

**В. И. ВИТЕВСКИЙ,  
Е. П. СМЕЛЯКОВ,  
И. З. РОХЛЕНКО**

## **РАСЧЕТ ПОЯСА РОГОВСКОГО С УЧЕТОМ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЦЕПИ**

Способ электрогидравлической штамповки (ЭГШ) получает все более широкое распространение в промышленности. Он позволяет обрабатывать детали сложной формы из труднодеформируемых материалов с применением простой и дешевой оснастки.

Задачи дальнейшего совершенствования и внедрения ЭГШ требуют выявления зависимости между энергетическими и силовыми параметрами процесса. Сложность исследований в этой области заключается в высокой скорости и интенсивности процессов выделения и преобразования энергии. Поэтому аппаратура, используемая для исследования параметров электрогидравлической штамповки, должна обладать хорошими динамическими характеристиками, вносить минимальные искажения в исследуемый сигнал и быть устойчивой по отношению к помехам и наводкам.

Важнейшими характеристиками разряда накопителя энергии электрогидравлической установки являются разрядный ток и напряжение на электродах. Они определяют мощность, развиваемую установкой, а следовательно, и интенсивность нагружения заготовки. Величина тока разряда, кроме того, влияет на стойкость и надежность электродов, разрядников и конденсаторов.

Измерение импульсного напряжения на электродах не вызывает затруднений. Для этой цели используются емкостно-омические делители напряжения. Напротив, измерение разрядного тока связано с большими трудностями.

Амплитуда тока электрогидравлических установок достигает сотен тысяч ампер. Силовой разрядный контур имеет малую индуктивность и активное сопротивление. Поэтому включение в него

измерительного шунта приводит к заметному изменению режима разряда. Кроме того, на частотах, при которых работают электрогидравлические установки (десятки килогерц), трудно добиться достаточно малого отношения индуктивного и активного сопротивлений шунта, что приводит к появлению значительной индуктивной составляющей в регистрируемом сигнале.

От большинства указанных недостатков свободен другой метод измерения тока разряда — с помощью воздушного тороидального трансформатора тока (пояса Роговского).

В этом случае отсутствует гальваническая связь между силовой и измерительной цепями, и взаимодействие между ними осуществляется за счет магнитного поля разрядного тока.

Пояс Роговского (рис. 2) размещается концентрично относительно токопровода силового контура. Ток разряда наводит в нем э.д.с. взаимной индукции, пропорциональную производной тока по времени:

$$E = -M \frac{dI_1}{dt},$$

где

$E$  — э. д. с. взаимной индукции,  $v$ ;

$M$  — взаимная индуктивность силового и измерительного контуров,  $гн$ ;

$I_1$  — разрядный ток в силовом контуре,  $a$ .

К выводам катушки пояса  $L_2$  подключена интегрирующая цепь  $R_2 C_2$ . При соответствующем выборе параметров  $L_2$ ,  $R_2$ ,  $C_2$  можно обеспечить пропорциональность между током силового контура и напряжением на конденсаторе  $C_2$ .

При расчете пояса Роговского обычно используется методика МЭИ [1]. Согласно этой методике параметры измерительного контура должны удовлетворять соотношениям:

$$R_2 \gg \omega_{02} L_2; \quad R_2 \gg \frac{1}{\omega_{02} C_2};$$

$$\omega_{01} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \omega_{02} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}},$$

где

$\omega_{01}$  — собственная частота силового разрядного контура;

$\omega_{02}$  — собственная частота измерительного контура.

Опыт эксплуатации поясов Роговского, рассчитанных по этой методике, показал, что им свойственна характерная погрешность регистрации — сдвиг нулевой линии осциллограммы тока относительно начального положения луча осциллографа (см. рис. 1). Величина этой погрешности зависит от соотношения частот силового и измерительного контуров.

