

М. И. ВИЛЬЧЕК, В. А. КОМАРОВ

НОМОГРАММЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАЦИОНАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ РЕБРИСТЫХ ПАНЕЛЕЙ

Предлагаются способы расчета и построения номограмм, позволяющих по заданным нормальным и касательным усилиям назначать близкие к оптимальным размеры сечения ребристой панели по условиям прочности и работы без потери устойчивости.

* * *

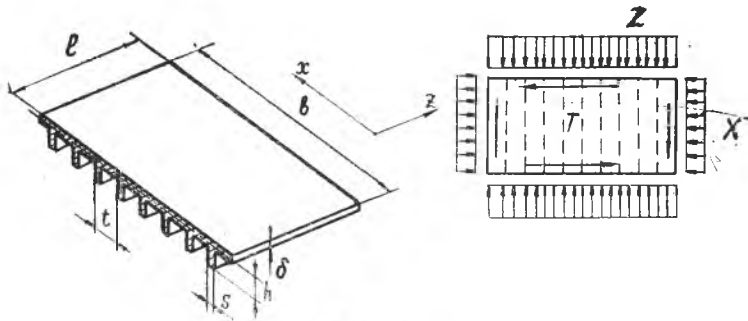
В связи с широким применением в последние годы в самолетостроении монолитных подкрепленных панелей появилась потребность в простых и достаточно эффективных методах назначения рациональных параметров таких панелей.

В ряде работ [10, 8] дано решение этой задачи для случая нагружения панели сжимающей нагрузкой, действующей в направлении ребер.

Исследования силовой работы крыльев малого удлинения [3, 4, 1] показали, что в таких конструкциях практически все панели обшивки работают в двухосном напряженном состоянии. Поэтому в данной работе сделана попытка решить задачу об отыскании рациональных параметров подкрепленной монолитной панели, нагруженной как нормальными, так и касательными усилиями.

Рассмотрим типичную панель обшивки крыла малого удлинения, изображенную на фиг. 1. Панель работает в двухосном поле усилий Z, X, T . При таком нагружении панель может разрушиться без выпучивания вследствие недостаточной ее прочности или потерять устойчивость.

Геометрия панели характеризуется параметрами поперечного сечения δ , s , h , t и размерами в плане b и l . В конструкциях типа крыла малого удлинения ребра обычно направлены по размаху, а размеры b и l определяются расстояниями между лонжеронами и шагом нервюр.



Фиг. 1.

При проектировании необходимо назначать параметры поперечного сечения панели так, чтобы она имела минимальный вес и несла заданные усилия, не разрушаясь и не теряя устойчивости.

НОМОГРАММЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ РЕБРИСТОЙ ПАНЕЛИ ПО УСЛОВИЮ ПРОЧНОСТИ

Прочность панели будем оценивать по энергетической (IV) теории прочности

$$\sqrt{\sigma_z^2 + \sigma_x^2 - \sigma_z \sigma_x + 3\tau^2} \leq [\sigma], \quad (1)$$

т. к. величина, определяемая левой частью формулы (1), является критерием не только статической, но и усталостной прочности материала [7, стр. 456].

Выразим в (1) напряжения через потоки усилий и приведенную толщину панели $\delta_{пр}$.

$$\frac{Z^2}{\delta_{пр}^2} + \frac{X^2}{\varphi^2 \delta_{пр}^2} - \frac{ZX}{\varphi \delta_{пр}^2} + \frac{3T^2}{\varphi^2 \delta_{пр}^2} \leq [\sigma]. \quad (2)$$

Здесь φ — отношение толщины обшивки δ к приведенной толщине панели $\delta_{пр}$.

$$\varphi = \frac{\delta}{\delta_{пр}}. \quad (3)$$

Приведем выражение (2) к следующему виду

$$\varphi^2 Z^2 + X^2 - \varphi ZX = \varphi^2 \delta_{пр}^2 [\sigma]^2 - 3T^2 \quad (4)$$

