КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ им. С. П. КОРОЛЕВА
Труды, выпуск 48, 1971 г.
Вопросы прочности элементов авиационных конструкций

Б. А. Горлач

ОСЕСИММЕТРИЧНЫЙ ИЗГИБ УПРУГОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ КОНЕЧНЫХ ПРОГИБАХ

В статье рассматриваются упругие деформации осесимметрично нагруженной сферической оболочки. Исходные дифференциальные уравнения в деформациях получены исходя из теории оболочек среднего прогиба [1]. Решение нелинейных дифференциальных уравнений проводится методом сложной итерации [2]. Приведены численные результаты, полученные с помощью ЭВМ.

1. Нелинейные уравнения равновесия [1] применительно к сферической оболочке радиуса R и толщины δ можно записать в виде:

$$\overline{N}_1' + (\overline{N}_1 - \overline{N}_2)\operatorname{ctg}\psi + \overline{Q} + \overline{q}_t = -\varkappa_1\overline{Q}\,, \tag{1}$$

$$\overline{Q}' + \overline{Q}\operatorname{ctg}\psi - \overline{N}_1 - \overline{N}_2 + \overline{q}_n = \overline{N}_1\overline{\varkappa}_1 + \overline{N}_2\overline{\varkappa}_2, \tag{2}$$

$$\overline{M}_1' + (\overline{M}_1 - \overline{M}_2)\operatorname{ctg}\psi - 12m^2\overline{Q} = 0. \tag{3}$$

Здесь

$$\overline{N}_\nu = \frac{1-\mu^2}{E\delta}N_\nu\,, \quad \overline{Q} = \frac{1-\mu^2}{E\delta}Q,\ \overline{M}_\nu = \frac{12m\,(1-\mu^2)}{E\delta^2}M_\nu\,,$$

$$\overline{q}_l = \frac{(1-\mu^2)\,m}{E}q_l,\ \ m = \frac{R}{\delta},\ \ \nu = 1,\ 2,\ \ l = t,\ n.$$

E — модуль упругости; μ — коэффициент Пуассона; N_1, N_2 — нормальные усилия; M_1, M_2 — изгибающие моменты; Q — перерезывающая сила; q_n, q_t — нормальная и тангенциальная составляющие поверхностной нагрузки, отнесенной к единице площади срединной поверхности оболочки.

Штрих означает дифференцирование по углу ψ.

Геометрические соотношения запишем следующим образом:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{m}\left[\bar u' + \bar w + \frac{1}{2m}\left(\bar w'\right)^2\right], \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{m}\left(\bar w + \bar u \operatorname{ctg}\psi\right), \qquad (4)$$

$$\bar\varkappa_1 = R\varkappa_1 = \frac{1}{m}\left(\bar u - \bar w'\right)' \quad \bar\varkappa_2 = R\varkappa_2 = \frac{1}{m}\left(\bar u - \bar w'\right)\operatorname{ctg}\psi. \qquad (5)$$

Здесь $\varkappa_1$, $\varkappa_2$ — изменения главных кривизн срединной поверхности оболочки.

Черта над u и w означает, что перемещения в меридиональном (u) и в нормальном (w) к поверхности направлениях отнесены к толщине оболочки δ.

Уравнения неразрывности, вытекающие из соотношений (4)—(5) имеют вид:

$$\bar\varkappa_2' - (\bar\varkappa_1 - \bar\varkappa_2)\operatorname{ctg}\psi - \varepsilon_2' + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\operatorname{ctg}\psi = \frac{1}{2}\bar\varkappa_2^2 \operatorname{tg}\psi, \qquad (6)$$

$$\left(\bar\varkappa_1 + \bar\varkappa_2\right)\sin\psi + \left[\varepsilon_2'\sin\psi + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\sin\psi\right]' = -\frac{1}{2}\left(\frac{\sin^2\psi}{\cos\psi}\bar\varkappa_2^2\right)'. \qquad (7)$$

Введя новые переменные

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \quad \zeta = \varepsilon_1 - \varepsilon_2,$$

$$\varkappa = \bar\varkappa_1 + \bar\varkappa_2, \quad \tau = \bar\varkappa_1 + \bar\varkappa_2$$

и преобразовав, следуя [3], уравнения (1)—(3) и (6)—(7), получим следующие четыре нелинейных дифференциальных уравнения

$$l(\varepsilon) + \mu\varepsilon = -(1-\mu)\varkappa + q_\varepsilon, \qquad (8)$$

$$l(\varkappa) - \mu\varkappa = 12m^2\left[(1+\mu)\varepsilon + q_\varkappa\right], \qquad (9)$$

$$\zeta' + 2\zeta\operatorname{ctg}\psi = k_0\left(-k_\zeta\varepsilon' - \frac{1}{12m^2}\varkappa' + q_\zeta\right), \qquad (10)$$

$$\tau' + 2\tau\operatorname{ctg}\psi = k_0\left(k_\tau\varkappa' - \varepsilon' + q_\tau\right). \qquad (11)$$