Для выяснения причины искажения осциллограммы тока нами проведен анализ переходного процесса в поясе Роговского как в цепи, индуктивно связанной с силовым разрядным контуром.

Эквивалентная схема измерения тока приведена на рис. 2. На схеме индексом 1 обозначены параметры силового разрядного контура, а индексом 2 — параметры измерительной цепи. Ток измери-

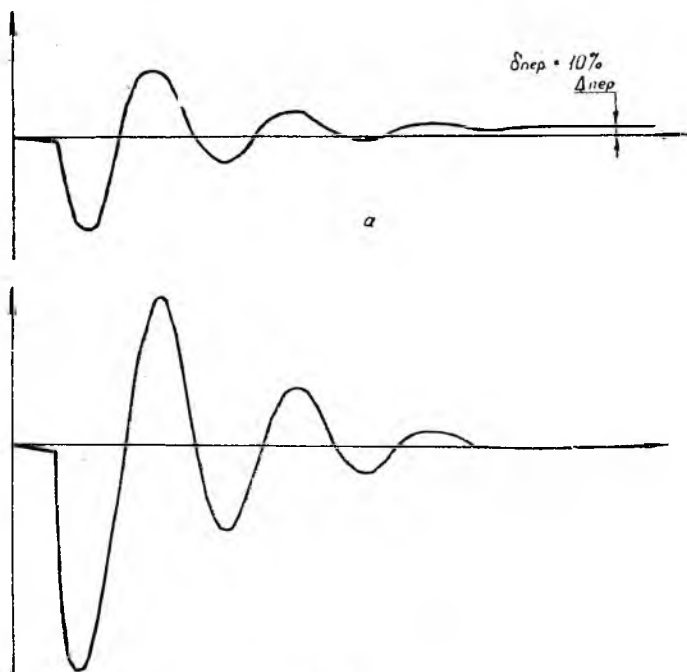


Рис. 1.

тельной цепи на 3—4 порядка меньше тока силового контура, поэтому влиянием его на силовой контур можно пренебречь без ущерба для точности расчета.

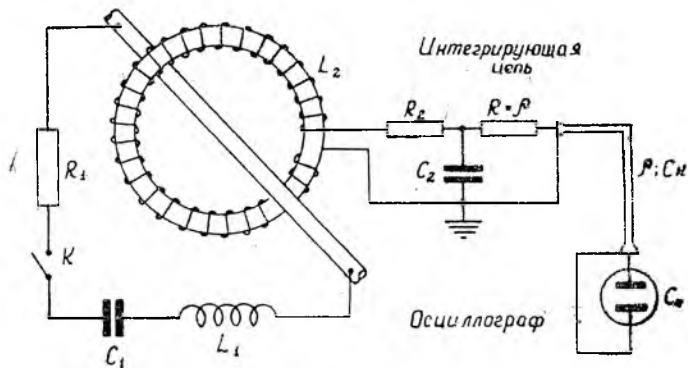


Рис. 2.

Разрядный ток силового контура определяется формулой:

$$I_1 = -\frac{U_0}{L_1} \frac{1}{p_1 - p_2} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}), \quad (1)$$

где  $U_0$  — начальное напряжение накопителя энергии,  $v$ ;  
 $L_1$  — индуктивность силового контура,  $zH$ ;  
 $p_1$  и  $p_2$  — корни характеристического уравнения силового контура, определяемые выражением:

$$p_{1,2} = -\frac{R_1}{2L_1} \pm \sqrt{\frac{R_1^2}{4L_1^2} - \frac{1}{L_1 C_1}}. \quad (2)$$

В электротехнике формула (1) применяется для расчета аperiodического разряда конденсатора, но можно показать, что она пригодна также и для случаев предельно-аperiodического и колебательного разрядов.

