расчета лопаток рабочего колеса и направляющего аппарата на прочность, что значительно снизило трудоемкость процесса проектирования лопаточного венца. Выдаваемая программой информация соответствует требованиям ОСТа на оформление рабочего чертежа лопатки.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Сироткин Я. А.* Аэродинамический расчет лопаток осевых турбомашин. М., «Машиностроение», 1972.
2. *Комаров А. П., Сабитов Э. Х.* Расчет кинематических параметров потока в межвенцовых зазорах осевого компрессора на ЭВЦМ М-20. Труды КуАИ, вып. 45, 1970.
3. *Довжик С. А.* Исследования по аэродинамике осевого дозвукового компрессора. Труды ЦАГИ, вып. 1099, 1968.
4. *Комаров А. П., Стенькин Е. Д.* Профилирование лопаток осевого компрессора в плоских сечениях по геометрическим параметрам решеток на поверхностях тока. Труды КуАИ, вып. 67, 1974.
5. *Гуревич З. Р.* О погрешностях профилирования лопаток осевого компрессора по методу плоских сечений. Труды КуАИ, вып. 67, 1974.
6. Руководство для конструкторов по расчету на прочность газотурбинного двигателя. Расчет лопаток на прочность. Вып. 2, М., Оборонгиз, 1956.
7. Лопатки осевых компрессоров и турбин. Типовое оформление чертежей рабочих лопаток. Отраслевой стандарт ОСТ 1 00025—72.

УДК 533.6.011.55

Е. Д. Стенькин

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕРЬ ПОЛНОГО ДАВЛЕНИЯ В ПРЯМОМ СКАЧКЕ УПЛОТНЕНИЯ С УЧЕТОМ ЗАВИСИМОСТИ ТЕПЛОЕМКОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

λ — приведенная скорость;
$q(\lambda)$, $\tau(\lambda)$ — газодинамические функции, характеризующие поток массы и относительную температуру;
M — число Маха;
T — температура;
i — энтальпия;

π — относительное давление (π — функция);
p — давление;
σ — коэффициент восстановления полного давления в скачке;
k — показатель изоэнтропы;
R — газовая постоянная;
A — термический эквивалент механической работы;
W — скорость потока;
F — площадь поперечного сечения потока;
m — массовый расход;
I — полный импульс;
α — коэффициент избытка воздуха;
δ_W — допустимая погрешность определения скорости W

ИНДЕКСЫ

* — полный параметр потока;
m — m-ое приближение;
1 — перед скачком;
2 — за скачком.

Потери давления в прямом скачке уплотнения обычно определяются по формуле [1]:

$$\sigma = \frac{q(\lambda_1)}{q(\lambda_2)}, \qquad (1)$$

где числа λ_1 и λ_2 связаны соотношением

$$\lambda_1\lambda_2 = 1. \qquad (2)$$

Выражения (1) и (2) получены при постоянном значении показателя изоэнтропы k, т. е. при допущении, что с изменением температуры потока в прямом скачке удельная теплоемкость не изменяется.

В действительности теплоемкость реального газа, например, воздуха, зависит от температуры [2], которая в скачке может изменяться довольно значительно. Так, если при движении летательного аппарата с числом $M_1 = 4$ ($\lambda_1 = 2{,}138$ при $k = 1{,}4$) в воздухе с температурой $T_1 = 216{,}6°K$ возникает прямой скачок уплотнения с числами $\lambda_1 = 2{,}138$ и $\lambda_2 = 0{,}4675$, то потери в скачке можно определить, задавая показатель изоэнтропы k по температуре перед скачком T_1 или за скачком T_2.

Используя диаграммы из работы [2], для $T_1 = 216{,}6°K$ и $\alpha = \infty$ определяем k_1:

$$k_1 = \frac{1}{1 - AR\left(\frac{\Delta T}{\Delta i}\right)_{T=T_1}}, \qquad (3)$$

где $A = \frac{1}{427}\ \frac{\text{ккал}}{\text{кгс}}$; $\quad R = 29{,}27\ \frac{\text{кгс·м}}{\text{кг·град}} = 287\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг·град}}$.

Расчетный анализ показывает, что при $\Delta T = 10°K$ и $\Delta T = 20°K$ получается одинаковая величина:

$$\left(\frac{\Delta i}{\Delta T}\right)_{T=T_1} = 0{,}239 \ \frac{\text{ккал}}{\text{кг·град}},$$

подставив которую в формулу (3), получаем:

$$k = 1{,}4.$$

По таблицам газодинамических функций (ГДФ) из работы [1] при $k = 1{,}4$ определяем $q(\lambda_1)$, $q(\lambda_2)$ и по соотношению (1) получаем величину $\sigma = 0{,}139$.

Учитывая, что в прямом скачке полная температура не изменяется, по соотношению

$$T_2 = T_1 \frac{\tau(\lambda_2)}{\tau(\lambda_1)} \qquad (4)$$

можно найти температуру T_2. Определив по таблицам ГДФ значения $\tau(\lambda_1)$ и $\tau(\lambda_2)$, вычисляем: $T_2 = 876°K$.

