

Э. И. МИНОРАНСКИЙ

## ОБ ОЦЕНКЕ НАКОПЛЕНИЯ УСТАЛОСТНЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ С УЧЕТОМ СНИЖЕНИЯ ПРЕДЕЛА ВЫНОСЛИВОСТИ

В настоящей статье сделана попытка подойти с энергетических позиций к оценке меры накопления повреждений при усталостном разрушении.

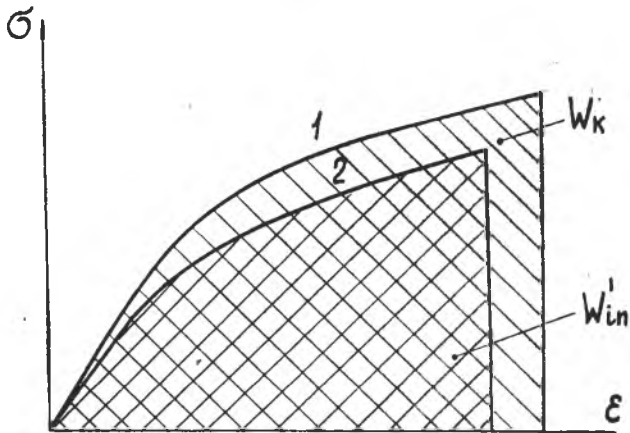
Для решения поставленной задачи будем исходить из предположения, что энергия, необходимая для разрушения образца из конкретного материала с данной геометрией, есть величина постоянная, не зависящая от характера нагружения (статического или циклического). Средняя удельная энергия деформации  $W_k$ , соответствующая разрушению образца, может быть определена как площадь под диаграммой деформаций при статическом разрушении (фиг. 1, кривая 1).

Обычно усталостные испытания проводятся при постоянном уровне циклических напряжений. В этом случае за предел выносливости  $\sigma_{-1}^0$  принимается наибольшее напряжение, при котором в материале не происходит повреждений в течение бесконечно большого числа циклов. Практически при испытаниях ограничиваются некоторым, наперед заданным, числом циклов (базой).

Если в образце предварительно действовали в течение некоторого времени циклические напряжения, превышающие  $\sigma_{-1}^0$ , то его предел выносливости (обозначим его через  $\sigma_{-1}$ ) снижается. Снижение предела выносливости зависит от уровня и числа циклов предварительной нагрузки. Для его определения строятся вторичные кривые усталости.

Зависимости для оценки снижения предела выносливости, предложенные различными авторами, и данные эксперимента

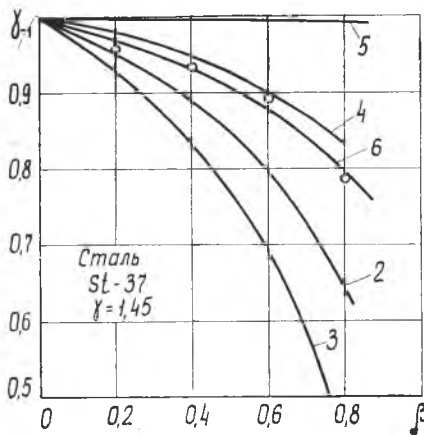
приведены на фигурах 2 и 3\*. Кривые 1 построены по формуле М. Я. Шашина, кривые 2 — по формуле Д. И. Гольцева, кривые 3 — по формуле Генри, кривые 4 — по измененной формуле М. Я. Шашина, кривые 5 — по формуле Геттса. На графиках приняты следующие обозначения:



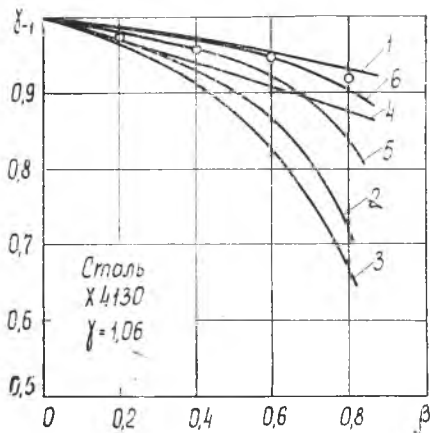
Фиг. 1.

$$\gamma_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_0^0}; \quad \gamma_{i-1} = \frac{\sigma_{i-1}}{\sigma_0^0}; \quad \beta = \frac{n}{N}; \quad c = \frac{\sigma_0^0}{\sigma_b^0},$$

где  $\sigma_b^0$  — предел прочности неповрежденного материала.