Здесь

$$l = \frac{d^2}{d\psi^2} + \operatorname{ctg}\psi\frac{d}{d\psi} + 1,$$

$$q_\varepsilon = \bar q_n - \bar q_t' - \bar q_t\operatorname{ctg}\psi + F_\varepsilon, \quad q_\varkappa = -\bar q_n + F_\varkappa,$$

$$q_\zeta = -\bar q_t + F_\zeta, \quad q_\tau = -\bar q_t + F_\tau,$$

$$F_\zeta = -\bar N_1\bar\varkappa_1 - \bar N_2\bar\varkappa_2 - \left(\bar\varkappa_1\bar Q\right)' - \bar\varkappa_1\bar Q\operatorname{ctg}\psi - \frac{(1-\mu)}{2}\left[\bar\varkappa_2^2 + \left(\bar\varkappa_2^2\operatorname{tg}\psi\right)'\right],$$

$$F_\varkappa = \bar N_1\bar\varkappa_1 + \bar N_2\bar\varkappa_2, \quad F_\zeta = \frac{1-\mu}{24m^2}\bar\varkappa_2^2\operatorname{tg}\psi - \bar\varkappa_1\bar Q,$$

$$F_\tau = -\frac{1-\mu}{2}\bar\varkappa_2^2\operatorname{tg}\psi - \bar\varkappa_1\bar Q, \quad k_0 = \frac{24m^2}{(1-\mu)(1+12m^2)},$$

$$k_\zeta = \frac{12m^2(1+\mu) - (1-\mu)}{24m^2}, \quad k_\tau = \frac{12m^2(1-\mu) - (1+\mu)}{24m^2}.$$

2. Обозначив через ε^*, $\varkappa^*$, ζ^* и τ^* частное решение уравнений (8)—(11), запишем их общее решение [3] в форме, удобной для применения метода итераций (n — номер приближения):

$$\varepsilon^{(n)} = 2\gamma(1-\mu)\left[C_1^{(n)}p_1 + D_1^{(n)}q_1 + C_2^{(n)}p_2 + D_2^{(n)}q_2\right] + \varphi^{(n)}\varepsilon^{*(n)}, \quad (12)$$

$$\varkappa^{(n)} = -2\gamma\lambda\left[C_1^{(n)}q_1 - D_1^{(n)}p_1 + C_2^{(n)}q_2 - D_2^{(n)}p_2\right] + \varphi^{(n)}\varkappa^{*(n)}, \quad (13)$$

$$\zeta^{(n)} = \frac{2kC_0^{(n)}}{\sin^2\psi} - 2\gamma(1+\mu)\left[C_1^{(n)}r_1 + D_1^{(n)}s_1 + C_2^{(n)}r_2 + D_2^{(n)}s_2\right] + \varphi^{(n)}\zeta^{*(n)}, \quad (14)$$

$$\tau^{(n)} = -2\gamma\lambda\left[C_1^{(n)}s_1 - D_1^{(n)}r_1 + C_2^{(n)}s_2 - D_2^{(n)}r_2\right] + \varphi^{(n)}\tau^{*(n)}. \quad (15)$$

Здесь

$$p_1 = z(\lambda\, bei\, x + ber\, x), \quad q_1 = z(\lambda\, ber\, x - bei\, x),$$

$$p_2 = z(\lambda\, kei\, x + ker\, x), \quad q_2 = z(\lambda\, ker\, x - kei\, x),$$

$$s_1 = h_1 + q_1, \quad r_1 = g_1 + p_1, \quad s_2 = h_2 + q_2, \quad r_2 = g_2 + p_2,$$

$$g_1 = z\left[2\sqrt{\lambda}\, ber' x + \left(\frac{1}{\psi} - \operatorname{ctg}\psi\right) ber\, x\right]\operatorname{ctg}\psi,$$

$$h_1 = -z\left[2\sqrt{\lambda}\, bei' x + \left(\frac{1}{\psi} - \operatorname{ctg}\psi\right) bei\, x\right]\operatorname{ctg}\psi,$$

$$g_2 = z\left[2\sqrt{\lambda}\, ker' x + \left(\frac{1}{\psi} - \operatorname{ctg}\psi\right) ker\, x\right]\operatorname{ctg}\psi,$$

$$h_2 = -z\left[2\sqrt{\lambda}\, kei' x + \left(\frac{1}{\psi} - \operatorname{ctg}\psi\right) kei\, x\right]\operatorname{ctg}\psi,$$

$$z = \sqrt{\frac{\psi}{\sin\psi}}, \quad x = \sqrt{\lambda}\,\psi,$$

$$k = \frac{(1+\mu)m}{2\pi E R^2}, \quad \lambda = \sqrt{12m^2(1-\mu^2) - \mu^2}, \quad \gamma = \frac{1}{2(\lambda^2+\mu^2)},$$

$C_0^{(n)}$, $C_1^{(n)}$, $C_2^{(n)}$, $D_1^{(n)}$, $D_2^{(n)}$ — постоянные интегрирования, определяемые из граничных условий.

