КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
ТРУДЫ. ВЫПУСК XXIV. 1966 г
Вопросы механики жидкостей и газов

Л. И. КУДРЯШЕВ, М. Я. СЫЧЕВ

ОСОБЕННОСТИ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА МАГИСТРАЛЬНЫХ ГАЗОПРОВОДОВ

Принятые обозначения

W — скорость вдоль оси трубы (x);
p — давление, p_1 и p_2 соответственно в начале и конце участка трубы,
ρ — плотность, T — абсолютная температура;
μ — коэффициент вязкости жидкости. Вышеуказанные параметры до формулы (9) имеются ввиду осредненными по сечению потока;
D — диаметр трубы;
l — длина участка трубы;
F — площадь сечения трубы;
C_f — коэффициент сопротивления;
$C_{f_{\text{нсж}}}$ — коэффициент сопротивления несжимаемой жидкости;
$R=g\cdot R_*$ — удельная газовая постоянная.

На особенность задачи о сопротивлении при движении газа в трубах большой протяженности в свое время обратил внимание академик Л. С. Лейбензон [1]. Им было введено понятие медленного движения газа в трубе, который характеризуется тем, что перепад давления расходуется исключительно на преодоление сил трения, как это имеет место, например, при движении несжимаемой жидкости по горизонтальной трубе постоянного сечения. В этом случае в качестве основного управления рассматривается известное уравнение Дарси в виде:

$$-dp = C_f\rho\frac{W^2}{2}\cdot\frac{dx}{D}. \tag{1}$$

Для определения решений используются уравнения неразрывности и состояния (при $T=\text{const}$):

$$G = \rho\cdot W\cdot F. \tag{2}$$

$$\frac{p}{\rho} = \text{const}.$$

При интегрировании системы, включающей уравнения (1), (2) и (3) следует обратить внимание на раскрытие содержания понятия коэффициента сопротивления C_f при течении сжимаемого газа в трубе. Нельзя не согласиться с мнением А. А. Гухмана и Н. В. Илюхина [2] о том, что, если задача о законах сопротивления при течении несжимаемой жидкости в трубах приводит к очень простому понятию коэффициента сопротивления, то при исследовании движения сжимаемого газа это понятие получает более сложное содержание. Существенным фактором в этом случае является изменение скорости по длине трубы (разгон потока). Это исключает возможность непосредственного сопоставления перепада давления с какой бы то ни было величиной, построенной по типу с использованием коэффициента сопротивления для случая течения несжимаемой жидкости. Нет оснований считать, что сжимаемость газа не влияет на гидродинамическое сопротивление. Необходимая полнота знания о законе сопротивления при течении сжимаемого газа в трубах может быть достигнута только на основании изучения структуры потока и его физических особенностей.

В существующей практике расчета магистральных газопроводов, в противоположность сказанному, коэффициент сопротивления при течении сжимаемого газа в трубе отождествляется с коэффициентом сопротивления для несжимаемой среды, т. е. не учитывается принципиальное физическое различие между течением при переменной и постоянной скоростях движения. Существенное влияние на неправильное истолкование коэффициента сопротивления оказали опыты Фресселя [3], согласно которым в области малых чисел Маха влияние сжимаемости на коэффициент сопротивления практически незначительно. К аналогичным выводам пришел В. Л. Лельчук [4], проводивший эксперименты по выявлению влияния числа M на коэффициент сопротивления в коротких трубах. Спрашивается, можно ли распространить результаты упомянутых работ на практику расчета магистральных газопроводов? Как известно, опытные результаты, полученные на коротких трубах, для коэффициента сопротивления при течении несжимаемой среды легко переносятся на весьма длинные трубы, поскольку масштабы, к которым относятся перепады давления, т. е. скоростные напоры, остаются постоянными на всей длине трубопровода.

