

А. А. ДУДИН, В. П. КНЯЗЕВ, Ю. М. ОВЧИННИКОВ

ДВИЖЕНИЕ УЧАСТКА ТОНКОСТЕННОЙ ОБОЛОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ДАВЛЕНИЯ ИМПУЛЬСНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Целью данного исследования является получение в приближенной форме уравнения, описывающего свободное перемещение участка тонкостенной цилиндрической оболочки под действием давления магнитного поля, получаемого при разряде батареи конденсаторов на систему «индуктор—заготовка». При этом учитывается изменение магнитного давления как в радиальном, так и в осевом направлении, связанное с перемещением оболочки во время деформирования и конечной длиной индуктора. Результаты такого исследования могут быть использованы при разработке технологических процессов, связанных с применением давления импульсного магнитного поля высокой напряженности, таких как сварка, калибровка, штамповка.

Рассмотрим систему «индуктор — деформируемая оболочка» (рис. 1) при следующих допущениях:

- 1) материал оболочки в рассматриваемом диапазоне давлений ведет себя подобно идеальной несжимаемой жидкости;
- 2) отсутствует деформация оболочки в направлении ее оси;
- 3) магнитное поле не проникает сквозь стенки оболочки за время деформации и полностью сосредоточено в зазоре между индуктором и стенкой оболочки;
- 4) в процессе деформации пренебрегаем изменением суммарной индуктивности разрядного контура и считаем, что частота разрядного тока в контуре $\omega = \text{const}$ в течение времени перемещения оболочки;
- 5) длина оболочки во много раз больше длины индуктора;
- 6) ширина зазора между витками индуктора много меньше

ширины витка ($b \ll a$), т. е. пренебрегаем неоднородностями магнитного поля, вызванными наличием межвитковой изоляции индуктора.

Ограничимся рассмотрением деформируемого участка длиной l , равной длине индуктора.

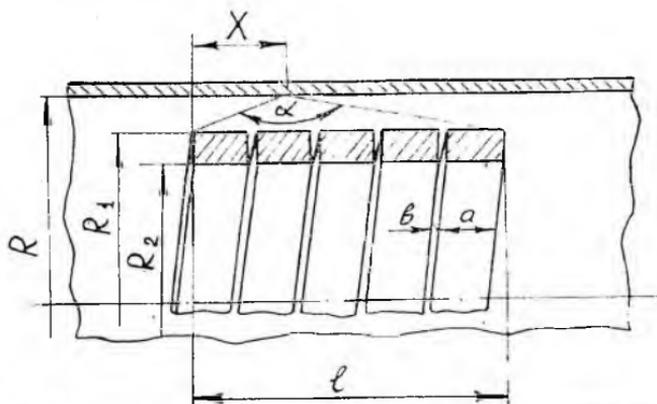


Рис. 1. Расчетная схема системы «индуктор-деформируемая оболочка»

Считая давление магнитного поля равномерно распределенным и учитывая допущения (1), (2) и (3), получим уравнение движения для деформируемого участка под действием внутреннего давления:

$$2\pi R H l \gamma \frac{d^2 R}{dt^2} = 2\pi R l P. \quad (1)$$

Здесь R , H — радиус и толщина деформируемого участка оболочки; γ — плотность материала оболочки; t — время. Принимая во внимание допущение (4), изменение давления магнитного поля во времени можно записать

$$P = P_0 \sin^2 \omega t, \quad (2)$$

где ω — круговая частота разряда;

P_0 — давление магнитного поля при $t = \frac{\pi}{2\omega}$.

На основании допущений (1) и (2) о движении деформируемого участка в целом можно судить по движению его отдельных поперечных сечений. Давление, действующее в каждом из этих сечений P_{0i} может быть легко выведено из законов Био-Савара и соотношения магнитных потоков внутри индуктора и в зазоре между индуктором и деформируемой оболочкой [1, 2]

$$P_{0i} = \frac{\mu_0 w^2}{2l^2} \left(\frac{\alpha}{\pi} \cdot \frac{S_0}{S'} \right)^2 \frac{U_0^2 C_0 \Delta^2}{L_0}, \quad (3)$$

где μ_0 — магнитная проницаемость, равная $4\pi \cdot 10^{-7} \frac{2H}{M}$;

- ω — число витков индуктора;
 α — угол, под которым видна длина индуктора из точки на поверхности оболочки, в которой определяется давление (рис. 1);
 S_0 — площадь внутренней полости индуктора в поперечном сечении;
 S — сумма площадей зазора между индуктором и оболочкой и внутренней полости индуктора в поперечном сечении;
 U_0 — начальное напряжение батареи конденсаторов;
 C_0 — емкость батареи конденсаторов;
 L_0 — начальная индуктивность разрядного контура;
 Δ — логарифмический декремент затухания тока разряда.