Множитель $\varphi^{(n)}$ введен согласно методу сложных итераций для ограничения скачков нелинейных функций [2]. Без этого множителя при значительных нагрузках, особенно в случае расчета пологих оболочек, итерационный процесс может не сходиться. Если процесс сходится, то $\lim\limits_{n\to\infty}\varphi^{(n)} \to 1$.

Для каждого значения n вычисления проводятся следующим образом. Считая уравнения (8)—(9) условно независимыми от (10) и (11), частные решения $\varepsilon^{*(n)}$ и $\varkappa^{*(n)}$ находим методом последовательных приближений (назовем его k-процессом). В качестве исходного приближения $(k=0)$ принимаем функции $\varepsilon^{*(n-1)}$ и $\varkappa^{*(n-1)}$ предыдущег(о) $(n-1)$-го приближения. Для k-того приближения будем иметь

$$\varepsilon^{*(n)}_{(k)} = \int\limits_{\psi_0}^{\psi} \frac{1}{\sin\psi}\left\{-\bar{q}_t \sin\psi + \int\limits_{\psi_0}^{\psi}\left[\bar{q}_n + F^{(n-1)}_{\varepsilon\,(k-1)} - (1+\mu)\,\varepsilon^{*(n)}_{(k-1)} - \right.\right.$$

$$\left.\left.-(1-\mu)\,\varkappa^{*(n)}_{(k-1)}\right] d\psi\right\} d\psi,$$

$$\varkappa^{*(n)}_{(k)} = 12m^2 \int\limits_{\psi_0}^{\psi} \frac{1}{\sin\psi} \int\limits_{\psi_0}^{\psi}\left[-\bar{q}_n + F^{(n-1)}_{\varkappa\,(k-1)} - \right.$$

$$\left.-\frac{(1-\mu)}{12m^2}\,\varkappa^{*(n)}_{(k-1)} + (1+\mu)\,\varepsilon^{*(n)}_{(k-1)}\right] d\psi\, d\psi.$$

После окончания k-процесса переходим к определению $\zeta^{*(n)}$ и $\tau^{*(n)}$ по найденным $\varepsilon^{*(n)}$ и $\varkappa^{*(n)}$:

$$\zeta^{*(n)} = \frac{k_0}{\sin^2\psi}\int\limits_{\psi_0}^{\psi}\left[-k_\zeta\,\varepsilon^{*\prime(n)} - \frac{1}{12m^2}\varkappa^{*\prime(n)} - \bar{q}_t + F^{(n-1)}_{\zeta}\right]\sin^2\psi\, d\psi,$$

$$\tau^{*(n)} = \frac{k_0}{\sin^2\psi}\int\limits_{\psi_0}^{\psi}\left[k_\tau\,\varkappa^{*\prime(n)} - \varepsilon^{*\prime(n)} - \bar{q}_t + F^{(n-1)}_{\tau}\right]\sin^2\psi\, d\psi.$$

Определив постоянные интегрирования для n-го приближения, п(о) формулам (12)—(15) находим $\varepsilon^{(n)}$, $\varkappa^{(n)}$, $\zeta^{(n)}$ и $\tau^{(n)}$, а затем деформа(-)ции $\varepsilon_1^{(n)}$, $\varkappa_1^{(n)}$, $\varepsilon_2^{(n)}$, $\varkappa_2^{(n)}$, используя выражения

$$\varepsilon_1^{(n)} = \frac{1}{2}(\varepsilon+\zeta)^{(n)}, \quad \varepsilon_2^{(n)} = \frac{1}{2}(\varepsilon-\zeta)^{(n)},$$

$$\bar{\varkappa}_1^{(n)} = \frac{1}{2}(\varkappa+\tau)^{(n)}, \quad \bar{\varkappa}_2^{(n)} = \frac{1}{2}(\varkappa-\tau)^{(n)}.$$