Перенос результатов опытов Фресселя и Лельчука на магистральные газопроводы противоречит самому принципу медленного движения, определенного академиком Л. С. Лейбензоном, поскольку в опытах физическая картина совершенно отлична от условий медленного движения сжимаемого газа в трубах весьма большой протяженности. Иными словами, нельзя моделировать на коротких трубах медленное движение сжимаемого газа в магистральных трубопроводах. Это элементарное нарушение принципа моделирования потоков при переменной скорости течения в коротких и длинных трубах, как и следовало ожидать, привело к значительному расхождению расчетного уравнения для производительности газопровода с фактическими данными эксплуатации, особенно, когда отношение давлений в начале и конце газопровода довольно значительно. Неоднократно предпринимались попытки сближения расчетных и эксплуатационных данных по пропускной способности газопроводов. Во-первых, было установлено существенное влияние на окончательный результат отклонения транспортируемого газа от уравнения состояния (3) за счет сжимаемости. Поэтому вместо уравнения (3) начали использовать уравнение:

$$\frac{P}{\rho \bar{z}} = \mathrm{const}, \tag{4}$$

где $\bar{z}$ — поправка на сжимаемость или ее аналоги [5], [6].

Во-вторых, при исследовании движения газа в трубах стали рассматривать более полное уравнение импульсов с учетом разгона газа при движении в его трубах [7], [8]. Это означает, что вместо уравнения (1) стали рассматривать уравнение вида:

$$\rho W dW = -dp - C_f \frac{\rho W^2}{2} \cdot \frac{dx}{D}. \tag{5}$$

Интересными явились исследования [7], связанные с учетом в уравнении (5) поправки на неравномерность распределения скорости по сечению трубы. При учете этой поправки уравнение (5) принимает вид:

$$\eta_1 \cdot \rho W dW = -dp - C_f \frac{\rho W^2}{2} \cdot \frac{dx}{D}, \tag{6}$$

где

$$\eta_1 = \frac{2 \int_0^{r_0} \rho_x W_x^2 \, r dr}{\rho \cdot W^2 \, r_0^2}. \tag{7}$$

Здесь ρ_x и W_x — соответственно фактическая плотность и скорость в точках поперечного сечения трубы.

Однако, как показали исследования, влияние левой части уравнений (5) и (6), т. е. инерционного члена, оказалось, в конечном счете, мало существенным.

Желание сохранить в расчетной практике для пропускной способности уравнение вида

$$G = F \left[\frac{(p_1^2 - p_2^2) D}{\bar{z} \cdot R \cdot T \cdot C_{f\text{неж}} \cdot l} \right]^{0,5}, \tag{8}$$

полученное при интегрировании системы (1), (2) и (4), привело к необходимости изменять известные и неоднократно проверенные в опытах расчетные зависимости для коэффициента сопротивления при течении по трубам несжимаемых сред для магистральных газопроводов. В частности, применительно к магистральным газопроводам, были предложены специальные уравнения, например: ВНИИГАЗ, Альтшуля и др. [9]. В американской инженерной практике используются зависимости аналогичные (8), но с показателем степени $n > 0,5$ (см. там же [9]).

Авторы работы, опираясь на созданную ими теорию газодинамического моделирования [10], провели опыты по определению коэффициентов сопротивления на участках газопроводов ($e > 5000$ *м*). Сравнительно большая протяженность позволила в опытах осуществить моделирование, близкое к медленному течению, согласно определению академика Л. С. Лейбензона. Опыты проводились при сравнительно низком давлении в начале участков, не превышающем 6 *атм*. Этим практически было исключено влияние поправки Z на сжимаемость. В результате опытов было установлено существенное влияние отношения давления в начале и конце участка трубопровода на коэффициент сопротивления. При этом оказалось, что коэффициент сопротивления при течении газа с расширением за счет падения давления линейно связан с известными коэффициентами сопротивления при движении несжимаемой среды в трубах в виде:

$$C_f = C_{f_{\text{нсж}}} \cdot \beta\left(\frac{P_1}{P_2}\right), \tag{9}$$

где $\beta\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$ — поправочный коэффициент, всегда больший единицы. На основании этого видно, что $C_f > C_{f_{\text{нсж}}}$. Для объяснения этого факта рассмотрим турбулентное течение сжимаемого газа в трубе в самой общей постановке.