Фиг. 2.



Фиг. 3.

\* Кривые 1, 2, 3, 4 и экспериментальные данные заимствованы из работы [1].

Из приведенных графиков видно, что использованные для их построения формулы дают при больших амплитудах напряжений существенные расхождения с экспериментом. В связи с этим предлагается следующая зависимость для оценки снижения предела выносливости:

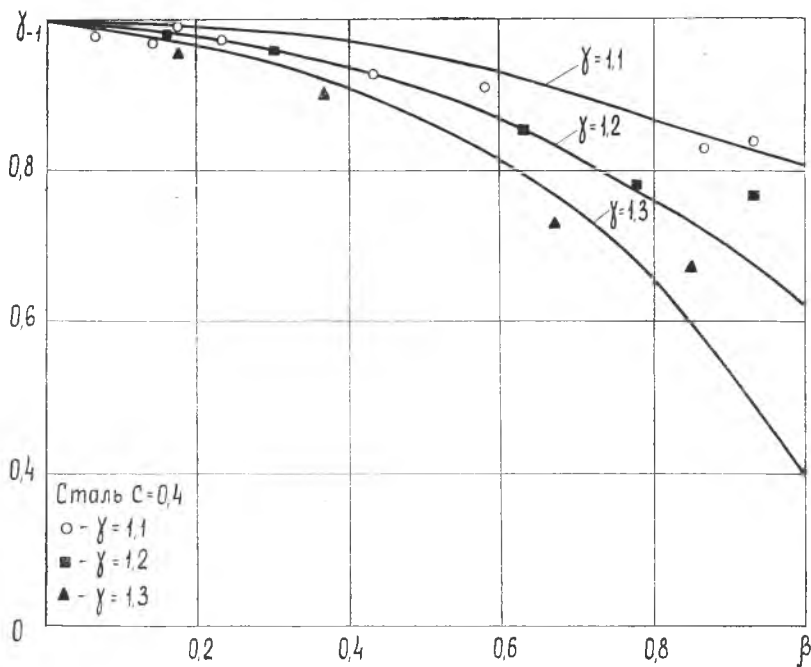
$$\gamma_{-1}^t = 1 - A(\gamma_i - 1)\beta \cdot e^{a\beta}, \quad (1)$$

где

$$A = \frac{1}{\gamma_i} \cdot \frac{a}{e^a}; \quad a = \frac{\sigma_b^0}{\sigma_b^0 - \sigma_{-1}^0}.$$

Результаты расчета по формуле (1) представлены на фиг. 2 и 3 кривыми 6. Кроме того, на фиг. 4 изображены кривые, соответствующие зависимости (1) для трех различных значений  $\gamma$  [5].

Допустим, что к образцу приложена циклическая нагрузка с напряжением  $\sigma_i$ , превышающим  $\sigma_{-1}^0$ . По мере увеличения числа циклов в материале накапливается энергия. В соответствии с нашим предположением, как только удельная энергия в зоне повреждения достигнет величины  $W_k$ , произойдет разрушение образца.



Фиг. 4.

Обозначим через  $W_{in}$  удельную энергию, накопленную в зоне повреждения за  $n$  циклов нагружения при напряжении  $\sigma_i$ , а через  $W'_{in}$  — удельную энергию, которую еще следует приложить, чтобы разрушить образец, выдержавший  $n$  циклов нагружения.

Величина  $W'_{in}$  может быть определена как площадь под диаграммой  $\sigma = f(\varepsilon)$  при статическом разрушении образца, после  $n$  циклов нагружения при напряжении  $\sigma_i$ . (Кривая 2 на фиг. 1). Очевидно, что:

$$W_{in} + W'_{in} = W_k. \quad (2)$$

Примем за меру повреждения  $D_i$  отношение  $W_{in}$  к  $W_k$ :

$$D_i = \frac{W_{in}}{W_k}. \quad (3)$$

Удельную энергию  $W_{i1}$ , накапливаемую за один цикл при напряжении  $\sigma_i$ , можно представить в виде [2]:

$$W_{i1} = \vartheta (\sigma_i - \sigma_{-1}^i)^2, \quad (4)$$

где  $\vartheta$  — коэффициент, зависящий от материала образца и частоты нагружения.