Затем вычисляем усилия, моменты, перемещения и напряже-ния:

$$\bar{N}_\nu^{(n)} = \varepsilon_\nu^{(n)} + \mu\varepsilon_\eta^{(n)}, \quad \bar{M}_\nu^{(n)} = \bar{\varkappa}_\nu^{(n)} + \mu\bar{\varkappa}_\eta^{(n)},$$

$$\nu = 1,\ 2, \quad \eta = 2,\ 1, \quad \nu \neq \eta.$$

$$\bar{Q}^{(n)} = \bar{N}_1^{(n)}\,\mathrm{tg}\,\psi + \varphi^{(n)} Q^{*(n)},$$

$$Q^{*(n)} = \frac{1}{\sin\psi\cos\psi}\int\limits_{\psi_0}^{\psi}\left[\left(\bar{\varkappa}_1\bar{Q}\,\mathrm{tg}\,\psi + \bar{\varkappa}_1\bar{N}_1 + \varkappa_2\bar{N}_2\right)^{(n-1)} - \bar{q}_n + \bar{q}_t\,\mathrm{tg}\psi\right]\sin\psi\cos\psi\, d\psi,$$

$$\vartheta^{(n)} = \bar{\varkappa}_2^{(n)}\,\mathrm{tg}\,\psi,$$

$$\bar{u}^{(n)} = C^{(n)}\sin\psi + \mathrm{mk}C_0^{n}\left(\sin\psi\,\ln\,\mathrm{tg}\frac{\psi}{2} - \mathrm{ctg}\psi\right) + \gamma(1+\mu)\,m\,\times$$

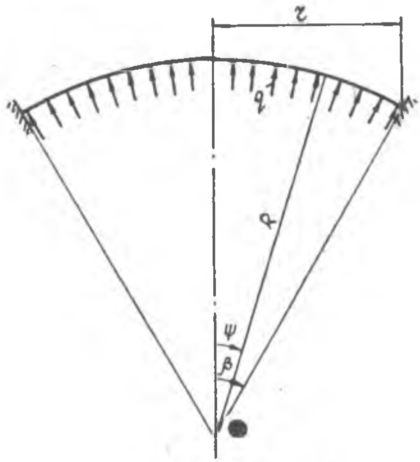
$$\times\left[C_1^{(n)}g_1 + D_1^{(n)}h_1 + C_2^{(n)}g_2 + D_2^{(n)}h_2\right]\mathrm{tg}\,\psi + \varphi^{(n)}\,u^{*(n)},$$

$$\bar{w}^{(n)} = -C^{(n)}\cos\psi - mkC_0^{(n)}\left(1+\cos\varphi\ln\operatorname{tg}\frac{\psi}{2}\right) + 2m\gamma\left[C_1^{(n)}p_1 + D_1^{(n)}q_1 + C_2^{(n)}p_2 + D_2^{(n)}q_2\right] + \varphi^{(n)}\left[\frac{m}{2}(\varepsilon^* - \zeta^*)^{(n)} - u^{*(n)}\operatorname{ctg}\psi\right],$$

$$u^{*(n)} = m\sin\psi\int_{\psi_0}^{\psi}\frac{1}{\sin\psi}\left\{\xi^{*(n)} - \frac{[(\bar{w}')^{(n-1)}]^2}{2m}\right\}\times d\psi.$$

$$\bar{\sigma}_\nu^{(n)}\left(\pm\frac{\delta}{2}\right) = \varepsilon_\nu^{(n)} + \mu\varepsilon_\eta^{(n)} \pm \frac{1}{2m}\left[\bar{\varkappa}_\nu^{(n)} + \mu\bar{\varkappa}_\eta^{(n)}\right].$$

По полученным результатам находим правые части уравнений (8)—(9) для расчета деформаций $(n+1)$-го приближения и так далее, до тех пор, пока разность между двумя последовательными приближениями не станет достаточно малой. За исходное приближение n — процесса принимается решение линейной задачи.



Фиг. 1.

3. В качестве примера рассмотрим сферическую оболочку, замкнутую в вершине и жестко защемленную по краю $\psi=\beta$ $(\psi_0=0)$. (фиг. 1). Пусть оболочка нагружена равномерным внутренним давлением $q_n=q$ $(q_t=0)$. Из условия замкнутости оболочки в вершине и отсутствия сосредоточенных сил следует:

$$C_0^{(n)} = C_2^{(n)} = D_2^{(n)} = 0.$$

Остальные постоянные определяются из граничных условий для $\psi=\beta$:

$$1.\ \varepsilon_2^{(n)} = 0;\quad 2.\ \vartheta^{(n)} = 0;\quad 3.\ \bar{w}^{(n)} = 0.$$

В развернутом виде эти условия дают три уравнения с тремя неизвестными $C_1^{(n)} = A_1^{(n)}$, $D_1^{(n)} = A_2^{(n)}$ и $C^{(n)} = A_3^{(n)}$, которые можно записать в таком виде:

$$a_{ij}A_j^{(n)} = a_{i0} + a_i^{*(n)},\quad (i,j = 1,\ 2,\ 3). \tag{16}$$

Как видно из этого уравнения, постоянные интегрирования в n-ном приближении можно вычислять как сумму слагаемых $A_j^{(0)}$, соответствующих коэффициентам правых частей линейной задачи—a_{i0}, и изменяющихся в процессе приближений добавок $\Delta A_j^{(n)}$, определяемых по нелинейным слагаемым $a_i^{*(n)}$.

