

5. Pazulekas V.B., *Reformation of Shaft varten Tube, Gonst Engzs (Indis) no 4. 1960.*
6. Мартынов А.В., Бродянский В.М. Исследование параметров вихревого потока внутри трубы Ранка-Хилша, ИЖХ, т. XII, 1967, №5.
7. Меркулов А.П. Вихревой эффект и его применение в технике. М., "Машиностроение", 1969.

А.П. Меркулов, В.М. Кудрявцев, В.Г. Шахов

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ  
НА ОСНОВЕ ЗАМЕРОВ ПАРАМЕТРОВ ОСРЕДНЕННОГО ТЕЧЕНИЯ  
В ВИХРЕВОЙ ТРУБЕ

Принятые обозначения

$v_x, v_y, v_z$	- компоненты вектора осредненной скорости
$G_x, G_r$	- расходы холодного и основного потоков в вихревой трубе
$\mu$	- относительный расход холодного потока
$r, \varphi, z$	- координаты цилиндрической системы
$p$	- давление
$\rho$	- плотность
$\tau_{ij}$	- тензор напряжений
$\tau^l$	- ламинарная составляющая тензора напряжений
$\varepsilon_{ij}$	- компоненты турбулентной вязкости
$\nu$	- молекулярная вязкость

Экспериментальные исследования внутренней структуры осредненного течения в вихревой трубе позволяют получить поле основных характеристик газового потока - статического давления, плотности, компонент вектора скорости и температуры.

Это дает возможность приближенно рассчитать относительный порядок величин членов уравнений движения Рейнольдса и, в конечном счете, оценить турбулентные касательные напряжения в вихревой зоне.

Метод такой оценки описан в работе [1] и позволяет, используя лишь экспериментальные данные и не привлекая какие-либо гипотезы турбулентности проанализировать её влияние на осредненное течение, не рассматривая её детальной структуры. Авторы [1] указывают, что данный метод является распространением результатов *Hinze* и *Hegge Zijnen* [2] для незакрученных потоков на случай закрученных тече-

ний с развитой свободной турбулентностью.

Следует отметить, что данная оценка может служить лишь первой ступенью исследования турбулентности в вихревой трубе. Более достоверными являются прямые измерения основных характеристик турбулентности. Постановка таких экспериментов для рассматриваемого течения (сжимаемое, трехмерное) весьма сложна и, поэтому целесообразно применять на первом этапе исследования оценочный метод, использующий результаты замеров осредненных параметров.

Запишем основные уравнения сохранения массы и момента количества движения в напряжениях [3]:

$$\frac{D\rho}{dt} + \rho(\nabla \vec{v}) = 0; \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\vec{v}}{dt} = \rho \vec{F}_m - \nabla p + \nabla \tau^e \quad (2)$$

В турбулентном потоке выражение для полного напряжения имеет вид

$$\tau^e = \tau^l + \tau, \quad (3)$$

где

$\tau^l$  - молекулярная (ламинарная) составляющая тензора напряжения обычно отбрасывается, так же как и в полностью турбулизованном свободном (вдали от стенок) течении  $\tau^l \ll \tau$ .

Используя это предположение, запишем систему (1) - (2) в цилиндрических координатах для установившегося, осесимметричного течения при  $\vec{F}_m = 0$ :

$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) + \frac{1}{z} \frac{\partial}{\partial z}(z \rho v_z) = 0; \quad (4)$$

$$\rho(v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z}) = \frac{\partial}{\partial z}(\tau_{zz}) + \frac{1}{z} \frac{\partial}{\partial z}(z \tau_{zz}) - \frac{\partial p}{\partial z}; \quad (5)$$

$$\rho(v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{v_z^2}{z}) = \frac{\partial}{\partial z}(\tau_{zz}) + \frac{1}{z} \frac{\partial}{\partial z}(z \tau_{zz}) - \frac{\tau_{zz}}{z} - \frac{\partial p}{\partial z}; \quad (6)$$

$$\rho(v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{v_z v_r}{z}) = \frac{\partial}{\partial z}(\tau_{rz}) + \frac{1}{z} \frac{\partial}{\partial z}(z^2 \tau_{rz}). \quad (7)$$