В самом деле, обозначив слагаемые выражения (2):

$$\frac{R_1}{2L_1} = \alpha_1; \quad \sqrt{\frac{R_1^2}{4L_1^2} - \frac{1}{L_1 C_1}} = \beta_1,$$

можем написать его в виде:

$$p_{1,2} = -\alpha_1 \pm \beta_1.$$

С учетом этого равенства преобразуем формулу (1):

$$\begin{aligned} I_1 &= -\frac{U_0}{2\beta_1 L_1} [e^{(-\alpha_1 t + \beta_1 t)} - e^{(-\alpha_1 t - \beta_1 t)}] = \\ &= -\frac{U_0}{\beta_1 L_1} e^{-\alpha_1 t} \frac{e^{\beta_1 t} - e^{-\beta_1 t}}{2} = -\frac{U_0}{\beta_1 L_1} e^{-\alpha_1 t} \operatorname{sh} \beta_1 t. \end{aligned}$$

При колебательном разряде

$$R_1 < 2 \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}, \quad \frac{R_1^2}{4L_1^2} < \frac{1}{L_1 C_1}$$

поэтому, заменив  $\beta_1 = i\omega_1$ , и учитывая, что

$$\sin z = -i \operatorname{sh} iz,$$

получим общепринятое выражение тока при колебательном разряде конденсатора:

$$I_1 = -\frac{U_0}{\omega_1 L_1} e^{-\alpha_1 t} \sin \omega_1 t. \quad (3)$$

Указанное свойство формулы (1) позволяет использовать ее в дальнейших расчетах без ограничения общности результатов для любого режима разряда.

Рассмотрим процессы в измерительной цепи. Запишем уравнение измерительного контура в операторной форме:

$$pL_2 I_2(p) + R_2 I_2(p) + \frac{I_2(p)}{pC_2} = -MpI_1(p). \quad (4)$$

Подставив в уравнение (4) операторное выражение первичного тока

$$I_1(p) = -\frac{U_0}{L_1} \cdot \frac{1}{p^2 + \frac{R_1}{L_1} p + \frac{1}{L_1 C_1}}$$

и решив полученное уравнение относительно  $I_2(p)$ , определим

$$I_2(p) = \frac{MU_0}{L_1 L_2} \frac{p^2}{(p-p_1)(p-p_2)(p-p_3)(p-p_4)},$$

где

$M$  — взаимная индуктивность силового и измерительного контуров,  $гн$ ;

$p_3, p_4$  — корни характеристического уравнения измерительного контура.

Регистрируемый на осциллографе сигнал снимается с конденсатора  $C_2$ . Величина этого сигнала определяется путем интегрирования тока измерительного контура:

$$U_{C_2}(t) = \frac{1}{C_2} \int_0^t I_2(t) dt = \frac{MU_0}{L_1 L_2 C_2} \frac{p}{(p-p_1)(p-p_2)(p-p_3)(p-p_4)}.$$

С помощью теоремы разложения получаем оригинал интересующего нас напряжения;

$$U_{C_2}(t) = \frac{MU_0}{L_1 L_2 C_2} \left[ \frac{p_1 e^{p_1 t}}{(p_1-p_2)(p_1-p_3)(p_1-p_4)} + \frac{p_2 e^{p_2 t}}{(p_2-p_1)(p_2-p_3)(p_2-p_4)} \right] + \frac{MU_0}{L_1 L_2 C_2} \left[ \frac{p_3 e^{p_3 t}}{(p_3-p_1)(p_3-p_2)(p_3-p_4)} + \frac{p_4 e^{p_4 t}}{(p_4-p_1)(p_4-p_3)(p_4-p_4)} \right]. \quad (5)$$

Как видно из формулы (5), напряжение на конденсаторе  $C_2$ , а следовательно и на отклоняющих пластинах осциллографа, состоит из двух составляющих. Одна из них — вынужденная, определяемая разрядом накопителя энергии силового контура. Вторая — свободная, возникающая в результате переходного процесса в контуре пояса Роговского. Она и приводит к искажению осциллограммы.