При использовании метода сложных итераций постоянные ин-тегрирования вычисляются следующим образом:

$$A_j^{(n)} = A_j^{(0)} + \varphi^{(n)}\,\Delta A_j^{(n)}.$$

Множитель $\varphi^{(n)}$ в соответствии с [2] определяется по формул

$$\varphi^{(n)} = \frac{\varkappa^{(0)}(\beta)}{\varkappa^{(n-1)}(\beta) - \Delta\varkappa^{(n-1)}(\beta)},$$

$$\Delta\varkappa^{(n-1)}(\beta) = -2\gamma\lambda\left[\Delta C_1^{(n-1)} q_1(\beta) - \Delta D_1^{(n-1)} p_1(\beta) + \Delta C_2^{(n-1)} q_2(\beta) - \right.$$
$$\left. - \Delta D_2^{(n-1)} p_2(\beta)\right] + \varkappa^{*(n-1)}.$$

Коэффициенты a_{ij} уравнений (16) имеют вид:

$$a_{11} = \gamma\left[(1+\mu) g_1(\beta) + 2p_1(\beta)\right],\ a_{21} = \gamma\lambda h_1(\beta),\ a_{31} = 2\gamma p_1(\beta),$$
$$a_{12} = \gamma\left[(1+\mu) h_1(\beta) + 2q_1(\beta)\right],\ a_{22} = -\gamma\lambda g_1(\beta),\ a_{32} = 2\gamma q_1(\beta),$$
$$a_{13} = a_{23} = 0,\quad a_{33} = -\frac{1}{m}\cos\beta,$$
$$a_{10} = a_{30} = -\frac{\overline{q}}{2(1+\mu)},\quad a_{20} = 0,$$
$$a_1^{*(n)} = \frac{1}{2}\left[\zeta^*(\beta) - \varepsilon^*(\beta)\right]^{(n)},\quad a_2^{*(n)} = \frac{1}{2}\left[\tau^*(\beta) - \varkappa^*(\beta)\right]^{(n)},$$
$$a_3^{*(n)} = \frac{\operatorname{ctg}\beta}{m} u^{*(n)}(\beta) - a_1^{*(n)}.$$

На фигурах 2—11 представлены результаты некоторых расче-тов, проведенных на ЭВМ «Урал-2» для сферических сегментов жестко защемленных по контуру и нагруженных равномерны внутренним давлением.

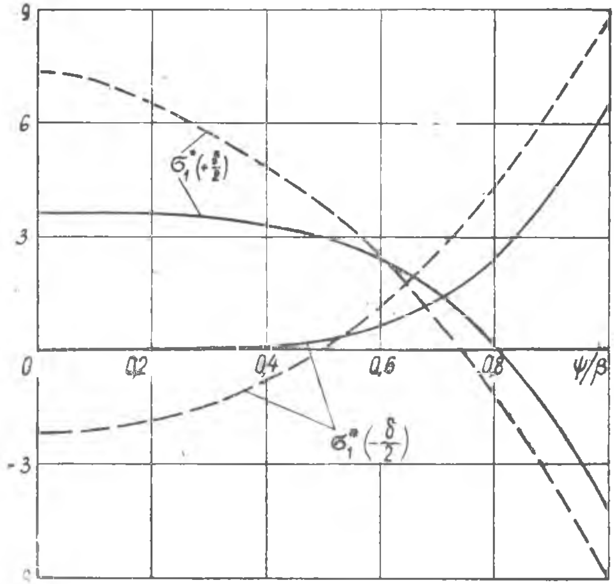
Распределение напряжений $\sigma_1^*\left(\pm\frac{\delta}{2}\right) = \frac{1}{E}\left(\frac{r}{\delta}\right)^2 \sigma_1\left(\pm\frac{\delta}{2}\right)$ вдол меридиана оболочки при учете геометрической нелинейности (сплош-ные линии) показано на фиг. 2. Графики построены для $q^* = \frac{q}{E}\left(\frac{r}{\delta}\right)^4 = 17{,}36$, $r = 100$ мм, $\beta = 2°$. Пунктирными линиями здесь и на по-следующих фигурах изображены зависимости, полученные в результат расчета оболочки по линейной теории.

Графики на фиг. 3 и 4 показывают сходимость процесса при-ближений для φ и $\varkappa$. Сходимость процесса, как это видно из таб-лиц, ухудшается с ростом нагрузки и при $q\cdot 10^2 = 2{,}75$ *дан/мм²* процесс итераций расходится (табл. 1).