Для упрощения уравнений используем широко применяемое приближение пограничного слоя. Однако правомочность применения приближений пограничного слоя для течения в вихревой трубе пока не доказана. Ограничимся лишь указанием, что в работах [4, 5, 6] теоретически и экспериментально подтверждается возможность применения допущений пограничного слоя при сравнительно небольших степенях закрутки (что примерно соответствует области значений  $\mu = c_x/c_y > 0,8$ ).

Если принять порядок величин  $v_z, v_\varphi \sim 0$  (0 - знак порядка), то  $\frac{\partial}{\partial z} \sim 0\left(\frac{1}{\epsilon}\right)$  и  $\frac{\partial}{\partial z} \sim 0(1)$ , где  $\epsilon \ll 1$ .

Уравнение неразрывности, затем, дает  $v_z \sim 0(\epsilon)$ . Эти предположения нам предстоит проверить путем количественной оценки составляющих уравнений Рейнольдса.

С учетом высказанных предположений, уравнения (4) - (7) преобразуются к виду

$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) + \frac{1}{z} \frac{\partial}{\partial z}(z \rho v_z) = 0; \quad (8)$$

$$z(\rho v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \rho v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial z}) = \frac{\partial}{\partial z}(z \tau_{zz}); \quad (9)$$

$$-\rho \frac{v_z^2}{2} + \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \rho v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}(\tau_{zz}); \quad (10)$$

$$z^2(\rho v_z \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} + \rho v_z \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} + \rho \frac{v_z v_\varphi}{z}) = \frac{\partial}{\partial z}(z^2 \tau_{z\varphi}). \quad (11)$$

При принятой оценке порядка величин нас прежде всего будет интересовать уравнения (9) и (11) и уравнение неразрывности (8).

Исходными данными для расчета являются полученные экспериментально распределения  $\rho(z, z)$ ,  $\rho(z, z)$ ,  $v_z(z, z)$ ,  $v_\varphi(z, z)$  при различных значениях  $0,8 < \mu < 2$ .

Порядок расчета следующий:

1. Используя таблицы замеренных параметров, на ЭЦВМ проводится аппроксимация распределений давления, плотности и компонент скорости полиномами

$$y = A_0 + A_1 x + A_2 x^2.$$

2. Используя аппроксимирующие уравнения, определяются составляющие уравнения (8) и численным интегрированием по методу Симпсона

от  $\bar{z} = 0$  до  $\bar{z}$  определяется  $v_z = f(\bar{z})$  при граничном условии  $v_z = 0$  ( $z = 0$ ).

Эпюры  $v_z$  вычисляются в шести осевых позициях по длине вихревой зоны, соответствующих контрольным сечениям.

3. Определяются составляющие левой части уравнений (9) и (II) дифференцированием аппроксимирующих формул для  $v_y(z, z)$ ;  $v_z(z, z)$ ;  $v_z(z, z)$ ;  $\rho(z, z)$ ;  $\rho(z, z)$  и перемножением соответствующих компонент составляющих уравнений.

4. Численным интегрированием левых частей уравнений (9) и (II) от 0 до  $\bar{z}$  определяются  $\tau_{zy}(\bar{z})$  и  $\tau_{zz}(\bar{z})$  в шести контрольных сечениях при граничных условиях  $\tau_{zz}/z=0 = 0$  и  $\tau_{zy}/z=0 = 0$

Точность всех численных результатов зависит от точности эксперимента, точности аппроксимации и точности вычислительных операций.

Интегрирование сумм членов левой части уравнений (9) и (II) дает эпюры касательных напряжений  $\tau_{zz}$  и  $\tau_{zy}$  в шести контрольных сечениях, которые изображены на рис. I.