Значения α и $\frac{S_0}{S}$ могут быть выражены следующим образом через геометрические размеры системы «индуктор—деформируемая оболочка» (рис. 1)

$$\alpha = \pi - \text{Arctg} \frac{(R_i - R_1)l}{X_i(l - X_i) + (R_i - R_1)^2}; \quad (4)$$

$$\frac{S_0}{S} = \frac{R_2^2}{R_2^2 + R_i^2 - R_1^2}. \quad (5)$$

Используя выражения (2), (3), (4) и (5), запишем уравнение (1) в следующей форме:

$$\frac{d^2 R_i}{dt^2} = \frac{\mu_0 \omega^2}{2l^2 H_i \gamma} \left\{ \left[1 - \frac{1}{\pi} \text{Arctg} \frac{(R_i - R_1)l}{X_i(l - X_i) + (R_i - R_1)^2} \right] \times \right. \\ \left. \times \frac{R_2^2}{R_2^2 + R_i^2 - R_1^2} \right\}^2 \frac{U_0^2 C_0 \Delta^2}{L_0} \sin^2 \omega t. \quad (6)$$

Введем безразмерные величины:

$$r_i = \frac{R_i}{R_0} \text{ — безразмерный радиус оболочки;}$$

$$h_i = \frac{H_i}{H_0} \text{ — безразмерная толщина оболочки;}$$

$$n = \frac{l}{R_0} \text{ — безразмерная длина индуктора;}$$

$$n_1 = \frac{R_1}{R_0} \text{ — безразмерный наружный радиус индуктора;}$$

$$n_2 = \frac{R_2}{R_0} \text{ — безразмерный внутренний радиус индуктора;}$$

$$x = \frac{X}{l} \text{ — безразмерная осевая координата;}$$

$$\tau = t\omega \text{ — безразмерное время;}$$

$$\beta = \frac{\pi \mu_0 \omega^2 U_0^2 C_0^2 \Delta^2}{Ml} \text{ — критерий подобия, учитывающий инерционность}$$

деформируемой оболочки и параметры разрядного контура [3].

В безразмерной форме уравнение (6) с учетом допущения (2), из которого следует, что $H_i = H_0 \frac{R_0}{R_i}$, будет иметь вид:

$$\frac{d^2 r_i}{d\tau^2} = \beta \cdot r_i \frac{n_2^4}{n_2^2 + r_i^2 - n_1^2} \times \left[1 - \frac{1}{\pi} \operatorname{Arctg} \frac{n(r_i - n_1)}{n^2 x(1-x) + (r_i - n_1)^2} \right]^2 \sin^2 \tau. \quad (7)$$

В случае сжатия, когда индуктор расположен снаружи оболочки, уравнение движения может быть представлено в следующем виде:

$$\frac{d^2 r_i}{d\tau^2} = \beta r_i \left[1 - \frac{1}{\pi} \operatorname{Arctg} \frac{n(r_i - n_1)}{n^2 x(1-x) + (r_i - n_1)^2} \right]^2 \sin^2 \tau. \quad (8)$$

Уравнение (7) решалось на ЭЦВМ Урал-2 при начальных условиях $\tau = 0$; $r = 1$; $\frac{dr}{d\tau} = 0$; диапазоне изменения β от 0,1 до 2,5 и $x = 0,5$. Параметры n , n_1 , n_2 , характеризующие соотношение геометрических размеров системы «индуктор — деформируемая оболочка», принимались равными $n = 0,82$, $n_1 = 0,922$, $n_2 = 0,68$ и соответствовали конкретным условиям эксперимента.