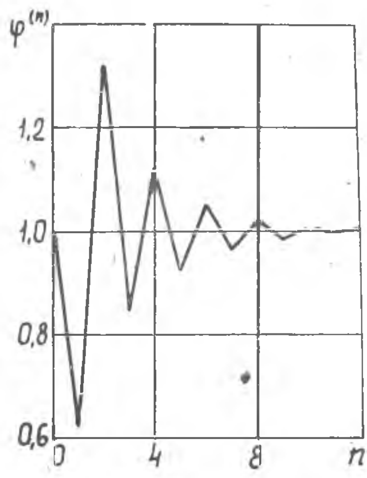
Таблица 1

$q\cdot 10^2 \frac{дан}{мм^2}$	0	0,25	0,5	0,75	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0	2,25	2,5	2,7
n	1	4	6	8	9	10	11	15	20	28	41	—

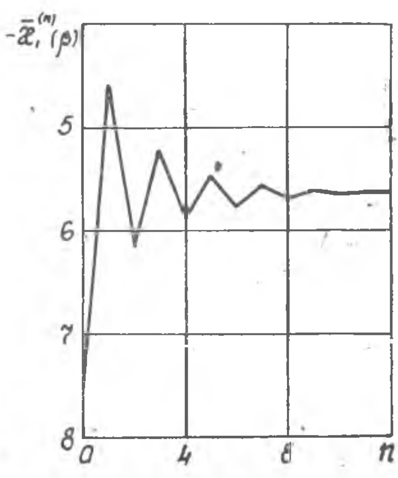
О влиянии пологости оболочки на результаты расчетов можно судить по графикам фиг. 5 и 6, построенным при $q^*=13$ и, как все последующие, при фиксированном значении $r=100$ *мм.* Как видно из этих графиков, геометрическую нелинейность необходимо учитывать для пологих оболочек (при $\beta=0^0$ сферическая оболочка превращается в круглую пластинку).



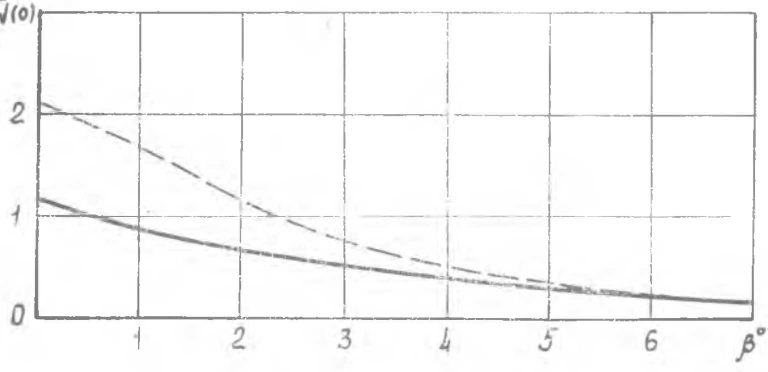
Фиг. 2.



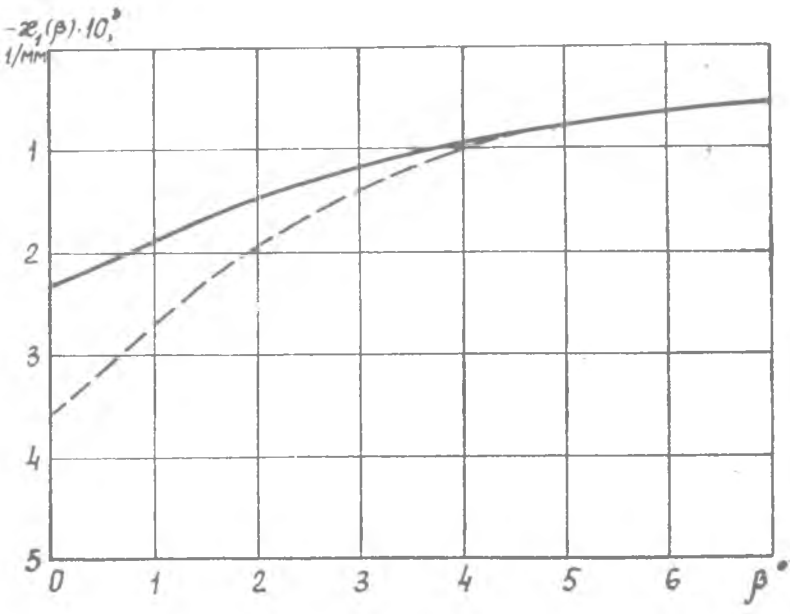
Фиг. 3.



Фиг. 4.