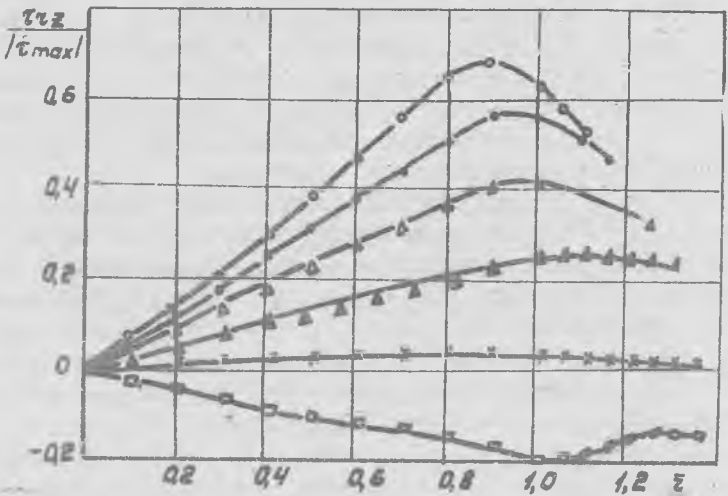
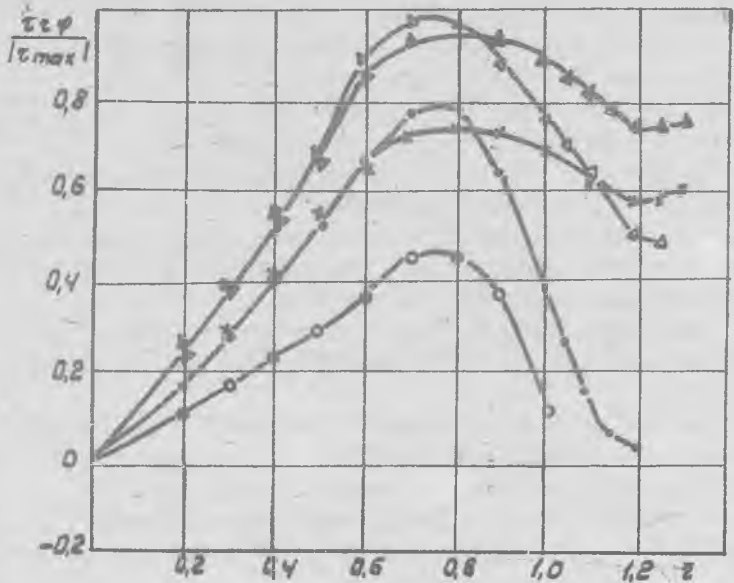
По осям ординат отложены безразмерные величины  $\tau_{zy}$  и  $\tau_{zz}$ , полученные делением полученных значений каждой из компонент тензора  $\tau$  на  $\tau_{zy \max}$ .

Анализ результатов позволяет отметить следующие особенности: напряжения  $\tau_{zy}$  и  $\tau_{zz}$  существенно неравномерно распределены по радиусу и по длине вихревой зоны, что вытекает из неравномерного распределения градиентов осредненных скоростей и давлений;

$\tau_{zy}$  и  $\tau_{zz}$  имеют явно выраженные максимумы в зоне, близкой к поверхности разделения вихревых потоков;

$\tau_{zy}$  и  $\tau_{zz}$  отличаются в одних и тех же сечениях друг от друга. Этот факт позволяет сделать важный вывод о том, что турбулентность, то есть пульсации скорости, определяющие кажущиеся касательные напряжения, существенно неизотропны. Причем неизотропность проявляется как по радиусу поперечного сечения вихревой зоны, так и по длине. Эти результаты подтверждаются выводами, сделанными на основе непосредственных замеров турбулентных пульсаций методом термоанемометра в закрученных потоках.