Движение газа разлагается на осредненное движение с составляющими скорости W_i в направлении осей x_i, где индекс принимает значения $i = 1, 2, 3$ и на пульсационное движение с составляющими скорости пульсации W_i'. Тогда составляющие скорости суммарного движения выражаются, как $W_i + W_i'$. Аналогичным образом и скалярные величины—давление и плотность—разлагаются на осредненные и пульсационные частоты и выражаются соответственно в виде $p = \overline{p} + p'$ и $\rho = \overline{\rho} + \rho'$. Чертой сверху обозначаются осредненные части, а штрихами — пульсационные составляющие.

Одновременно с этим считается, что коэффициент динамической вязкости имеет пульсационную составляющую пренебрежимо малую в сравнении с ее осредненной частью. Учитывая это, внося вместо актуальных величин в уравнениях Навье—Стокса и неразрывности суммы осредненных величин и пульсационных составляющих, после осреднения будем иметь (см. подробно [11]):

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\overline{\rho}W_i + \overline{\rho' W_i'}\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\rho}W_i \cdot W_j\right) =$$

$$= \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{x_j}\left[\overline{\rho w_i' w_j'} + W_i \overline{\rho' w_i'} + W_i \cdot \overline{\rho' \cdot w_j'}\right] \tag{10}$$

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\rho}W_j + \overline{\rho' w_j'}\right) = 0. \tag{11}$$

$$\frac{\overline{P}}{\overline{\rho}} = \text{const}. \tag{12}$$

Здесь предлагается суммирование по повторяющемуся два раза индексу j от 1 до 3. Напряжение $\sigma_{j,i}$ определяется как:

$$\sigma_{i,j} = -\left(\overline{p} + \frac{2}{3}\mu \cdot \operatorname{div} W\right)\varepsilon_{i,j} + \mu\left(\frac{\partial W_j}{\partial x_i} + \frac{\partial W_i}{\partial j}\right), \tag{13}$$

где $\varepsilon_{j,i}$ — единичный тензор или тензорная единица, определяемая в любой системе координат своими компонентами.

$$\varepsilon_{i,j} = \begin{cases} 0, \text{ если } i \neq i \\ 1, \text{ если } i = j \end{cases} \quad (i, j = 1,\ 2,\ 3) \tag{14}$$

Применительно к упрощенной задаче о турбулентном движении газа в трубе при условии, что $W_r = W_\varphi = 0$ и $W_x = W$ систему, состоящую из (10), (11) и (12) запишем в виде:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\overline{\rho}W + \overline{\rho' w_x'}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{\rho}W^2\right) =$$

$$= -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu r\frac{\partial W}{\partial r}\right) + \frac{4}{3}\mu\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \frac{\partial \tau_{x,x}}{\partial x} - \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}(r\cdot\tau_{x,r}) \tag{15}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho}W)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{\rho' w_x'}\right) + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(\overline{\rho' w_r'}\right) = 0. \tag{16}$$

$$\frac{P}{\rho} = \text{const},$$

где

$$\tau_{x,x} = \overline{\rho w_x'^2} + 2W\cdot\overline{\rho' w_x'} + \overline{\rho' w_x'^2}. \tag{18}$$

$$\tau_{x_r} = \overline{\rho w_x'\cdot w_r'} + W_x\overline{\rho' w_x'\cdot w_r'} + \overline{\rho'\cdot w_x'\cdot w_r'}.$$

В случае установившегося течения $\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho}\cdot W) = 0$; и $\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} = 0$.