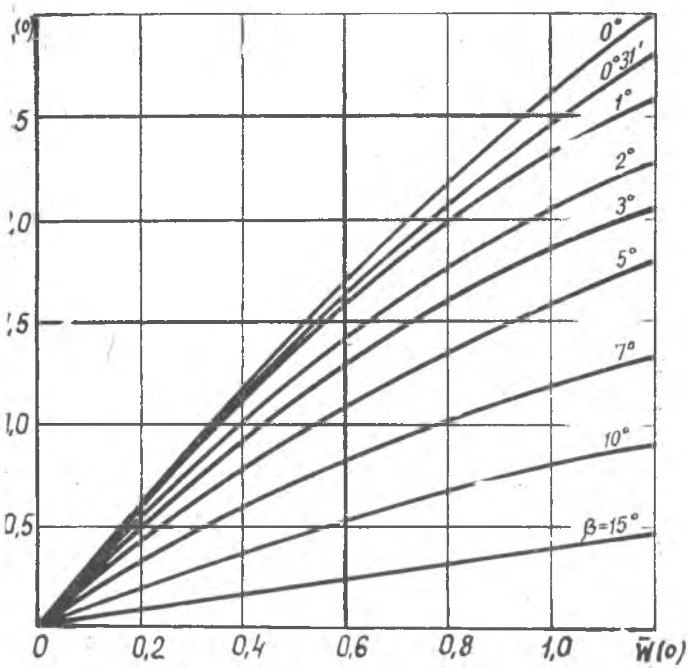


Фиг. 5.

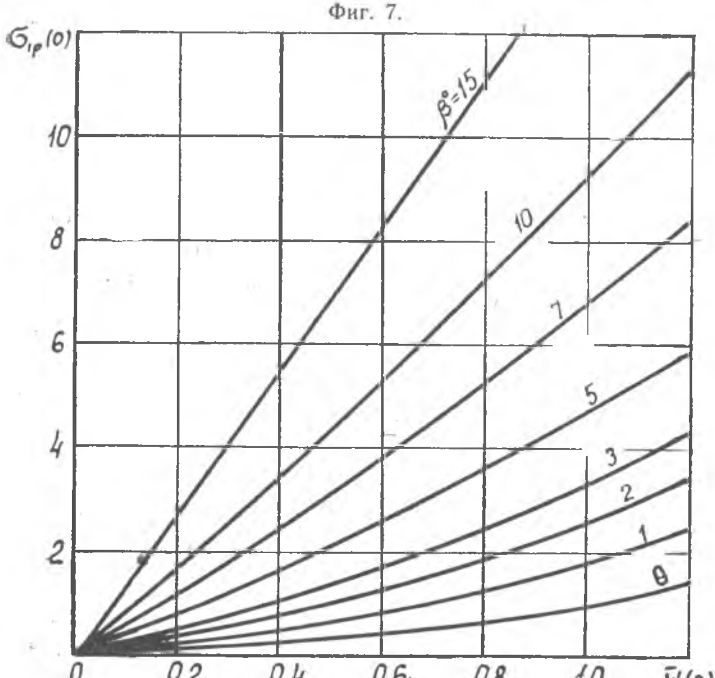


Фиг. 6.

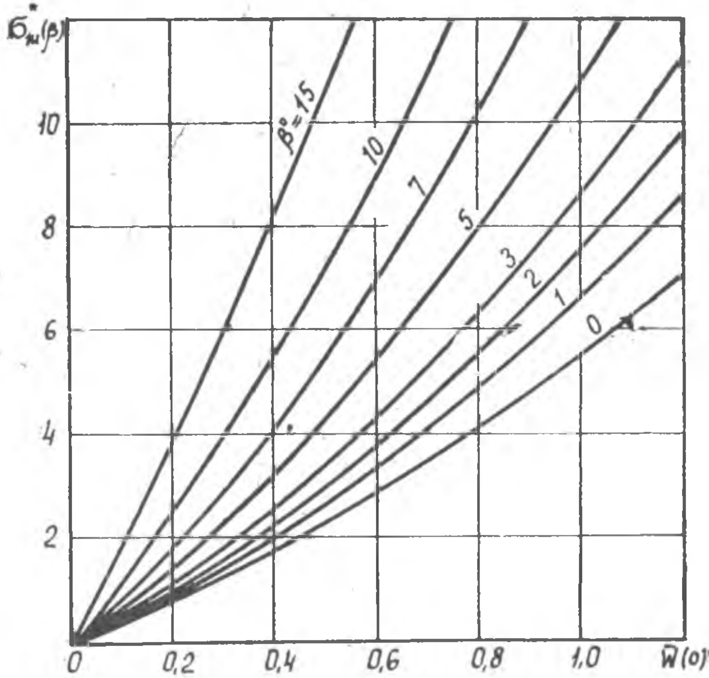
Графики, представленные на фиг. 7—11, позволяют по заданн му значению перемещений центра сегмента $\bar{w}(0)$ получить значени напряжений изгиба $\sigma_{и}(0)$, $\sigma_{и}(\beta)$ и растяжения $\sigma_{р}(0)$, $\sigma_{р}(\beta)$, а такж значения соответствующей нагрузки q^*. Графики построены в инте


0°
0°31′
1°
2°
3°
5°
7°
10°
β=15°
,5
,0
,5
1,0
0,5
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
W̄(o)

Фиг. 7.

