КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
ТРУДЫ. ВЫПУСК XX, ЧАСТЬ II. 1965 г.
Вопросы технологии производства летательных аппаратов

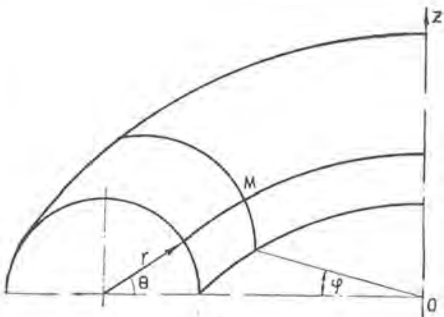
М. И. РАЗУМИХИН, Р. М. БЕЛЯШЁВ, Ю. И. БОЛОТИН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ФЛАНЦА ЗАГОТОВКИ НА ВТОРЫХ ПЕРЕХОДАХ РЕВЕРСИВНОЙ ШТАМПОВКИ-ВЫТЯЖКИ

Предложенная Ю. Н. Алексеевым [1] схема решения задач вязко-пластического течения металлов дает возможность исследовать напряженно-деформированное состояние материала заготовки при реверсивной штамповке-вытяжке на вторых переходах. Поскольку протяжное ребро при реверсивной вытяжке представляет собой правильный полутор, задача решается в тороидальной системе координат (фиг. 1).

Принимая за криволинейные координаты r; Θ; φ, получим связь тороидальных координат с декартовыми:

$$x = (a - r\cos\Theta)\cos\varphi;$$
$$y = (a - r\cos\Theta)\sin\varphi; \quad (1)$$
$$z = r\cdot\sin\Theta.$$



Фиг. 1.

Определим коэффициенты Ламэ:

$$H_r = 1; \quad H_\theta = r;$$
$$H_\varphi = a - r\cos\Theta. \quad (2)$$

Основываясь на симметрии течения, введем следующие допущения:

1. силы трения между протяжным ребром и заготовкой, а также между заготовкой и прижимом отсутствуют;

2. силами веса и инерции заготовки пренебрегаем;

3. изменение толщины материала заготовки в процессе вытяжки не происходит;

4. скорости по толщине заготовки не меняются;

5. в процессе осесимметричной вытяжки касательная скорость V_θ зависит только от координаты Θ, а радиальная и окружная отсутствуют.

$$V_r = 0; \quad V_\theta = V_\theta(\Theta); \quad V_\varphi = 0. \tag{3}$$

Тогда уравнение неразрывности в тороидальной системе координат с учетом (3) запишется:

$$\frac{\partial}{\partial \Theta}[V_\theta (a - r\cos\Theta)] = 0. \tag{4}$$

Решением его будет функция

$$V_\theta = \frac{C}{a - r\cos\Theta}. \tag{5}$$

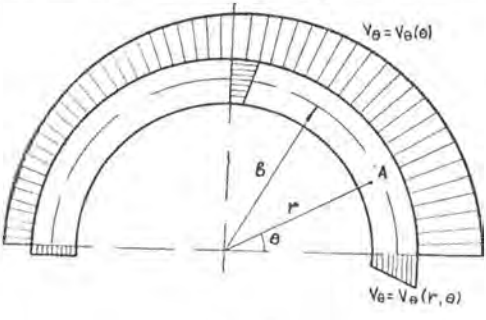
Используя граничное условие:

$$\Theta = 180^\circ, \quad V_\theta = -V_0, \tag{6}$$

получим значение касательной скорости

$$V_\theta = \frac{-V_0(a + r)}{a - r\cos\Theta}. \tag{7}$$

На фиг. 2 представлена диаграмма распределения скоростей по протяжному ребру матрицы и по толщине заготовки.



Фиг. 2.

Четвертое допущение позволяет записать выражение (7) в следующем виде:

$$V_\theta = \frac{-V_0(a + b)}{a - b\cos\Theta}, \tag{8}$$

а коэффициенты Ламэ

$$H_r = 1; \; H_\theta = b;$$
$$H_\varphi = a - b\cos\Theta. \tag{9}$$

Такая запись дает возможность довольно просто получить поле напряжений и деформаций.

В тороидальной системе координат для определения скоростей деформации частиц имеем формулы:

$$\varepsilon_{rr}=0; \qquad \varepsilon_{r\theta}=0;$$

$$\varepsilon_{\theta\theta}=\frac{1}{H_\theta}\,\frac{\partial V_\theta}{\partial\theta}; \qquad \varepsilon_{\theta\varphi}=0; \tag{10}$$

$$\varepsilon_{\varphi\varphi}=\frac{V_\theta}{H_\theta\,H_\varphi}\,\frac{\partial H_\varphi}{\partial\vartheta}; \qquad \varepsilon_{\varphi r}=0.$$