Рассмотрим сначала вынужденную составляющую:

$$U_{в} = \frac{MU_0}{L_1 L_2 C_2} \left[ \frac{p_1 e^{p_1 t}}{(p_1-p_2)(p_1-p_3)(p_1-p_4)} + \frac{p_2 e^{p_2 t}}{(p_2-p_1)(p_2-p_3)(p_2-p_4)} \right].$$

В случае равенства собственных частот силового и измерительного контуров

$$\frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}; p_1 p_2 = p_3 p_4. \quad (6)$$

с учетом формулы (1) получаем:

$$U_{в} = \frac{M}{L_2 C_2} \frac{1}{\frac{R_2}{L_2} - \frac{R_1}{L_1}} \cdot \frac{U_0}{L_1} \frac{1}{p_1 - p_2} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}).$$

$$U_n = - \frac{M}{L_2 C_2} \frac{1}{\frac{R_2}{L_2} - \frac{R_1}{L_1}} \cdot I_1. \quad (7)$$

Независимость коэффициента передачи пояса Роговского от параметров силового контура может быть получена при  $\frac{R_2}{L_2} \gg \frac{R_1}{L_1}$ . В этом случае

$$U_n = - \frac{M}{R_2 C_2} I_1. \quad (8)$$

Как указывалось выше, основной причиной погрешности при регистрации импульсных токов с помощью пояса Роговского является переходный процесс в измерительном контуре. Амплитуда напряжения переходного процесса определяется выражением:

$$U_{св} = \frac{M U_0}{L_1 L_2 C_2} \left[ \frac{p_3 e^{p_3 t}}{(p_3 - p_1)(p_3 - p_2)(p_3 - p_4)} + \frac{p_4 e^{p_4 t}}{(p_4 - p_1)(p_4 - p_2)(p_4 - p_3)} \right]. \quad (9)$$

При равенстве собственных частот силового и измерительного контуров [см. формулу (6)] это выражение приобретает такой вид:

$$U_{св} = \frac{M}{L_2 C_2} \frac{1}{\frac{R_2}{L_2} - \frac{R_1}{L_1}} \cdot \frac{U_0}{L_1} \frac{1}{p_3 - p_4} (e^{p_3 t} - e^{p_4 t}).$$

С некоторым завышением за максимальное значение свободной составляющей регистрируемого напряжения можно принять амплитуду одного из слагаемых в момент времени  $t=0$ , т. е.

$$U_{св. \max} = \frac{M}{L_2 C_2} \frac{1}{\frac{R_2}{L_2} - \frac{R_1}{L_1}} \cdot \frac{U_0}{L_1} \frac{1}{p_3 - p_4}. \quad (10)$$

Отношение максимальных значений свободной и вынужденной составляющей дает нам относительную погрешность за счет переходного процесса:

$$\left| \frac{U_{св. \max}}{U_{в. \max}} \right| = \frac{U_0}{L_1 I_{1 \max}} \cdot \frac{1}{p_3 - p_4} \leq \delta_{пер}. \quad (11)$$

где  $\delta_{пер}$  — допустимая погрешность осциллограммы за счет переходного процесса в поясе Роговского.

Неравенство (11) позволяет определить параметры измерительной цепи, обеспечивающие заданную величину погрешности:

$$(p_3 - p_4) \geq \frac{U_0}{L_1 I_{1 \max} \delta_{пер}}. \quad (12)$$

Если собственные частоты силового и измерительного контуров различны, коэффициенты при экспонентах  $e^{p_3 t}$  и  $e^{p_4 t}$  в формуле (9) не равны и осуществить ее непосредственное преобразование, как сделано выше, не удастся. Поэтому поступим следующим образом. Обозначим отношение собственных частот через:

$$\eta = \frac{\omega_{02}}{\omega_{01}}, \quad \eta^2 p_1 p_2 = p_3 p_4. \quad (13)$$

