онный луч обладает значительно меньшей амплитудой, то для наблюдения четкой интерференционной картины на пути вспомогательного луча необходимо ставить ослабляющую световой поток пластину.

АНАЛИЗ ПРОГИБА ПЛАСТИНЫ АДАПТИВНОГО ЗЕРКАЛА

Савельев А. В., Матюнин С.А.

Большинство элементов инженерных сооружений, подлежащих расчету на изгиб, может быть сведено к расчетным схемам бруса или оболочки.

Под *брусом* понимается всякое тело, одно из измерений которого (длина) значительно больше двух других. Под *оболочкой* понимается тело, одно из измерений которого (толщина) значительно меньше двух других. Геометрическое место точек, равноотстоящих от обеих поверхностей оболочки, носит название *срединной поверхности*. Если срединная поверхность оболочки является плоскостью, то такую оболочку называют *пластиной*. Пластины классифицируются по форме очертания внешнего контура. Так, пластины могут быть круглыми, прямоугольными, трапециевидными и пр. Если срединная поверхность образует часть сферы, конуса или цилиндра, оболочку соответственно называют сферической, конической или цилиндрической. Геометрия оболочки определяется не только формой срединной поверхности. Нужно знать также закон изменения толщины оболочки. Однако большинство встречающихся на практике оболочек имеет, как правило, постоянную толщину.

Осесимметричными, или просто *симметричными*, оболочками называются такие, срединная поверхность которых представляет собой поверхность вращения. Будем полагать в дальнейшем, что нагрузка, действующая на такую оболочку, также обладает свойствами осевой симметрии. Для таких оболочек задача расчета значительно упрощается, т.к. все внутренние силы для такой оболочки по дуге круга не изменяются и зависят только от текущего радиуса или длины дуги, измеренной вдоль образующей тела вращения.

Рассмотрим случай изгиба, не связанного с растяжением. Пусть под действием внешних сил, перпендикулярных к срединной плоскости, пластина меняет свою кривизну. Это изменение кривизны происходит, как правило, одновременно в двух плоскостях, в результате чего образуется некоторая слабо изогнутая поверхность двоякой кривизны, так называемая *упругая поверхность*. Форма упругой поверхности характеризуется законом изменения прогибов пластины w. При расчете пластин считается, что прогиб w существенно меньше толщины пластины h. Именно в этом предположении можно изгиб пластины рассматривать независимо от растяжения. Пластины, удовлетворяющие этому условию, называют иногда тонкими *плитами*. Пластины, прогибы которых соизмеримы с толщиной, рассчитываются с учетом растяжения срединной поверхности.

Теория изгиба пластин и оболочек основана на некоторых упрощающих предположениях. Первым из них является предположение о *неизменности* нормали или так называемая *гипотеза Кирхгофа*. Принимается, что точки, расположенные на некоторой прямой, нормальной к срединной поверхности до деформации, после деформации снова образуют прямую, нормальную к деформированной поверхности. Такое предположение выражает тот факт, что угловыми деформациями оболочек можно пренебречь по сравнению с угловыми перемещениями. Будем также считать, что нормальные напряжения в сечениях, параллельных срединной плоскости, пренебрежимо малы по сравнению с изгибными напряжениями, т. е. надавливание между слоями отсутствует.

Рассмотрим пластину постоянной толщины h, полностью защемленную по контуру и нагруженную внешними силами, симметрично расположенными относительно оси пластины z. Прогиб пластины обозначим через w, а угол поворота нормали – через v (рис. 1). Величины w и v являются функциями только радиуса r и связаны между собой очевидным соотношением:

$$v = -\frac{dw}{dr} \qquad (1)$$

Знак минус берется в соответствии со схемой прогиба, показанной на рис.1. С уменьшением прогиба w угол v возрастает. Впрочем, этот знак не является принципиальным и определяется только направлением отсчета w.

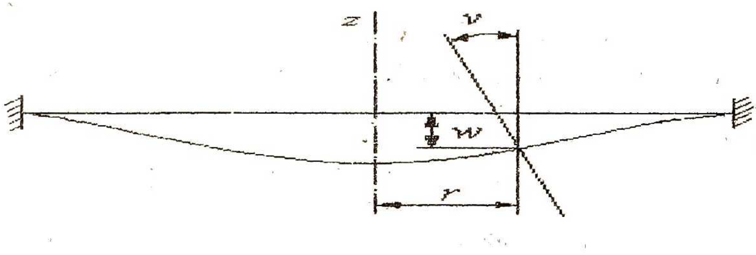

Рисунок 1. Схема прогиба пластины

Известна следующая формула:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}, \qquad (2)$$

где D – величина, называемая *жесткостью пластины* (или оболочки) на изгиб;

E – модуль упругости первого рода;

μ - безразмерный коэффициент пропорциональности, называемый *коэффициентом Пуассона*. Величина μ характеризует свойства материала и определяется экспериментально. Для всех материалов числовые значения μ лежат в пределах 0,25 … 0,35.

Действие на пластину симметрично расположенных относительно оси z внешних сил будем характеризовать величиной p – давлением в $Н/м^2$, которое в полярной системе координат является функцией радиуса r и угла отклонения φ (рис. 2).

Угол поворота нормали v можно найти, используя формулу, взятую из курса сопротивления материалов:

$$v = C_1 r + \frac{C_2}{r} - \frac{1}{Dr}\int[r\int Qdr]dr, \qquad (3)$$

где C_1 и C_2 – произвольные постоянные интегрирования, которые надлежит определять из граничных условий в каждом конкретном случае;

Q – поперечная сила.

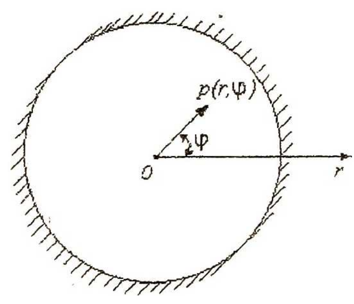

Рисунок 2. Круглая пластина – вид сверху

Определение поперечной силы Q удобно производить, рассматривая условия равновесия центральной части пластины, выделяемой цилиндрическим сечением радиуса r. В нашем случае будет иметь место равенство:

$$Q \cdot 2\pi r = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^r p(r,\varphi) r dr, \qquad (4)$$

откуда

$$Q = \frac{\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^r p(r,\varphi) r dr}{2\pi r}. \qquad (5)$$

Подставляя Q из выражения (5) в выражение (3), получим:

$$v = C_1 r + \frac{C_2}{r} - \frac{1}{Dr}\int [r \int \frac{\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_o^r p(r,\varphi) r dr}{2\pi r} dr] dr. \qquad (6)$$

Угол поворота v в центре пластины (при $r = 0$) должен быть равен нулю. Но это возможно только в том случае, если $C_2 = 0$. Таким образом (6) приобретает вид:

$$v = C_1 r - \frac{1}{Dr}\int [r \int \frac{\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_o^r p(r,\varphi) r dr}{2\pi r} dr] dr. \qquad (7)$$

Угол поворота v по периметру контура (в месте закрепления) при $r = R$ равен нулю, откуда

$$C_1 = \frac{1}{DR^2}\int [r \int \frac{\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_o^r p(r,\varphi) r dr}{2\pi r} dr] dr. \qquad (8)$$

Подставив C_1 из выражения (8) в выражение (7), получим:

$$v = (\frac{r}{DR^2} - \frac{1}{Dr})\int [r \int \frac{\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_o^r p(r,\varphi) r dr}{2\pi r} dr] dr. \qquad (9)$$

После того как функция v найдена, из выражения (1) определяется величина прогиба w.