Зная температуру T_2, определим показатель k_2 из выражения (3), вычислив предварительно величину $\left(\frac{\Delta i}{\Delta T}\right)$. Это отношение, определенное по диаграммам работы [2] при $\Delta T = 10°K$ и $\Delta T = 20°K$, получается одинаковым и равным

$$\left(\frac{\Delta i}{\Delta T}\right)_{T=T_2} = 0{,}267 \ \frac{\text{ккал}}{\text{кгс·град}}.$$

Подставив полученное значение $\frac{\Delta i}{\Delta T}$ в равенство (3), получаем: $k_2 = 1{,}345$. Для этого значения k по таблицам ГДФ определяем значение $\lambda_1 = 2{,}238$, а также $q(\lambda_1)$, $q(\lambda_2)$ и вычисляем по формуле (1) величину $\sigma = 0{,}119$.

Из приведенного примера следует, что вычисление коэффициента при k_1 и k_2 приводит к весьма большой разнице, равной $\sim 15\%$.

Если же произвести вычисления при

$$k_{\text{ср}} = \frac{k_1 + k_2}{2} = 1{,}373,$$

то получим коэффициент $\sigma = 0{,}125$, отличающийся на 12% от значения σ, вычисленного при $k = 1{,}4$.

Таким образом, приходим к выводу, что при больших числах M_1 потери полного давления в прямом скачке необходимо вычислять с учетом зависимости теплоемкости от температуры. Для таких вычислений можно, например, использовать диаграммы из работы [2]. Определим необходимые соотношения для решения поставленной задачи. Коэффициент σ представляет собой отношение полного давления за скачком к полному давлению перед скачком, т. е.

$$\sigma = \frac{p_2^*}{p_1^*}. \tag{5}$$

Умножим правую часть этого соотношения на $\frac{p_2}{p_2}$ и $\frac{p_1}{p_1}$. Учитывая, что между изменением давления и π — функцией [2] в адиабатическом процессе реального газа имеется следующая связь:

$$\frac{p_1^*}{p_1} = \frac{\pi_1^*}{\pi_1}, \quad \frac{p_2^*}{p_2} = \frac{\pi_2^*}{\pi_2},$$

в результате преобразований соотношения (5) получаем выражение

$$\sigma = \frac{\pi_1}{\pi_2} \frac{p_2}{p_1}. \tag{6}$$

Отношение давлений $\frac{p_2}{p_1}$ определим, используя уравнение неразрывности

$$m_1 = m_2$$

или

$$\frac{p_1}{T_1} W_1 = \frac{p_2}{T_2} W_2. \tag{7}$$

Из этого выражения получаем, что

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{W_1}{W_2} \frac{T_2}{T_1}. \tag{8}$$

Подставляя соотношение (8) вместо $\frac{p_2}{p_1}$ в выражение (6), получаем следующую формулу для коэффициента σ:

$$\sigma = \frac{\pi_1}{\pi_2} \frac{W_1}{W_2} \frac{T_2}{T_1}. \tag{9}$$

Установим выражения для определения скорости W_2 и температуры T_2.

В прямом скачке полная энергия, полный импульс и массовый расход не изменяются, т. е. справедливы следующие равенства:

$$i^* = i_1 + \frac{W_1^2}{2} = i_2 + \frac{W_2^2}{2}; \tag{10}$$

$$I = W_1 + \frac{p_1 F}{m} = W_2 + \frac{p_2 F}{m}. \tag{11}$$

Для последующего преобразования равенства (11) из соотношений (7) получаем выражения:

$$\frac{p_1 F}{m} = \frac{RT_1}{W_1}; \qquad \frac{p_2 F}{m} = \frac{RT_2}{W_2} \tag{12}$$

Используя эти выражения, решаем равенство (11) относительно W_2.

В результате получаем следующую формулу (с учетом физического смысла рассматриваемой задачи):

$$W_2 = \frac{I}{2} - \sqrt{\left(\frac{I}{2}\right)^2 - RT_2}\,. \tag{13}$$

Для определения температуры T_2 равенство (10) решаем относительно энтальпии i_2:

$$i_2 = i^* - \frac{W_2^2}{2}. \tag{14}$$

По диаграммам из работы [2], зная i_2 и коэффициент избытка воздуха (для воздуха $\alpha = \infty$), определяется температура T_2. Таким образом, получено два уравнения (13) и (14), в которых имеются две независимые неизвестные величины W_2 и T_2. Для их определения методом последовательных приближений при известных величинах W_1, T_1, R и α составлен алгоритм. В алгоритме одновременно определяются параметры, необходимые для вычисления коэффициента σ по формуле (9) в приведенной ниже последовательности.

1. По заданным величинам T_1 и α, используя диаграммы из работы [2], определяем i_1 и π_1.

2. По формуле (3) вычисляем k_1, задавая $\Delta T = 10°К$, и используя диаграммы [2].