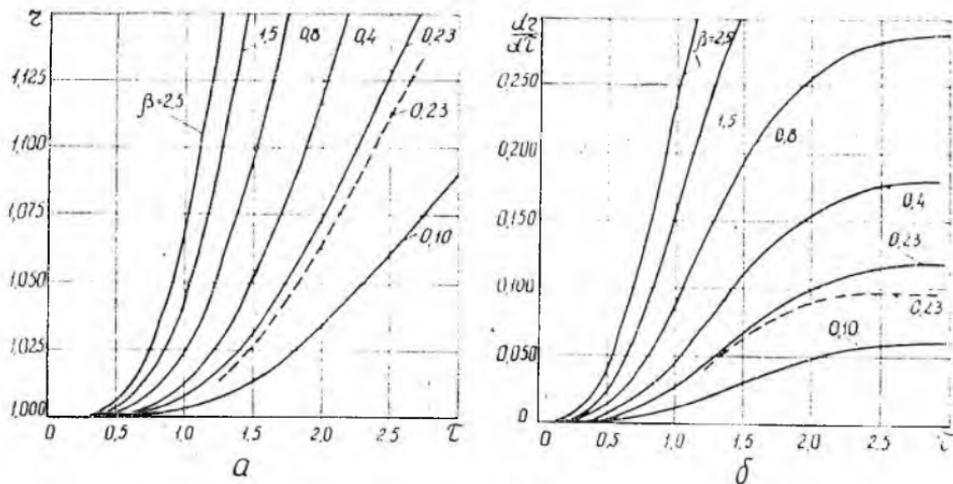


Рис. 2. Зависимость а: $r = f(\tau)$; б: $\frac{dr}{d\tau} = f(\tau)$ при различных значениях β

Результаты расчета представлены на рис. 2 и 3. На рис. 2а показана зависимость $r = f(\tau)$ для $\beta = 0,1 \div 2,5$ и на рис. 2б — зависимость $\frac{dr}{d\tau} = f(\beta)$ в том же диапазоне изменения параметра β . Графики на

рис. 2а, б позволяют построить зависимости $\frac{dr}{d\tau} = f(\beta)$ для различных значений r (рис. 3а), которые могут быть использованы для практического определения скорости стенок деформируемой оболочки в радиальном направлении.

Уравнение (7), решенное для суммы элементарных колец по всему деформируемому участку ($x=0 \div 1$) позволяет определить геометрическую форму деформируемого участка оболочки в любой

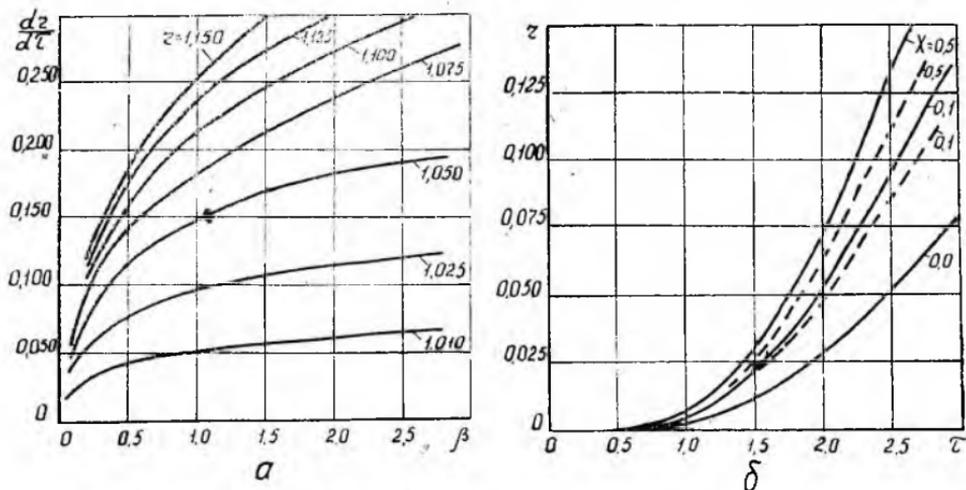


Рис. 3. Зависимости а: $\frac{dr}{d\tau} = f(\beta)$ при различных значениях r ; б: $r = f(\tau)$ при различных значениях x при $\beta = \text{const}$.

момент времени. На рис. 3б представлены графические зависимости $r = f(\tau)$ для различных значений x при $\beta = \text{const}$.

На рис. 2а, б и 3б пунктиром нанесены кривые, соответствующие результатам эксперимента. Сравнение результатов эксперимента с расчетными данными (рис. 2а, б и 3б) показывает на их хорошую сходимость. Это позволяет использовать выведенное уравнение с достаточной точностью для расчета движения деформируемого участка оболочки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Попов, Е. Н. Прохоров. К деформированию металлических деталей в импульсных магнитных полях. Труды МЭИ, 1965, выпуск XIV.
2. Г. Б. Холявский. Расчет электродинамических усилий в электрических аппаратах. ГЭИ. 1962.
3. С. Г. Алиханов, Г. И. Будкер, Г. Н. Кичигин, А. В. Комин. Схлопывание металлической оболочки под действием магнитного поля. ПМТФ, 1966, № 4.