и введем обозначения

$$f(Z, X, \varphi) = \varphi^2 Z^2 + X^2 - \varphi ZX; \quad (5)$$

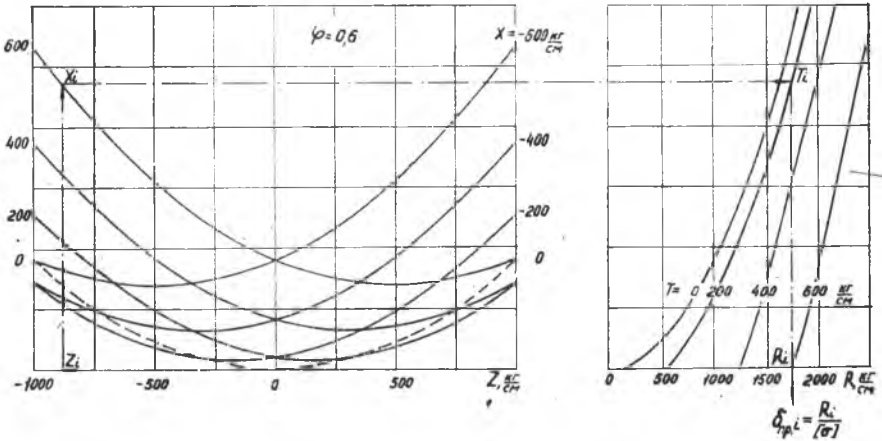
$$R = \delta_{\text{пр}} [\sigma]; \quad (6)$$

$$\phi(T, R, \varphi) = \varphi^2 R^2 - 3T^2. \quad (7)$$

Тогда условие прочности (1) можно записать так

$$f(Z, X, \varphi) = \phi(T, R, \varphi). \quad (8)$$

По выражению (8) при $\varphi = \text{const}$ можно довольно просто построить номограмму, которая позволяет по известным усилиям Z , X и T назначать $\delta_{\text{пр}}$ (см. фиг. 2).



Фиг. 2.

Как следует из показанной на фиг. 2 номограммы, влияние усилия X на величину $\delta_{\text{пр}}$ при обычном отношении $\varphi = 0,6$ не велико, если знаки Z и X одинаковые и $|Z| \approx |2X|$. Именно в таких условиях работает большая часть панелей обшивки крыла малого удлинения [3, 4].

В этих случаях $\delta_{\text{пр}}$ можно приближенно назначать по упрощенной номограмме. Перепишем выражение (4), полагая $X = 0$,

$$\varphi^2 Z^2 + 3T^2 = \varphi^2 R^2 \quad (9)$$

и далее преобразуем его к следующему виду

$$(T')^2 + Z^2 = R^2. \quad (10)$$

Здесь

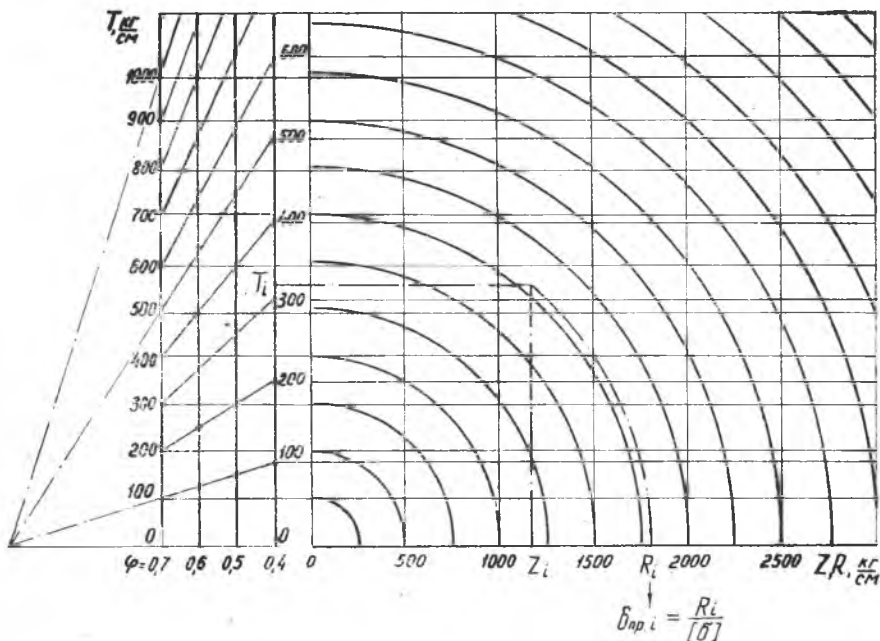
$$T' = \frac{\sqrt{3}}{\varphi} T. \quad (11)$$