В отличие от работы [2], будем считать, что  $\sigma_{-1}^i$  является при данной амплитуде напряжения  $\sigma_i$  функцией числа циклов. На основании (3) и (4) запишем приращение повреждения  $dD_i$  при напряжении  $\sigma_i$  за  $dn$  циклов, полагая на этом интервале предел выносливости неизменным:

$$dD_i = \alpha \cdot N_i \cdot (\sigma_{-1}^0)^2 \cdot (\gamma_i - \gamma_{-1}^i)^2 \cdot d\beta, \quad (5)$$

где

$$\alpha = \frac{\vartheta}{W_k},$$

$N_i$  — число циклов до разрушения при напряжении  $\sigma_i$ ;

Подставим (1) в уравнение (5):

$$dD_i = \alpha \cdot N_i \cdot (\sigma_{-1}^0)^2 \cdot [\gamma_i - 1 + A(\gamma_i - 1) \cdot \beta \cdot e^{a\beta}]^2 \cdot d\beta. \quad (6)$$

Интегрируя уравнение (6) и учитывая, что  $D=0$  при  $\beta=0$ , будем иметь:

$$D_i = \alpha \cdot N_i (\sigma_{-1}^0)^2 \cdot (\gamma_i - 1)^2 \left[ \beta + \frac{2A}{a} \cdot \beta \cdot e^{a\beta} - \frac{2A}{a^2} (e^{a\beta} - 1) + \right. \\ \left. + \frac{A^2}{2a} \cdot \beta^2 \cdot e^{2a\beta} - \frac{A^2}{2a^2} \cdot \beta \cdot e^{2a\beta} + \frac{A^2}{4a^3} (e^{2a\beta} - 1) \right]. \quad (7)$$

Кривые  $D_i = f(\beta)$ , построенные по формуле (7) для образцов из 30ХГСА и Д16АТ, приведены на фиг. 5 и 6. Здесь же нанесены точки, полученные по соотношению (3). Значения удельной энергии разрушения  $W_{in}$ , накопленной за  $n=0,25N_i$ ;  $n=0,5N_i$ ;  $n=0,75N_i$  циклов, определялось экспериментально.

Зависимостью (7) можно воспользоваться для определения числа циклов до разрушения  $N_i$ .

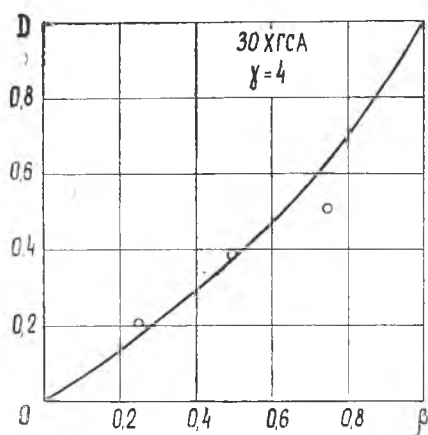
Полагая  $D_i = 1$  при  $\beta = 1$ , получим:

$$N_i = \frac{1}{\alpha (\sigma_{-1}^0)^2 \cdot p_i}, \quad (8)$$

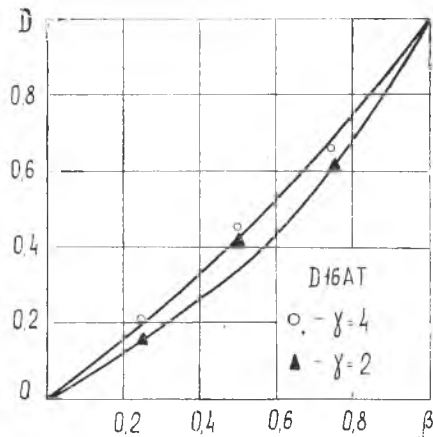
где

$$p_i = (\gamma_i - 1)^2 \cdot \left[ 1 + \frac{2A}{a} e^a - \frac{2A}{a^2} (e^a - 1) + \frac{A^2}{2a} e^{2a} \left( 1 - \frac{1}{a} + \frac{1}{2a^2} \right) - \frac{A^2}{4a^3} \right].$$

Значение  $\alpha$  может быть определено из (8) по величине  $N_i$ , полученной при усталостных испытаниях с большой амплитудой напряжения. Таким образом, имея одну экспериментальную точку, можно построить всю усталостную кривую.