Используя известные соотношения между компонентами напряжений и скоростей деформаций, оцениваются величины кинематических коэффициентов турбулентной вязкости. При этом предполагаем, что



Р и с.1. Зависимости турбулентных напряжений от  $\bar{z}$  и  $\bar{z}$  :  
 при  $P_r^* = 0,5$  МПа,  $T_r^* = 293$  К,  $\mu = 1,6$ ,  $\circ$  —  $\bar{z} = 1,7$ ;  $\bullet$  —  $3,13$ ;  
 $\triangle$  —  $4,56$ ;  $\blacktriangle$  —  $5,99$ ;  $\times$  —  $7,42$ ;  $\square$  —  $8,85$

$$\tau_{zz} = -\rho \overline{v_z' v_z'}; \quad \tau_{zy} = -\rho \overline{v_z' v_y'} \quad (12)$$

и, с другой стороны

$$\tau_{zz} = \rho \varepsilon_{zz} \frac{\partial v_z}{\partial z}; \quad \tau_{zy} = \varepsilon_{zy} \rho z \frac{\partial}{\partial z} (v_y/z), \quad (13)$$

где

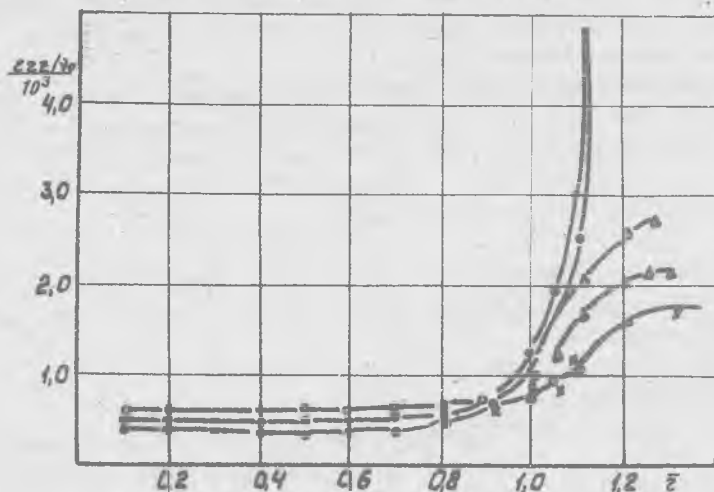
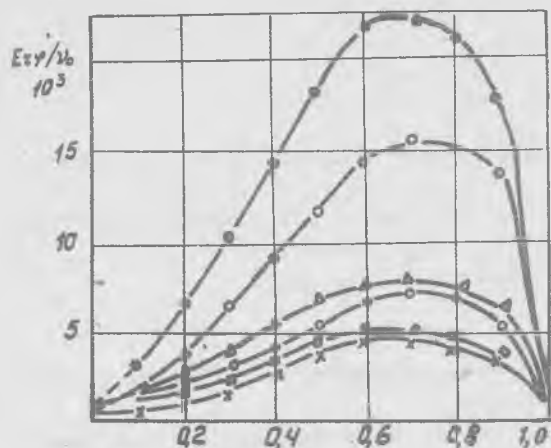
$\varepsilon_{zy}$  и  $\varepsilon_{zz}$  - кинематические коэффициенты турбулентной вязкости.

Имея эшоры  $\tau_{zz}$  и  $\tau_{zy}$  ( см.рис.1) и экспериментальные значения  $\partial v_z/\partial z$  и  $z \frac{\partial}{\partial z} (v_y/z)$  можно рассчитать  $\varepsilon_{zz}$  и  $\varepsilon_{zy}$ . Результаты расчета представлены на рис.2.