При подстановке выражения (13) в формулу (9) последняя приобретает следующий вид:

$$U_{св} = \frac{MU_0}{L_1 L_2 C_2} \frac{1}{p_3 - p_4} \left[ \frac{e^{p_3 t}}{\left( p_3 + \frac{p_4}{\gamma^2} - p_1 - p_2 \right)} - \frac{e^{p_4 t}}{\frac{p_3}{\gamma^2} + p_4 - p_1 - p_2} \right].$$

Так как декремент затухания  $p_3 t$  значительно меньше  $p_4 t$ , пренебрегаем вторым слагаемым в скобках и принимаем за максимальное значение свободной составляющей ее величину при  $t=0$ :

$$U_{св. \max} = \frac{MU_0}{L_1 L_2 C_2} \frac{1}{p_3 - p_4} \frac{1}{p_3 + \frac{p_4}{\gamma^2} - p_1 - p_2}.$$

Учитывая, что измерительный контур обладает большим затуханием, т. е.  $p_4$  по абсолютной величине на несколько порядков больше  $|p_1|$ ,  $|p_2|$  и  $|p_3|$ , получим выражение для относительной погрешности переходного процесса:

$$\left| \frac{U_{св. \max}}{U_{в. \max}} \right| = \frac{\gamma^2 U_0}{L_1 I_{1 \max} (p_3 - p_4)} \leq \delta_{пер}. \quad (14-a)$$

В контуре с большим затуханием

$$(p_3 - p_4) = 2 \sqrt{\frac{R_2^2}{4L_2^2} - \frac{1}{L_2 C_2}} \approx \frac{R_2}{L_2}.$$

На основании этого из неравенства (14-a) получаем условие обеспечения допустимой погрешности переходного процесса:

$$\frac{R_2}{L_2} \geq \frac{\gamma^2 U_0}{L_1 I_{1 \max} \delta_{пер}}. \quad (14)$$

Сравнивая выражения (14) и (12), можно заметить, что погрешность от переходного процесса сильно возрастает при увеличении отношения собственных частот силового и измерительного контуров. Это обстоятельство следует учитывать при расчете поясов Роговского для работы в определенном частотном диапазоне. В этом случае целесообразно выбирать собственную частоту пояса вблизи нижней границы частотного диапазона силового контура.

Выражения (8) и (14) совместно с уравнением собственной частоты измерительного контура позволяют составить систему уравнений для определения параметров пояса Роговского по заданной чувствительности и допустимым переходным искажениям.

$$\left. \begin{aligned} U_{в} &= -\frac{M}{R_2 C_2} I_1 \\ \omega_{02} &= \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \\ \frac{R_2}{L_2} &\geq \frac{\gamma_2 U_0}{L_1 I_{1 \max} \delta_{пер}} \end{aligned} \right\} \quad (15-a)$$

В системе (15-а) четыре неизвестных величины:  $M$ ,  $L_2$ ,  $R_2$ ,  $C_2$ . Сократить число неизвестных до трех можно, выразив взаимную индукцию  $M$  и индуктивность  $L_2$  через число витков катушки пояса Роговского. В самом деле, взаимную индукцию коаксиальной катушки с осесимметричным проводом можно определить по формуле:

$$M = \frac{L_2}{W},$$

где  $W$  — число витков обмотки пояса Роговского.

