Использование комплекса f' позволило впервые обобщить влияние конструктивных и режимных параметров вихревых горелок на стабилизацию пламени (рис. 3).

Таким образом, при снижении частоты пульсаций в активном потоке, отражающем рост масштаба турбулентности, происходит расширение границ области устойчивого горения в закрученном потоке.

Библиографический список

Л и л л и Д. Расчет пламени в турбулентном закрученном потоке //РТиК, 1974. № 2. С. 117-124.

2. С у д а р е в А.В., М а е в В.А. Камеры сгорания газотурбинных установок. Л.: Недра, 1990. 276 с.

3. Турбулентное смешение газовых струй /Под ред. Г.Н.А б р а м о в и ч а. М.: Наука, 1974. 272 с.

УДК 536.8:621.4:519.6

Н.Л.Меньших

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ТЕПЛОВОГО РАСЧЕТА КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДВИГАТЕЛЕЙ, РАБОТАЮЩИХ ПРИ ВЫСОКИХ ТЕПЛОВЫХ НАГРУЗКАХ

(Самарский аэрокосмический университет)

Предлагается способ линеаризации системы уравнений, входящих в математическую формулировку нелинейной задачи нестационарной теплопроводности при сложном (радиально-конвективном) теплообмене на поверхности тела. Обосновывается предпочтительное использование аналитического метода по сравнению с численными методами в связи с тем, что существует возможность проследить всю физику процесса.

ISBN 5-230-16926-5

Вихревой эффект и его применение в технике. Самара, 1992

28-200

Одной из важнейших проблем проектирования авиационных двигателей является определение температур их конструктивных элементов, работающих в зоне высоких тепловых нагрузок. Ввиду высоких эксплуатационных параметров современных двигателей возникает необходимость решения нелинейных задач нестационарной теплопроводности. В конструктивных элементах двигателей, работающих при высоких тепловых нагрузках, возникают значительные перепады температур, что приводит к необходимости учета радиационного теплообмена у поверхности.

Практических путей аналитического решения нелинейной задачи нестационарной теплопроводности при наличии радиационного теплообмена до настоящего времени нет. Использование численных методов решения с последующим использованием ЭВМ целесообразно только для простых задач. Более предпочтительным является аналитический метод, который позволяет проследить физику процесса и удобен для инженерной деятельности на стадии эскизного проектирования. В соответствии с предложением М.М.Лаврентьева [I, 2], если нелинейную систему уравнений, определяющую задачу, заменить линейной, близкой к ней, то можно получить простые расчетные соотношения.

Метод подборки вместо нелинейной системы линейной, близкой к той, осуществляется следующим образом. Представим математическую формулировку нелинейной задачи нестационарной теплопроводности в виде

$$\left.\begin{aligned}
&c_{p_1}\rho_1 \frac{\partial \theta}{\partial F_0} = div(\lambda_1 grad\,\theta) + \rho_1 q_1 P_0, \\
&F_0 = 0; \quad \theta = \theta_0(r_1), \\
&-\left[\lambda_1\left(\frac{\partial \theta}{\partial n_1}\right)\right]_w = Bi_K \theta_w + B_0\left[\left(\theta_w + \frac{T_\infty}{T_0 - T_\infty}\right)^4 - \left(\frac{T_\infty}{T_0 - T_\infty}\right)^4\right], \\
&c_{p_1} = c_{p_1}(\theta); \quad \lambda_1 = \lambda_1(\theta); \quad \rho_1 = \rho_1(\theta),
\end{aligned}\right\} \quad (I)$$

где

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty}; \quad \theta_w = \frac{T_w - T_\infty}{T_0 - T_\infty}; \quad F_0 = \frac{a_0 \tau}{\lambda_0^2},$$

$P_0 = \dfrac{\rho_0 q_0 \ell_0^2}{\lambda_0 (T_0 - T_\infty)}$ – критерий Померанцева, $Bi_K = \dfrac{\alpha_K \rho_0}{\lambda_0}$ – критерий Био,

$B_0 = \dfrac{C_n (T_0 - T_\infty)^3 \ell_0}{10^8 \lambda_0}$ – критерий Больцмана, $\ell_0 = \dfrac{V}{F}$; $a_0 = \dfrac{\lambda_0}{c_{p_0}\rho_0}$.