### В ы в о д ы

1. Кинематическая вязкость неизотропна и неоднородна по сечению и длине вихревой зоны.
2. В области вынужденного вихря преобладающее значение имеет компонента  $\varepsilon_{zy}$ . При этом, по длине вихревой зоны  $\varepsilon_{zy}$  возрастает в вынужденном вихре по мере отставания закрутки от закона вращения твердого тела.
3. Максимальное значение  $\varepsilon_{zy}$  достигает примерно в середине вихревой зоны, при этом в зоне разделения периферийного и приосевого потоков  $\varepsilon_{zy}$  на четыре порядка больше, чем  $\nu_0$ , где  $\nu_0 = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$  - кинематическая молекулярная вязкость воздуха при нормальных условиях ( $T_0 = 293 \text{ К}$ ;  $P_0 \approx 0,1 \text{ МПа}$ ).
4. Дальнейшее уменьшение  $\varepsilon_{zy}$  ( при  $\bar{z} > 4,5$ ) можно объяснить снижением уровня напряжений  $\tau_{zy}$  по длине вихревой зоны в области течения  $\bar{z} > 4,5$ .
5. В периферийной зоне, особенно в средних сечениях,  $\varepsilon_{zy}$  значительно меньше, чем в вынужденном вихре.
6.  $\varepsilon_{zz}$  в большей части поперечного сечения вихревой зоны значительно меньше  $\varepsilon_{zy}$  (примерно на порядок) и в области вынужденного вихря мало меняется по длине, однако в периферийном вихре  $\varepsilon_{zz}$  и  $\varepsilon_{zy}$  сравнимы и в некоторых сечениях.
7. В периферийном вихре уровень  $\varepsilon_{zy}$  монотонно убывает по длине.

Проведенный анализ распределения величин компонент кинематической турбулентной вязкости еще раз подтверждает вывод об изотропности и неоднородности турбулентности в вихревой зоне.



Р и с. 2. Зависимости  $\varepsilon$  от  $\bar{z}$  и  $\bar{z}$  :

при  $v_0 = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ ,

- |     |                   |     |       |
|-----|-------------------|-----|-------|
| —○— | $\bar{z} = 1,7$ ; | —○— | 3,13; |
| —●— | 4,58;             | —△— | 5,99; |
| —□— | 7,42;             | —x— | 8,85  |

Л и т е р а т у р а

1. Lilly D.G., Chiger N.A. Nonisotropic turbulent stress distribution in swirling flows from mean value distributions, *J.I. Heat and Mass transfer*, V.14, N4, 1971.
2. Hinze J.O., Van der Hegge Zijnen, *Transfer of Heat and matter in the turbulent mixing zone of an axially Symmetrical et*, *Apple. Sci. Res.* 435-461, 1949.
3. К о ч и н Н.Е., Теоретическая гидродинамика. М., Физматгиз, 1963.
4. Allan R.A., Ph.D. Thesis, Department of Fuel Tech and Chem. Engineering, sheffield, England, 1970.
5. С т у р о в Г.Е. Турбулентный закрученный поток вязкой несжимаемой жидкости в длинной цилиндрической трубе. В сб. "Некоторые вопросы исследования вихревого эффекта", Куйбышев, 1974.
6. У с т и м е н к о Б.П., З м е й н о в В.И., Б у х м а н М.А., Турбулентный перенос во вращающихся течениях несжимаемой жидкости, В сб. "Турбулентные течения". М., "Наука", 1970.

А.П. Меркулов, В.М. Кудрявцев

К ВОПРОСУ О ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ ОЦЕНКЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ  
ВИХРЕВОГО ЭФФЕКТА

Взгляд на природу вихревого эффекта энергетического разделения газов, как явствует из отечественной и зарубежной технической литературы, в последние годы установился.

Вихревой эффект обуславливается турбулентным переносом энергии в потоке вязкого сжимаемого газа при наличии в нем градиента статического давления, нормального к направлению осредненного движения.

Значительные градиенты статического давления легко реализуются в круговых потоках за счет возникающего в них поля центробежных сил, поэтому в них обеспечивается ярко выраженный вихревой эффект.

Высказанная нами ранее гипотеза взаимодействия вихрей, [1,2] основанная на этом представлении всесторонне объясняет особенно-