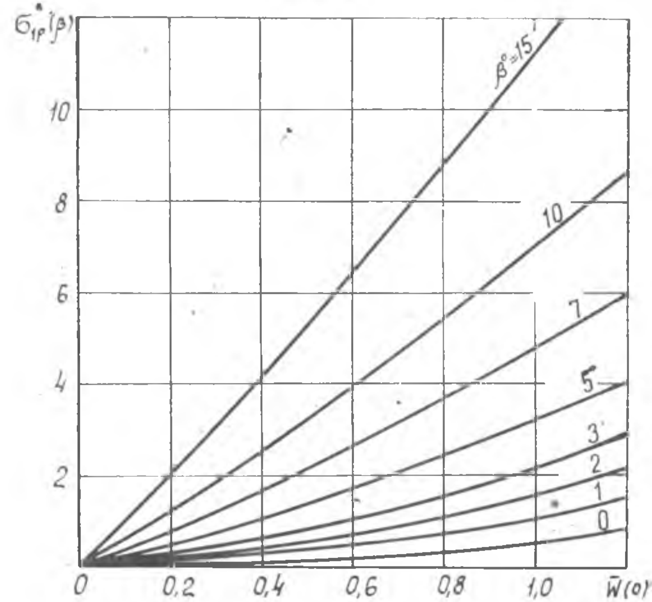

σ_{1p}(o)
β°=15
10
7
5
3
2
1
0
10
8
6
4
2
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
W̄(o)

Фиг. 8.



$\sigma^*_м(\beta)$
10
8
6
4
2
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
$\bar{W}(0)$
$\beta^\circ=15$
10
7
5
3
2
1
0

Фиг. 9.



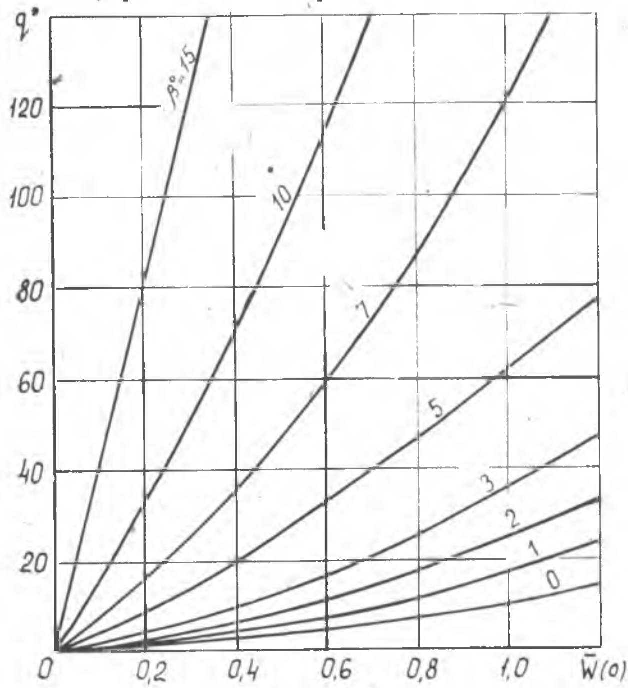
$\sigma^*_{1p}(\beta)$
10
8
6
4
2
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
$\bar{W}(0)$
$\beta^\circ=15$
10
7
5
3
2
1
0

Фиг. 10.

вале изменения угла $0 \leqslant \beta \leqslant 15°$. При дальнейшем увеличении угла зависимость напряжений σ^* и нагрузки q^* от $\overline{w}(0)$ в рассматриваемом диапазоне нагрузок практически не отклоняется от линейной.

ВЫВОДЫ

1. Приведенная методика исследования сферических оболочек позволяет рассчитывать нагруженные осесимметричной нагрузкой пологие и непологие сферические оболочки с различными граничными условиями при конечных прогибах.



Фиг. 11.

2. Применение метода сложной итерации значительно расширяет диапазон действующих на оболочку нагрузок, при которых процесс последовательных приближений сходится. Так, для пластинки, являющейся предельным случаем сферической оболочки, процесс простых итераций сходится при $\overline{w}(0) < 0{,}5$, тогда как в случае применения метода сложной итерации для решения дифференциальных уравнений, процесс сходится до нагрузок, при которых $\overline{w}(0) = 2{,}5$.

3. Расчеты показывают (фиг. 5, 6), что учет геометрической нелинейности необходим при расчете пологих оболочек.

ЛИТЕРАТУРА

1. Х. М. Муштари, К. З. Галимов. Нелинейная теория оболоч
Таткнигоиздат, Казань, 1957.
2. И. С. Биргер. Некоторые математические методы решения инженерн
задач. Оборонгиз, 1956.
3. И. С. Ахмедьянов. Малые упруго-пластические деформации сфер
ческой оболочки при осесимметричном нагружении. Сб. «Вопросы прочности э
ментов авиационных конструкций». Труды КуАИ, в. 39, 1968.