Вводя новые переменные [2]

$$\theta_{\lambda_1}=\int_0^\theta \lambda_1\, d\theta;\ \theta_{c_{p_1}\rho_1}=\int_0^\theta c_{p_1}\rho_1\, d\theta,$$

приводим систему (I) к виду

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial \theta_{c_{p_1}\rho_1}}{\partial F_o}=div(\lambda_1\, grad\,\theta)+\rho_1, q_1, P_o,\\ &F_o=0;\quad \theta=\theta_o(r_1),\\ &-\left(\frac{\partial \theta_{\lambda_1}}{\partial n_1}\right)_W=Bi_K\,\theta_W+B_o\left[\left(\theta_W+\frac{T_\infty}{T_o-T_\infty}\right)^4-\left(\frac{T_\infty}{T_o-T_\infty}\right)^4\right] \end{aligned}\right\}\qquad (2)$$

Используем аппроксимации

$$\int_0^\theta \lambda_1 d\theta=B_{\lambda_1}\theta;\ \int_0^\theta c_{p_1}\rho_1 d\theta=B_{c_{p_1}\rho_1}\theta;\ \rho_1 q_1=B_{\rho_1 q_1}\theta, \qquad (3)$$

коэффициенты которых определяются из условий

$$\int_0^1(\theta_{\lambda_1}-B_{\lambda_1}\theta)^2 d\theta=0;\ \int_0^1(\theta_{c_{p_1}\rho_1}-B_{c_{p_1}\rho_1}\theta)^2 d\theta=0;\ \int_0^1(\rho_1 q_1-B_{\rho_1 q_1}\theta)^2 d\theta=0, \qquad (4)$$

откуда

$$B_{\lambda_1}=3\int_0^1\theta\theta_{\lambda_1}d\theta;\ B_{c_{p_1}\rho_1}=3\int_0^1\theta\theta_{c_{p_1}\rho_1}d\theta;\ B_{\rho_1 q_1}=\int_0^1\rho_1 q_1 d\theta. \qquad (5)$$

Подставляя (2) в (3), приходим к искомой линейной системе уравнений, которая приближается к системе (I):

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial\theta}{\partial F_o^*}=\nabla^2\theta+B^*_{\rho_1 q_1}\theta,\\ &F_o^*=0;\ \theta=\theta_o(r_1),\\ &-\left(\frac{\partial\theta}{\partial n_1}\right)_W=Bi_K^*\theta_W. \end{aligned}\right\}\qquad (6)$$

здесь

$$F_o^*=\frac{B_{\lambda_1}}{B_{c_{p_1}\rho_1}}F_o;\ B^*_{\rho_1 q_1}=\frac{B_{\rho_1 q_1}}{B_{\lambda_1}};\ Bi_K^*=\frac{Bi_K}{B_{\lambda_1}}(1+B_o^*);$$

$$B_o^*=3B_o\int_0^1\theta_W\left[\left(\theta_W+\frac{T_\infty}{T_o-T_\infty}\right)^4-\left(\frac{T_\infty}{T_o-T_\infty}\right)^4\right]d\theta_W.$$

Решение линейной системы (6) называется квазирешением нелинейной системы (I).

Сопоставим систему (6) с приближенным решением нелинейной задачи на ЭВМ. В основу положим задачу, сформулированную системой:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial \theta}{\partial F_o} = \frac{\partial}{\partial x_1}\left(\lambda_1 \frac{\partial \theta}{\partial x_1}\right), \\
&F_o = 0;\ \theta_o = 1, \\
&-\left(\frac{\partial \theta}{\partial x_1}\right)_{x_1=\pm 1} = Bi_K\left\{\theta_w + S_K\left[\left(\theta_w + \frac{T_\infty}{T_o - T_\infty}\right)^4 - \left(\frac{T_\infty}{T_o - T_\infty}\right)^4\right]\right\} \\
&\left(\frac{\partial \theta}{\partial x_1}\right)_{x_1=0} = 0, \\
&\lambda_1 = 1 + K_{\lambda_1}\theta;\ C_{p_1}\rho_1 = 1 - K_{C_{p_1}\rho_1}\theta,\ \rho_1 = 1,
\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

где

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_o - T_\infty};\ \theta_w = \frac{T|_{x_1=1} - T_\infty}{T_o - T_\infty};\ x_1 = \frac{x}{\ell};\ \lambda_1 = \frac{\lambda}{\lambda_o};\ C_{p_1} = \frac{C_p}{C_{p_o}};$$

$$\rho_1 = \frac{\rho}{\rho_o};\ Bi_K = \frac{\alpha_K \ell}{\lambda_o};\ B_o = \frac{C_n (T_o - T_\infty)^3 \ell}{10^8 \lambda_o};\ S_K = \frac{B_o}{Bi_K};\ F_o = \frac{a_o \tau}{\ell^2};$$

$$a = \lambda_o / C_p \rho_o .$$

На основании решения (7) определяем значения температур $\theta|_{x_1=1}$ и $\theta|_{x_1=0}$, т.е. температур поверхности и середины для неограниченной пластины при следующих данных: $K_{\lambda_1} = 0{,}75$, $K_{C_{p_1}\rho_1} = -0{,}3$, $Bi_K = 0{,}2$, $S_K = 0{,}25$. Данная задача решена численно с использованием алгоритмического языка ФОРТРАН.

