$D_1 = m_2^{0.5} \left\{ \int_0^{\gamma_1^*} [m_1 + (m_2 - m_1) \gamma_1]^{-\beta_1} (2\gamma_1^{\frac{3}{2}} - \gamma_1^3) d\gamma_1 + \int_{\gamma_1^*}^1 [m_1 + (m_2 - m_1) \gamma_1]^{-\beta_1} (2\gamma_1^{\frac{3}{2}} - \gamma_1^3) d\gamma_1 \right\}, \quad (19)$$

$$D_2 = m_2^{0.5} \left\{ \int_0^{\gamma_1^*} [m_1 + (m_2 - m_1) \gamma_1]^{-\beta_2} (2\gamma_1^{\frac{3}{2}} - \gamma_1^3)^2 d\gamma_1 + \int_{\gamma_1^*}^1 [m_1 + (m_2 - m_1) \gamma_1]^{-\beta_2} (2\gamma_1^{\frac{3}{2}} - \gamma_1^3)^2 d\gamma_1 \right\}. \quad (20)$$

$$m_1 = \frac{I_{II}}{I^*}, \quad m_2 = \frac{I_0}{I^*}. \quad (21)$$

Безразмерная координата  $\gamma_1^*$  соответствует значению энтальпии  $I^*$ , по которой производится стыковка двух уравнений состояния (4) и (5).

В случае аргоновой струи  $I^*$  соответствует температуре 8000° К.

Из уравнения (12) находим

$$\gamma_1^* = \frac{1 - m_1}{m_2 - m_1}. \quad (22)$$

Интегралы в выражениях (19) и (20) в общем случае в элементарных функциях не берутся. При этом они допускают легкое численное или графическое решение.

В случае аргона для  $D_1$  и  $D_2$  легко найти аналитические выражения:

$$D_1 = m_2^{0.5} (2k_1 - k_2 + 2k_3 - k_4); \quad (23)$$

$$D_2 = m_2^{0.5} (4k_5 - 4k_6 + k_7 + 4k_8 - 4k_9 + k_{10}), \quad (24)$$

где

$$k_1 = \frac{0,579}{(m_2 - m_1)^{2,5}}, \quad k_2 = \frac{0,283}{(m_2 - m_1)^4};$$

$$k_3 = \frac{0,5}{(m_2 - m_1)^{2,5}} \{ [m_2(m_2 - m_1)]^{0,5} (m_2 - m_1 - 0,0540) - 0,895 + 0,00449 \lg [m_2^{0,5} + (m_2 - m_1)^{0,5}] \};$$

$$k_4 = \frac{0,286}{m_2 - m_1} [m_2^{0,5} (1 - 0,0448\eta^* + 0,00222\gamma_1^2) - 0,957\gamma_1^3];$$

$$k_5 = k_2; \quad k_6 = \frac{0,1800}{(m_2 - m_1)^{5,5}}; \quad k_7 = \frac{0,1284}{(m_2 - m_1)^2}; \quad k_8 = k_4;$$

$$k_9 = \frac{0,200 \cdot m_2^{0,5}}{m_2 - m_1} (1 - 0,0419\eta^* + 0,001825\gamma_1^2) - \frac{0,163}{(m_2 - m_1)^{5,5}} - 0,0001707\gamma_1^{*3} k_3;$$

$$k_{10} = \frac{m_2^{0,5}}{m_2 - m_1} (0,1540 - 0,00626\eta^*) - 0,1536\gamma_1^{*7} - 0,0000388\gamma_1^{*3} k_4.$$

Расчеты, выполненные по уравнениям (23) и (24), приведены в таблице 1.