С учетом (8) и (9) они напишутся:

$$\varepsilon_{rr}=0; \qquad \varepsilon_{r\theta}=0$$

$$\varepsilon_{\theta\theta}=\frac{V_0\,(a+b)\sin\Theta}{(a-b\cos\Theta)^2}; \qquad \varepsilon_{\theta\varphi}=0; \tag{11}$$

$$\varepsilon_{\varphi\varphi}=-\frac{V_0\,(a+b)\sin\Theta}{(a-b\cos\Theta)^2}; \qquad \varepsilon_{\varphi r}=0.$$

Тогда выражение для интенсивности скоростей деформации примет вид:

$$\varepsilon_i=\frac{2}{\sqrt{3}}\,\frac{V_0\,(a+b)\sin\Theta}{(a-b\cos\Theta)^2}. \tag{12}$$

Допустим, что материал заготовки обладает идеально пластическими свойствами, т. е.:

$$\sigma_i=\sigma_s. \tag{13}$$

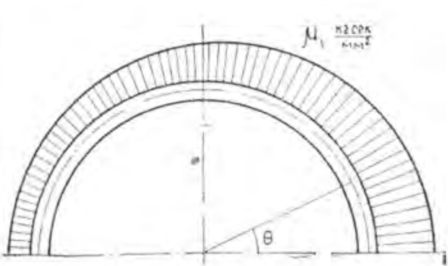
Тогда выражение для коэффициента жесткости:

$$\mu_i=\frac{1}{3}\,\frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \tag{14}$$

с учетом (12) и (13) запишется:

$$\mu_i=\frac{\sigma_s\,(a-b\cos\Theta)^2}{2\sqrt{3}\,V_0\,(a+b)\sin\Theta}. \tag{15}$$

На фиг. 3 представлено изменение коэффициента жесткости в зависимости от текущей координаты Θ точки.



Фиг. 3.

Распишем уравнение движения частиц металла фланца заготовки на протяжном ребре матрицы. Их наиболее общая форма записи в криволинейных ортогональных координатах дана в работе [2].

С учетом (8) и (9) они примут вид:

$$-\frac{\partial\sigma}{\partial r}=0;$$

$$-\frac{\partial\sigma}{\partial r}=\frac{2V_0(a+b)}{(a-b\cos\Theta)^2}\left(\sin\Theta\frac{\partial\mu_i}{\partial\Theta}+\mu_i\cos\Theta\right); \quad (16)$$

$$-\frac{\partial\sigma}{\partial\varphi}=0.$$

Подставив во второе уравнение (16) выражение (15), получим:

$$-\frac{\partial\sigma}{\partial\Theta}=\frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}}\frac{b\sin\Theta}{a-b\cos\Theta}. \quad (17)$$

Его интеграл

$$-\sigma=\frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}}\ln|a-b\cos\Theta|+C. \quad (18)$$

Постоянную интегрирования C найдем из граничного условия для касательного напряжения, выражение для которого через среднее напряжение σ имеет вид:

$$\sigma_{\theta\theta}=\sigma+2\mu_i\varepsilon_{\theta\theta}. \quad (19)$$

Принимая при $\Theta=180^\circ$ $\sigma_{\theta\theta}=0$, получим:

$$C=\frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}}\ln|a+b|-\frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}, \quad (20)$$

а выражение для среднего напряжения запишется:

$$\sigma=\frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}}\ln\left|\frac{a+b}{a-b\cos\Theta}\right|-\frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}. \quad (21)$$

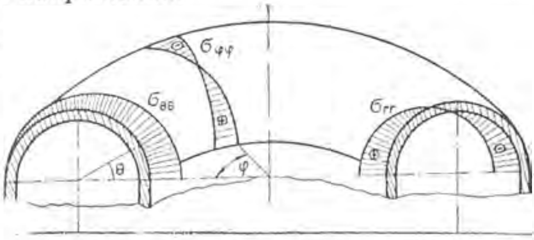
Расписывая выражения для остальных компонентов поля напряжений, представленных уравнениями:

$$\begin{aligned}\sigma_{\varphi\varphi}&=\sigma+2\mu_i\varepsilon_{\varphi\varphi};\\ \sigma_{rr}&=\sigma+2\mu_i\varepsilon_{rr},\end{aligned} \quad (22)$$

получим окончательно:

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta\theta}&=\frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}}\ln\left|\frac{a+b}{a-b\cos\Theta}\right|;\\ \sigma_{\varphi\varphi}&=\frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}}\ln\left|\frac{a+b}{a-b\cos\Theta}\right|-\frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}};\\ \sigma_{rr}&=\sigma.\end{aligned} \quad (23)$$

На фиг. 4 представлено распределение касательных, радиальных и окружных напряжений.



Фиг. 4.

Вычислим разность между касательными и окружными напряжениями:

$$\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\varphi\varphi} = 2\mu_i (\varepsilon_{\theta\theta} - \varepsilon_{\varphi\varphi}). \quad (24)$$

Подставив сюда значение коэффициента жесткости (15) и скоростей деформации (11), получаем:

$$\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\varphi\varphi} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s. \quad (25)$$

Это уравнение можно переписать:

$$\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\varphi\varphi} = \beta\sigma_s, \quad (26)$$

где $\beta = 1{,}155$.