Индуктивность тороидальных катушек определяется по следующим формулам [3]:

а) катушки круглого сечения:

$$L = \frac{\mu_0}{2} (D - \sqrt{D^2 - d^2}) \cdot W^2; \quad (17)$$

б) катушки прямоугольного сечения:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} a \ln \frac{D+b}{D-b} \cdot W^2, \quad (18)$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  — магнитная проницаемость пустоты,  $гн/м$ ;

$D$  — средний диаметр катушки,  $м$ ;

$d$  — средний диаметр витка круглой катушки,  $м$ ;

$a$  — длина прямоугольной катушки,  $м$ ;

$b$  — высота прямоугольной катушки,  $м$ ;

Учитывая (16), (17) и (18), индуктивность катушки пояса Роговского и взаимную индукцию можно представить в виде:

$$L_2 = \gamma \cdot W^2, \quad (19)$$

$$M = \gamma \cdot W, \quad (20)$$

где  $\gamma$  — коэффициент зависящий от формы и размеров катушки, и определяемый, согласно (17) и (18), выражениями:

$$\gamma = \frac{\mu_0}{2} (D - \sqrt{D^2 - d^2}) \quad \text{— для круглой катушки;} \quad (17-а)$$

$$\gamma = \frac{\mu_0}{2\pi} a \ln \frac{D+b}{D-b} \quad \text{— для прямоугольной катушки.} \quad (18-а)$$

Подставляя выражения (19) и (20) в систему (15-а), делаем ее разрешимой относительно  $R_2$ ,  $C_2$  и  $\omega$ :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\gamma W}{R_2 C_2} &= \left| \frac{U_{в. \max}}{I_{1 \max}} \right| \\ \frac{1}{\gamma W^2 C_2} &= W_{02}^2 \\ \frac{R_2}{\gamma W^2} &\geq \frac{\gamma^2 U_0}{L_1 I_{1 \max} \delta_{\text{пер}}} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$



Решая систему (15) методом подстановки, определяем интересные нас параметры:

$$L_2 = \gamma W^2 W \geq \frac{k \cdot A}{\gamma \cdot \omega_{02}^2}, \quad (19,21)$$

$$C_2 = \frac{1}{L_1 \omega_{02}^2} R_2 = \frac{L_2}{W \cdot K \cdot C_2}. \quad (22,23)$$

В этих выражениях  $A = \frac{\gamma^2 U_0}{L_1 I_{1 \max} \delta_{\text{пер}}}$ ;  $k = \left| \frac{U_{b \max}}{I_{1 \max}} \right|$ .

На основании проведенного анализа можно рекомендовать следующий порядок расчета пояса Роговского. Необходимо задаться исходными данными:

- а) максимальным током силового контура  $I_{1 \max}$ ;
- б) максимальной крутизной тока силового контура  $\frac{U_0}{L_1}$ ;
- в) допустимой погрешностью переходного процесса  $\delta_{\text{пер}}$ ;
- г) наибольшим отношением собственных частот силового и измерительных контуров  $\eta$ ;
- д) собственной частотой измерительного контура  $\omega_{02}$ ;
- е) максимальным напряжением, подаваемым на пластины осциллографа  $U_{b \max}$ ;
- ж) формой и размерами катушки пояса.

Вначале рассчитывается коэффициент  $\gamma$  по формуле (17 а) или (18 а), в зависимости от типа выбранной катушки. Затем по формуле (21) определяется число витков катушки  $L_2$ . После этого производится проверка возможности укладки обмотки в один слой на выбранный сердечник. Если полученное по расчету число витков слишком велико, производится корректировка размеров катушки и повторяется этот этап расчета. После окончательного выбора размеров и числа витков катушки определяются параметры измерительного контура  $L_2$ ,  $C_2$  и  $R_2$  по формулам (19), (22), (23).

Пояса Роговского, спроектированные по описанной методике, испытывались на электрогидравлических установках в диапазоне частот  $5 \div 15$  и  $20 \div 60$  кГц. Качество осциллограммы тока контролировалось с помощью осциллограммы напряжения, полученной с применением компенсированного делителя напряжения.

Испытания подтвердили правильность выводов данной работы и предложенной методики расчета пояса Роговского.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Труды МЭИ, вып. 45, 1964.
2. ПТЭ, 1964, № 2, стр. 100.
3. П. Л. Калантаров, Л. А. Цейлин. Расчет индуктивностей. М—Л, 1955.