Таблица 1

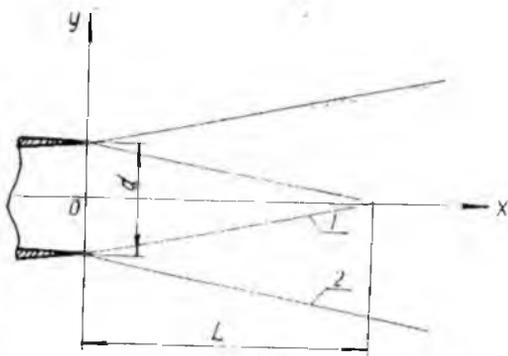
$T$ (°K)	8000	10000	12000	14000	16000	18000
$I_0 \left( \frac{\kappa\kappa_{\text{ЛЛ}}}{\kappa\kappa} \right)$	1010	1457	2761	6096	10420	12820
$10 \times \rho_0 \left( \frac{\kappa\kappa}{\text{м}^3} \right)$ по формуле	0,599	0,499	0,363	0,244	0,1861	0,1680
$10 \times \rho_0 \left( \frac{\kappa\kappa}{\text{м}^3} \right)$ табличное	0,608	0,477	0,363	0,250	0,1746	0,1414
$\frac{\rho_0^{\text{Л}} - \rho_0^{\text{П}}}{\rho_0^{\text{П}}} \cdot 100 \%$	-1,48	+4,61	0,00	-2,40	+6,59	+18,80
$n = \frac{\rho_{\text{н}}}{\rho_0}$	27,7	33,3	45,7	68,0	89,2	98,9
$D_1$	0,941	0,821	0,750	0,723	0,715	0,715
$D_2$	0,593	0,531	0,504	0,496	0,496	0,496

Как показывает анализ табличных данных, член  $\frac{(D_1 - D_2)^2}{D_2 n}$  в уравнениях (16) и (17) пренебрежимо мал. Следовательно, можно записать:

$$y_1 = CD_2 x, \quad (25)$$

$$y_2 = -c(1 - D_2) x, \quad (26)$$

Осесимметричная струя. Как показывают эксперименты [2; 4], границы плоскопараллельной и осесимметричной струй совпадают. Поэтому, для осесимметричной струи воспользуемся решением, полученным для плоскопараллельной струи.



Фиг. 2.

Если систему координат расположить так, как это показано на фиг. 2, то получим:

$$y_1 = -\frac{d}{2} + cD_2x, \quad (27)$$

$$y_2 = -\frac{d}{2} - c(1 - D_2)x, \quad (28)$$

где  $d$  — диаметр сопла;  
 $x$  — продольная координата;

$y_1$  и  $y_2$  — радиальные координаты внутренней

и внешней границ зоны смешения;  
 $D_1$  и  $D_2$  — коэффициенты, определяемые формулами (19) и (20).  
 Длину начального участка  $L$  можно определить из условия  $y_1 = 0$ :

$$L = \frac{d}{2cD_2}. \quad (29)$$

Для определения профилей скорости и энтальпии используются соотношения (11) и (12).

## ВЫВОДЫ

В работе установлены теоретические закономерности начального участка высокотемпературной дозвуковой турбулентной затопленной струи. Принято универсальное распределение скорости и энтальпии в зоне смешения. Путем решения интегральных соотношений пограничного слоя определено положение внутренней и внешней границ начального участка, а также его длина. В полученные формулы входит постоянная  $C$ , которая определяется из эксперимента. Для получения удовлетворительной точности данные расчета термодинамических функций аппроксимировались двумя уравнениями состояния. Учет диссоциации и ионизации производился путем использования полных энтальпий, включающих как теплоту диссоциации, так и теплоту ионизации. В качестве иллюстрации приведен расчет аргоновой струи.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Н. Абрамович. Теория турбулентных струй. Физматгиз. 1960.
2. Г. Н. Абрамович. Турбулентная струя в потоке жидкости. Труды института им. П. П. Баранова. 1958.

3. В. А. Голубев. Теоретическое исследование турбулентной плоскопараллельной струи высокой температуры с учетом диссоциации и ионизации. Инженерно-физический журнал, т. IV, № 6, 1961.

4. Се Сяпчунь. Распространение плазменной струи в затопленном пространстве. Известия АН СССР, ОТН, механика и машиностроение, № 3, 1962.

5. В. Ф. Сивиркин. Теория начального участка дозвуковой затопленной плазменной струи. «Вопросы микроэнергетики», труды КуАИ, вып. 22, 1965.