Достаточно близкие к практике значения поля напряжения можно получить, произведя учет упрочнения материала. Введем линейную аппроксимацию диаграммы растяжения в виде:

$$\sigma_i = \sigma_s + \Pi e_i\,, \quad (27)$$

где σ_s — условный предел текучести упрочненного после первого перехода материала заготовки;

Π — модуль упрочнения;

e_i — интенсивность деформаций.

Связь компонентов скоростей деформации с соответствующими деформациями представляется следующими дифференциальными уравнениями:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial e_{rr}}{\partial \vartheta} \frac{V_0}{H_0};$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{\partial e_{\theta\theta}}{\partial \Theta} \frac{V_0}{H_0}; \quad (28)$$

$$\varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{\partial e_{\varphi\varphi}}{\partial \vartheta} \frac{V_0}{H_0}.$$

С учетом (9) и (11) интегралы уравнений (28) представляются выражениями:

$$e_{rr}=0;$$
$$e_{\theta\theta}=-\ln|a-b\cos\Theta|+C_1; \tag{29}$$
$$e_{\varphi\varphi}=\ln|a-b\cos\Theta|+C_2.$$

Постоянные интегрирования найдем из условия при

$$\Theta=180^\circ;\quad e_{\theta\theta}=e_{\varphi\varphi}=0.$$

Тогда выражения (29) примут вид:

$$e_{rr}=0;$$
$$e_{\theta\theta}=\ln\left|\frac{a+b}{a-b\cos\Theta}\right|; \tag{30}$$
$$e_{\varphi\varphi}=-\ln\left|\frac{a+b}{a-b\cos\Theta}\right|.$$

Интенсивность деформаций

$$e_i=\frac{2}{\sqrt{3}}\ln\left|\frac{a+b}{a-b\cos\Theta}\right|. \tag{31}$$

С учетом (31) выражение (27) запишется:

$$\sigma_i=\sigma_s+\frac{2}{\sqrt{3}}\Pi\ln\left|\frac{a+b}{a-b\cos\Theta}\right|. \tag{32}$$

Коэффициент жесткости, представленный выражением (14), можно записать:

$$\mu_i=\frac{(a-b\cos\Theta)^2}{V_0(a+b)\sin\Theta}\left[\frac{\sigma_s}{2\sqrt{3}}+\frac{\Pi}{3}\ln\left|\frac{a+b}{a-b\cos\Theta}\right|\right]. \tag{33}$$

Подставив во второе уравнение системы (16) выражение (33), получим:

$$-\frac{\partial\sigma}{\partial\theta}=\left[\frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}}-\frac{2}{3}\Pi+\frac{4}{3}\Pi\ln\left|\frac{a+b}{a-b\cos\Theta}\right|\right]\frac{b\sin\Theta}{a-b\cos\Theta}. \tag{34}$$

Его интеграл

$$-\sigma=\frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}}\ln|a-b\cos\Theta|-\frac{2}{3}\Pi\ln|a-b\cos\Theta|+$$
$$+\frac{4}{3}\Pi\ln|a+b|\ln|a-b\cos\Theta|-\frac{2}{3}\Pi\ln^2|a-$$
$$-b\cos\Theta|+C. \tag{35}$$

Приняв при $\Theta=180^\circ$ $\sigma_{\theta\theta}=0$, найдем из этого условия постоянную интегрирования C, а с учетом (19), (22) и (35) получим следующее поле напряжений:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}} \ln \left| \frac{a+b}{a-b\cos\Theta} \right| + \frac{2}{3} \Pi \ln^2 \left| \frac{a+b}{a-b\cos\Theta} \right|;$$

$$\sigma_{rr} = \frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}} \ln \left| \frac{a+b}{a-b\cos\Theta} \right| + \frac{2}{3} \Pi \ln^2 \left| \frac{a+b}{a-b\cos\Theta} \right| -$$

$$- \frac{2}{3} \Pi \ln \left| \frac{a+b}{a-b\cos\Theta} \right| - \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}; \qquad (35)$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}} \ln \left| \frac{a+b}{a-b\cos\Theta} \right| + \frac{2}{3} \Pi \ln^2 \left| \frac{a+b}{a-b\cos\Theta} \right| -$$

$$- \frac{4}{3} \Pi \ln \left| \frac{a+b}{a-b\cos\Theta} \right| - \frac{2\sigma_s}{\sqrt{3}}.$$

ВЫВОДЫ

В работе путем интегрирования дифференциальных уравнений движения Навье-Стокса, получено поле напряжений и поле деформаций при реверсивной штамповке-вытяжке листового металла на вторых переходах с учетом и без учета упрочнения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Н. Алексеев. Вопросы пластического течения металлов. Изд. ХГУ, Харьков, 1958.

2. Н. Е. Кочин. Векторное исчисление и начало тензорного. ОНТИ, 1937.