Посредством (4) и (5) система (7) по виду становится близкой к следующей линейной:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial \theta}{\partial F_o^*} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_1^2}, \\
&F_o^* = 0;\ \theta_o = 1, \\
&-\left(\frac{\partial \theta}{\partial x_1}\right)_{x_1=\pm 1} = Bi_K^* \theta_w, \\
&\left(\frac{\partial \theta}{\partial x_1}\right)_{x_1=0} = 0 .
\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Здесь

$$F_o^* = \frac{1 + \frac{3}{8}K_{\lambda_1}}{1 - \frac{3}{8}K_{C_{p_1}\rho_1}} F_o ;$$

$$Bi_K^* = \frac{Bi_K}{1 + \frac{3}{8}K_{\lambda_1}}\left\{1 + S_K\left[4\left(\frac{T_\infty}{T_o - T_\infty}\right)^3 + \frac{9}{2}\left(\frac{T_\infty}{T_o - T_\infty}\right)^2 + \frac{12}{5}\left(\frac{T_\infty}{T_o - T_\infty}\right) + \frac{1}{2}\right]\right\} .$$

Для приближенного решения задачи (8) используется метод [3], согласно которому применяется интегральное условие

$$\frac{\partial}{\partial F_o}\int_0^1 \theta\, dx_1 = -Bi_K^* \, \theta|_{x_1=1} , \qquad (9)$$

и приближенное решение имеет вид

$$\theta = C(1 - Bx_1^2). \qquad (10)$$

Коэффициент B определяется из (9)

$$B = \frac{Bi_K^*}{1 + Bi_K^*} . \qquad (11)$$

Подставляя в (9) выражения (10) и (11), получаем

$$\theta = C_o \exp(-\beta^2 F_o^*), \qquad (12)$$

$$\beta^2 = \frac{Bi_K^*(1-B)^2 + \frac{4}{3}B^2}{1 - \frac{2}{3}B + \frac{1}{5}B^2} .$$

Произвольная постоянная интегрирования C определяется из условия

$$\delta \int_0^1 \left[1 - C_o(1 - Bx_1^2)\right]^2 dx_1 = 0,$$

где

$$C_o = \frac{1 - \frac{1}{3}B}{1 - \frac{2}{3}B + \frac{1}{3}B^2} .$$

Для случая, когда $Bi_K = 0,2S_K + 0,25$; $K_{\lambda_1} = 0,75$; $K_{c\rho,\rho_1} = -0,3$; $\frac{T_o}{T_\infty} = 4$ по формуле (12) находим

$$\theta = 1,034(1 - 0,104x_1^2)\exp(-0,31F_o^*). \qquad (13)$$

Полагая в выражении (13) x_1 = I и x_1 = 0, получаем выражения температур поверхности и середины пластины:

$$\theta|_{x_1=1} = 0,926 \exp(-0,31 F_o^*); \qquad (14)$$

$$\theta|_{x_1=0} = 1,034 \exp(-0,31 F_o^*). \qquad (15)$$

В таблице сопоставлены данные квазилинейного решения и счета на ЭВМ.

Значения F_o	Данные ЭВМ		Данные решения	
	$\theta/_{x_1}=1$	$\theta/_{x_1}=0$	уравнения (I4)	уравнения (I5)
			$\theta/_{x_1}=1$	$\theta/_{x_1}=0$
0,00	I,000	I,000	0,926	I,034
0,20	0,864	0,964	0,870	0,972
0,40	0,8I4	0,926	0,8I8	0,9I3
0,60	0,772	0,879	0,769	0,857
0,80	0,740	0,845	0,723	0,807
I,00	0,7I0	0,825	0,679	0,758

Приведенный пример показывает целесообразность проведенного аналитического решения нелинейной задачи нестационарной теплопроводности и удовлетворительное совпадение полученных значений с результатами численного решения.

Библиографический список

I. Л а в р е н т ь е в М.М. Об интегральных уравнениях первого рода /Докл. Акад. наук СССР, I959. I27. № I. С. 3I-33.

2. Л а в р е н т ь е в М.М. О некоторых некорректных задачах математической физики. Новосибирск: Изд-во СО АН СССР. I962. 92 с.

3. К у д р я ш е в Л.И., М е н ь ш и х Н.Л. Приближенные решения нелинейных задач теплопроводности. М.: Машиностроение, I979. 232 с.