Фиг. 5.



Фиг. 6.

Ниже приведены результаты расчета по формуле (8) и данные наших экспериментов для образцов из Д16АТ (таблица 1) и АМГ (таблица 2) при частоте 10 гц. Экспериментальные значения

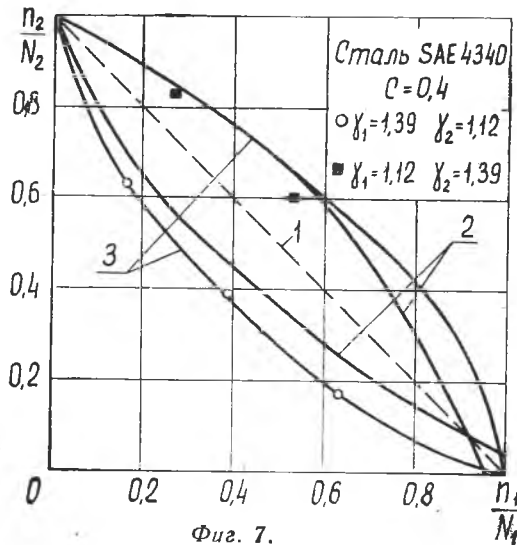
Таблица 1

$i$	$\gamma_i$	$N_i$ эксп	$N_i$ расч.	Погрешность, %
1	4	$4,9 \cdot 10^4$	$5,1 \cdot 10^4$	6
2	3,5	$6,8 \cdot 10^4$	$7,2 \cdot 10^4$	6
3	3	$1,12 \cdot 10^5$	$1,07 \cdot 10^5$	4
4	2,5	$1,76 \cdot 10^5$	$1,76 \cdot 10^5$	0
5	2,0	$3,32 \cdot 10^5$	$3,53 \cdot 10^5$	6

$i$	$\gamma_i$	$N_i$ эксп.	$N_i$ расч.	Погрешность, в %
1	4,012	$1,578 \cdot 10^5$	$1,5 \cdot 10^5$	5,2
2	3,75	$1,868 \cdot 10^5$	$1,7 \cdot 10^5$	2,8
3	2,65	$2,572 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	5
4	2,005	$4,17 \cdot 10^5$	$4,5 \cdot 10^5$	7,3

ния получены статистической обработкой результатов испытаний не менее, чем 10—12 образцов.

Геттс предложил [5] учесть снижение предела выносливости



Фиг. 7.

для корректировки линейного закона накопления повреждений при ступенчатом изменении амплитуды напряжения. Согласно гипотезе Майнера, при одноступенчатой нагрузке  $\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} = 1$  (прямая 1 на фиг. 7). В действительности, в зависимости от соотношения между уровнями напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  эта сумма оказывается либо больше, либо меньше единицы. Зависимость между  $\frac{n_1}{N_1}$  и  $\frac{n_2}{N_2}$  с учетом снижения предела выносливости, подсчитанного по формуле Геттса, показана на фиг. 7 кривыми 2. Здесь же нанесены экспериментальные точки работы [5]. Кривые 3 построены с учетом снижения предела выносливости, подсчитанного по формуле (1). Из графиков видно, что они лучше согласуются с экспериментом, чем кривые 2.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Прочность при нестационарных режимах нагрузки, под ред. акад. УССР С. В. Серенсена. Киев, 1961.
  2. Л. В. Муратов. Энергия разрушения при циклических и статических нагрузках, сборник «Прочность металлов при переменных нагрузках», изд. АН СССР, 1963.
  3. И. А. Одинг. Допускаемые напряжения в машиностроении и циклическая прочность, Машгиз, 1962.
  4. В. С. Иванова. Усталостное разрушение металлов, Москва, 1963.
  5. Р. Р. Геттс. Применение понятия кумулятивного повреждения к проблеме усталости, «Труды американского общества инженеров-механиков» (русский перевод), серия Д, Техническая механика, № 4, 1961.
-