Следовательно из (15) и (16), будем иметь:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t}\left(\overline{\rho' w_x'}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{\rho}W^2\right) = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu r\cdot\frac{\partial W}{\partial r}\right) + \\
&\quad + \frac{4}{3}\mu\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \frac{\partial \tau_{rx}}{\partial x} - \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}(r\cdot\tau_{x,r}) && (a)\\
&\frac{\partial(\overline{\rho}W)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{\rho' w_x'}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\,\overline{\rho' w_r'}\right) = 0 && (b)\\
&\frac{\overline{P}}{\overline{\rho}} = \text{const} && (c)
\end{aligned}\right| \tag{20}$$

В то время как при движении несжимаемой жидкости в трубопроводе имеем:

$$\left.\begin{aligned}
&0 = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu\cdot r\frac{\partial W}{\partial r}\right) + \mu\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \frac{\partial \tau_{rx}}{\partial x} - \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}(r\cdot\tau_{x,r}) && (a)\\
&\frac{\partial W}{\partial x} = 0, && (b)
\end{aligned}\right| \tag{21}$$

где

$$\left.\begin{aligned}
&(\tau_{x,x})_{\text{неж}} = \rho\,\overline{w_x'^2} \quad (a);\\
&(\tau_{x,r})_{\text{неж}} = \rho\overline{w_x'\cdot w_r'} \quad (b)
\end{aligned}\right. \tag{22}$$

Из сопоставления соответственно (20а) и (21а), (20в) и (21в), (18) и (21а) и наконец (19) и (22в) видим, что влияние пульсаций плотности сказывается на уравнениях количества движения и неразрывности в том, что в уравнении количества движения появляется дополнительный член $\frac{\partial}{\partial t}(\rho' w'_x)$ и дополнительное рейнольдсово напряжение, а в уравнении неразрывности дополнительный турбулентный источник.

Очевидно, что:

$$\tau_{x,x} > (\tau_{x,x})_{\text{несж}}; \quad \tau_{x,r} > (\tau_{x,r})_{\text{несж}} \tag{22а}$$

и, как следствие этого,

$$C_f > C_{f\,\text{несж}}. \tag{23}$$

Сначала произведем оценку членов, входящих в выражение (18) и (19). Первые члены характеризуют перенос количества движения, а два последние — перенос массы. Согласно существующей оценке, отношение второго и третьего членов к первому оказывается пропорциональным квадрату местного числа Маха. Теория поверхностного трения исходит из того, что в качестве первого приближения в уравнении (19) можно подставить $\tau_{xr} = \tau_w$, где τ_w — полная величина касательного напряжения у стенки трубы, и пренебречь переносом массы. В результате этого вместо (19) имеем приближенное равенство:

$$\tau_w = \bar{\rho}\,\overline{w'_x \cdot w'_r} = \bar{\rho}\,\overline{w'_x w'_r}. \tag{24}$$

Следующий шаг состоит в выражении пульсаций через средние значения. Это, как известно, приводит к соотношению:

$$\tau_w = \bar{\rho}\,\overline{w'_r l}\,\frac{\partial W}{\partial y}, \tag{25}$$

где, следуя Прандтлю, величина $\overline{w'_r l}$ записывается в виде:

$$\overline{w'_r l} = \varkappa y^2 \frac{\partial W}{\partial y}. \tag{26}$$

Вследствие чего из (15) имеем:

$$\tau_w = \varkappa\bar{\rho}\,y^2 \left(\frac{\partial W}{\partial y}\right)^2. \tag{27}$$

Интегрирование этого уравнения приводит к логарифмическому профилю распределения скоростей и к известным уравнениям для коэффициента сопротивления как для гидравлических гладких, так и шероховатых труб.