3. Определяем полную энтальпию:

$$i^* = i_1 + \frac{W_1^2}{2}, \text{ если } i \text{ в } \frac{\text{Дж}}{\text{кг}};$$

$$\text{или } i^* = i_1 + \left(\frac{W_1}{91{,}53}\right)^2, \text{ если } i \text{ в } \frac{\text{ккал}}{\text{кг}}.$$

4. Определяем полную температуру T^* по диаграммам работы [2] и по полученному значению i^*.

5. Вычисляем полный импульс:

$$I = W_1 + \frac{RT_1}{W_1}.$$

6. Определяем в первом приближении скорость $W_2^{(1)}$:

$$W_2^{(1)} = 2\,\frac{k_1}{k_1+1}\,\frac{RT^*}{W_1}.$$

7. Вычисляем энтальпию i_2 по формуле (14), если полная энтальпия i^* в $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ или по формуле

$$i_2 = i^* - \left(\frac{W^2}{91,53}\right)^2, \text{ если } i^* \text{ в } \frac{\text{ккал}}{\text{кг}}.$$

8. По заданным величинам i_2 и α, используя диаграммы [2], определяем T_2.

9. Вычисляем скорость $W_2^{(2)}$ по формуле (13). По этой же формуле вычисляем скорость $W_2^{(m)}$ для последующих приближений по заданной температуре $T_2^{(m-1)}$.

10. Определяем относительную погрешность вычисления скорости W_2 в двух соседних приближениях;

$$\Delta \overline{W} = 2\frac{W_2{}^{(m)} - W_2{}^{(m-1)}}{W_2{}^{(m)} + W_2{}^{(m-1)}}.$$

11. Если получится

$$|\Delta \overline{W}| \leqslant \delta_W,$$

где δ_W — допустимая погрешность определения скорости W_2, то на этом расчет скорости закончен, и переходим к 12 пункту.

Если $|\Delta \overline{W}| > \delta_W$, то расчет повторяем с 7 пункта, задавая

$$W_2 = W_2{}^{(m)}.$$

12. По заданным величинам i_2 и α, используя диаграммы [2], определяем π_2.

13. Вычисляем коэффициент восстановления полного давления в скачке σ по формуле (9).

Разработанный алгоритм может быть использован для составления программы расчета на ЭВМ.

На рисунке приводятся графики зависимости $\Delta\overline{\sigma} = f(M_1)$ для температур $T_1 = 200$, 250 и 350°K.

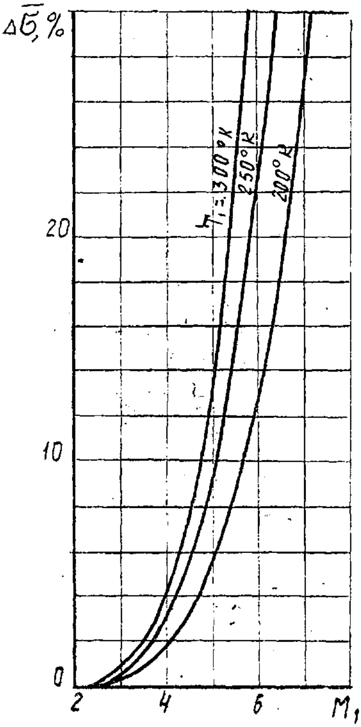

Рис. Зависимость погрешности определения потерь в скачке уплотнения при постоянной теплоемкости от числа М полета и температуры на входе

Величина $\Delta\sigma$ представляет собой погрешность определения коэффициента σ при постоянной теплоемкости, которая вычислялась по соотношению:

$$\overline{\Delta\sigma} = \frac{\sigma_c - \sigma_v}{\sigma_v} 100\ \%,$$

где σ_c, σ_v — коэффициенты восстановления полного давления в скачке, вычисленные при постоянной и переменной теплоемкости.

Из рисунка следует, что величина погрешности $\overline{\Delta\sigma}$ увеличивается весьма существенно с увеличением числа M_1. На величину $\overline{\Delta\sigma}$ оказывает влияние температура T_1: с увеличением T_1 $\overline{\Delta\sigma}$ увеличивается. Это объясняется увеличением доли кинетической энергии во всей энергии газа и, следовательно, увеличением разности между полным и статическим температурами и соответствующими значениями удельных теплоемкостей.

Для примера с $M_1 = 4$, рассмотренного в начале статьи, по рисунку определяем погрешность $\overline{\Delta\sigma}$, равную 2%. Сравнивая величины σ, вычисленные при трех значениях показателя изоэнтропы k_1, k_2 и $k_{\text{ср}_2}$, видим, что относительная разница между ними значительно больше величины $\overline{\Delta\sigma}$. Этот результат показывает, что средние значения k не обеспечивают достаточной точности вычисления коэффициента σ.

Таким образом, установлено, что при расчете потерь давления в прямом скачке уплотнения, начиная с $M_1 = 3$ и для больших чисел M_1, необходимо учитывать зависимость теплоемкости от температуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Абрамович Г. Н.* Прикладная газовая динамика. М., «Наука», 1969.
2. *Дорофеев В. М.* Термодинамический расчет воздушно-реактивных двигателей с помощью диаграмм π, i — функций. Учебное пособие. Куйбышев, КуАИ, 1968.