Если также пренебречь переносом массы в турбулентном напряжении $\tau_{x,x}$, определяемым выражением (18), то получим

$$\tau_{x,x} = \bar{\rho}\,\overline{w_x'^2}. \tag{28}$$

Следовательно,

$$\frac{\partial \tau_{x,x}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\bar{\rho}\,\overline{w_x'^2}\right). \tag{29}$$

Но так как $\bar{\rho} = \bar{\rho}(x)$ и $W_x(x) = W(x) + w_x'(x)$, то, естественно, при этом условии, в отличии от течения несжимаемой среды, величиной $\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}$ пренебрегать уже нельзя. Это также следует из уравнения неразрывности (16).

В свете высказанных положений систему (20), определяющую задачу, можем записать в виде:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho' w_x'}) + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho} W^2) = -\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r \cdot \tau_w) && (a)\\
&\frac{\partial(\bar{P} w)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(\overline{\rho' w_x'}) + \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}(r\,\overline{\rho' w_r'}) && (b)\\
&\frac{\bar{P}}{\bar{z}\cdot\bar{\rho}} = \text{const} && (c)
\end{aligned}\right| \qquad (30)$$

Осредняя систему (30) по поперечному сечению трубы, будем иметь:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial(\overline{\rho' w_x'})_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho} W^2)_m = -\frac{\partial(\bar{p})_m}{\partial x} - \frac{\partial(\tau_{xx})_m}{\partial x} - \frac{2\tau_w}{r_0} && (a)\\
&\frac{\partial(\bar{\rho} W)_m}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(\overline{\rho' w_x})_m = 0 && (b)\\
&\frac{(\bar{p})_m}{\bar{z}\,(\bar{\rho})_m} = \text{const}, && (c)
\end{aligned}\right| \qquad (31)$$

где

$$\left.\begin{aligned}
&(\overline{\rho' w_x'})_m = 2\int_0^1 (\overline{\rho' w_x'})\, r_1 \cdot dr_1 && (a)\\
&(\bar{\rho} W^2)_m = 2\int_0^1 (\bar{\rho} W^2)\, r_1\, dr_1 && (b)\\
&(\bar{p})_m = 2\int_0^1 \bar{p}\cdot r_1 dr_1 && (c)\\
&(\tau_{xx})_m = 2\int_0^1 \tau_{xx} r_1 dr_1. && (d)
\end{aligned}\right| \qquad (32)$$

Здесь $r_1 = \frac{r}{r_0}$.

Если пренебречь членами, содержащими $\overline{\rho' w_x'}$, а также учесть, что:

$$\tau_w = c_{f_{\text{неж}}} \frac{\bar{\rho}_m \cdot W_m^2}{8}, \qquad (33)$$

то систему (31) можно заменить следующей приближенной:

$$
\left.
\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{\rho}_m \cdot W_m^2\right) = -\frac{\partial \overline{P}_m}{\partial x} - \frac{\partial (\tau_{xx})_m}{\partial x} - C_{f_{\text{неж}}} \frac{\overline{\rho}_m \cdot W_m^2}{2D} && (a)\\
&\frac{\partial (\overline{\rho}_m \cdot W_m)}{\partial x} = 0 && (b)\\
&\frac{\overline{P}_m}{\overline{z} \cdot \overline{\rho}_m} = \text{const} && (c)
\end{aligned}
\right| \qquad (34)
$$

Интегрируя (34*b*), будем иметь:

$$\overline{\rho}_m \cdot W_m = \text{const}. \tag{35}$$

Согласно этого (34а) можем переписать

$$\overline{\rho}_m W_m dW_m = -d\overline{P}_m - d(\tau_{xx})_m - C_{f_{\text{неж}}} \frac{\overline{\rho}_m W_m^2}{2D} dx. \tag{36}$$

Пренебрегая инерционным членом приходим окончательно к уравнению:

$$d\overline{P}_m + d(\tau_{xx})_m + C_{f_{\text{неж}}} \frac{\overline{\rho}_m W_m^2}{2D} dx = 0. \tag{37}$$

Сопоставляя (37) с (1) видим, что в случае медленного движения сжимаемого газа не весь перепад давления расходуется на преодоление сопротивления, часть его идет на компенсацию продольных турбулентных напряжений, становящихся существенными по сравнению с движением несжимаемой среды, за счет разгона потока. Кроме того, нетрудно усмотреть, что уравнение (1) является первым приближением (37), если в первом положить $C_f = C_{f_{\text{неж}}}$, а во втором пренебречь $d(\tau_{xx})_m$ по сравнению с остальными членами уравнения.

На основании уравнения (37) закономерно положить, что:

$$d\overline{P}_m + d(\tau_{xx})_m = K\left(\frac{P_1}{P_2}\right) d\overline{P}_m, \tag{38}$$

где коэффициент $K\left(\frac{P_1}{P_2}\right) < 1$.

Учитывая (38), уравнение (37) можем записать в виде:

$$-d\overline{P}_m = C_{f_{\text{неж}}} \cdot \beta\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \frac{\overline{\rho}_m W_m^2}{2} \cdot \frac{dx}{D}. \tag{39}$$

Интегрирование (39) с учетом (35) и (34с) приводит к следующему результату (индекс m далее опускаем):

$$G = F\left[\frac{(P_1^2 - P_2^2)\, D}{\overline{z} \cdot R \cdot T \cdot C_{f_{\text{неж}}} \cdot \beta\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \cdot l}\right]^{0,5}.$$

Откуда

$$\beta\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = \frac{F^2}{G^2} \cdot \frac{(P_1^2 - P_2^2)\, D}{z \cdot R \cdot T \cdot C_{f\,\text{неж}} \cdot l}. \tag{41}$$

Это уравнение использовалось при определении коэффициента β в опытах.

Для определения коэффициента $\beta\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$ можно также воспользоваться методом итераций. Если в первом приближении принять $\beta = 1$, то в результате интегрирования, получим:

$$\Delta P = C_{f_1} \frac{\rho W_1^2}{2} \cdot \frac{l}{D} \cdot \bar{z}, \tag{42}$$

где [12]

$$C_{f_1} = \frac{2C_{f\,\text{неж}}}{1 + \frac{P_1}{P_2}}. \tag{43}$$

Если заменить в последнем выражении P_2 — текущим значением, т. е. P, его можно рассматривать как первое приближение. Внося это выражение в (39), придем к следующему дифференциональному уравнению, выражающему второе приближение:

$$-dP = \frac{2C_{f\,\text{неж}}}{1 + \frac{P_1}{P}} \cdot \frac{dz}{D} \cdot \frac{\bar{\rho}\, w^2}{2}. \tag{44}$$

Интегрирование этого уравнения с учетом уравнения неразрывности и состояния приводит к выражению:

$$\Delta P = C_{f_2} \frac{\rho_1 W_1^2}{2} \cdot \frac{l}{D} \cdot \bar{z}, \tag{45}$$

где

$$C_{f_2} = C_{f_1} \cdot \psi_2. \tag{46}$$

Здесь

$$\psi_2 = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1 + \eta + \eta^2}{1 + \eta}}, \tag{47}$$

где

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}. \tag{48}$$

Для получения третьего приближения достаточно подставить (46) и (47) в (39) и проинтегрировать и т. д.

В результате, получим:

$$C_{f_3} = C_{f_1} \cdot \psi_3; \quad C_{f_4} = C_{f_1} \cdot \psi_4, \tag{49}$$

где соответственно

$$\psi_3 = \frac{1}{\frac{5}{12} + \frac{5}{18} \cdot \frac{1 + \eta + \eta^2}{1 + \eta} + \frac{1 + \eta + \eta^2 + \eta^3}{1 + \eta}}, \tag{50}$$

$$\psi_4 = \frac{1}{\frac{7}{18} + \frac{7}{27} \cdot \frac{1 + \eta + \eta^2}{1 + \eta} + \frac{13}{144} \cdot \frac{1 + \eta + \eta^2 + \eta^3}{1 + \eta} + \frac{1}{60} \frac{1 + \eta + \eta^2 + \eta^3 + \eta^4}{1 + \eta}}. \tag{51}$$

Ограничиваясь четвертым приближением, на основании (43), (49) и (51) можем записать:

$$\beta\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = \frac{C_{f_1}}{C_{f\text{нсж}}} = \frac{2\psi_4}{1 + \frac{P_1}{P_2}}. \tag{45}$$

Сопоставление вычисленного по уравнению (45) коэффициента $\beta\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$ с опытными данными указывает на то, что расхождение не превышает 10%.

Является также интересным сопоставление, например, расчетного уравнения ВНИИГАЗ для коэффициента сопротивления с известным уравнением Никурадзе для гидравлически гладких труб. Например, при числе $Re = 10^6$ по формуле Никурадзе имеем $C_{f\,\text{нсж}} = 0{,}0116$. По формуле же ВНИИГАЗ имеем $C_f = 0{,}0174$. Следовательно, отношение составляет $\frac{C_f}{C_{f\text{нсж}}} = \frac{0{,}0174}{0{,}0116} = 1{,}5$. Если принять в (45) отношение $\frac{P_2}{P_1} = 0{,}5$, то будем иметь:

$$\beta = \frac{2 \cdot 1{,}211}{1{,}5} = 1{,}61,$$

т. е. расхождение не превышает 8%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. С. Лейбензон. Руководство по нефтепромысловой механике. ГНТИ, 1931.

2. А. А. Гухман и Н. В. Илюхин. Основы учения о теплообмене при течении газа с большой скоростью. Машгиз, 1951.

3. W. Frössel. Strömung in glatten geraden Rohren min Über—und Unterschallgeschwindigkeit Forschung auf dem Gebicte. Des Jngenierwesens Baud 7. № 2. 1936j.

4. В. Л. Лельчук. Гидравлическое сопротивление течению сжимаемого газа в гладкой круглой трубе постоянного сечения. Т. 11, вып. 18—19, 1937.

5. А. Ф. Притула, В. А. Притула. Транспорт нефти, нефтяных продуктов и газа. ОНТИ 4. 1, 1938.

6. С. А. Христианович, Ф. А. Требин и В. И. Черникин. Изотермическое течение газа в трубах. Известия АН СССР. ОТН, № 9, 1945.

7. С. А. Христианович, В. Г. Гальперин, М. Д. Миллионщиков, Л. А. Симонов. Прикладная газовая динамика, 1948.

8. Л. И. Кудряшев, М. Я. Сычев. К вопросу об уточнении гидравлического расчета газопроводов высокого давления в условиях изотермического движения газов. Известия высших учебных заведений. Энергетика, № 4, 1958.

9. И. Е. Ходонович. Аналитические основы проектирования и эксплуатации магистральных газопроводов. Государственное научно-техническое издательство нефтяной и горно-топливной литературы, 1961.

10. Л. И. Кудряшев, М. Я. Сычев, В. А. Церерин. Об основах газодинамического моделирования магистральных газопроводов. Известия высших учебных заведений. Нефть и газ, № 3, 1960.

11. Г. Б. Шубауэр, К. М. Чен. Турбулентное течение. Сборник «Турбулентное течение и теплопередача» Изд-во И. Л., 1963.

12. Л. И. Кудряшев, М. Я. Сычев. Приближенный метод интегрирования уравнений газовой динамики при расчете магистральных газопроводов. Известия высших учебных заведений. Нефть и газ, № 1. 1960.

13. Л. И. Кудряшев, В. А. Церерин, М. Я. Сычев. Основы газодинамической теории расчета магистральных газопроводов. Развитие газовой промышленности в СССР. Труды института нефтехимической и газовой промышленности имени И. М. Губкина. 1960.