Выражение (10) представляет собой уравнение окружности с радиусом

$$r = R. \quad (12)$$

Масштабы потоков усилий Z и T номограммы, показанной на фиг. 3, связаны следующим соотношением

$$m_T = m_Z \frac{\varphi}{\sqrt{3}}. \quad (13)$$



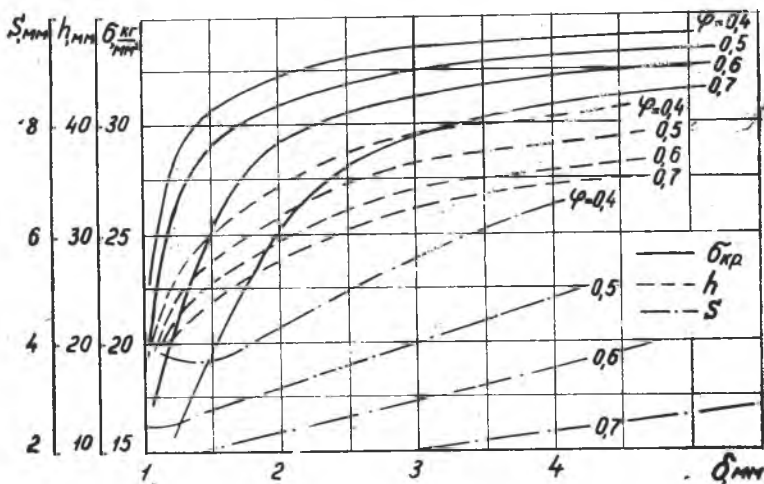
Фиг. 3.

НОМОГРАММЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ РЕБРИСТОЙ ПАНЕЛИ ПО УСЛОВИЮ РАБОТЫ БЕЗ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ

Задачу будем решать приближенно в предположении, что в панели действуют только нормальные усилия Z и касательные T .

Наиболее изученным является вопрос об оптимальных параметрах панели, подкрепленной ребрами и работающей только на сжатие усилиями, направленными вдоль ребер. По результатам исследований [9, 10] при наличии данных об упругих свойствах материала — диаграммы σ — ϵ , могут быть построены графики зависимостей критического напряжения панели и оптимальных зна-

чений параметров h , s и t от толщины обшивки δ при заданной длине панели l и величине отношения φ_1 . Вид этих графиков представлен на фиг. 4. Построение графиков рассматривается в приложении.



Фиг. 4.

Эти оптимальные параметры получаются из условия равенства критических напряжений общей и местной потери устойчивости. Поэтому при нагружении панели, оптимальной на сжатие, сдвигом со сжатием прежде всего должна произойти местная потеря устойчивости в обшивке, так как ребра такой панели оказываются в лучших условиях. Для оценки устойчивости пластинки, нагруженной нормальными усилиями и сдвигом, известно следующее соотношение [2]

$$\frac{\sigma}{\sigma_{кр.}} + \left(\frac{\tau}{\tau_{кр.}} \right)^2 = 1, \quad (14)$$

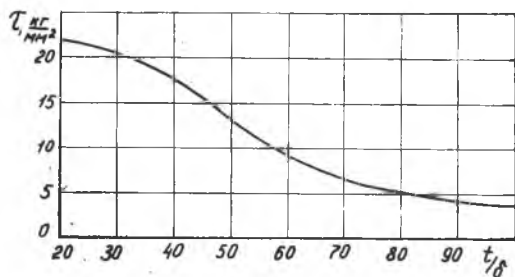
где σ , τ — расчетные напряжения;
 $\sigma_{кр.}$, $\tau_{кр.}$ — критические напряжения.

Возьмем какую-нибудь панель, оптимальную на сжатие, и нагрузим ее потоком касательных усилий T такой величины, что $\tau < \tau_{кр.}$. По условию (14), переписанному в виде

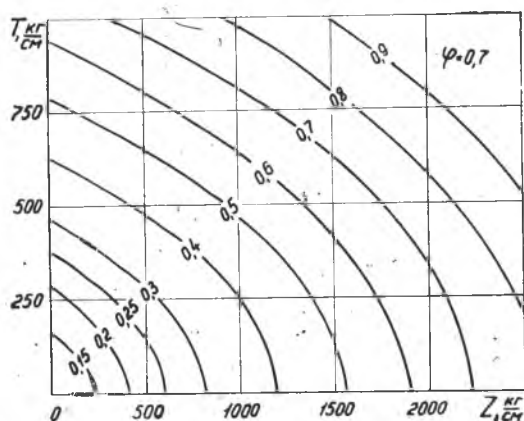
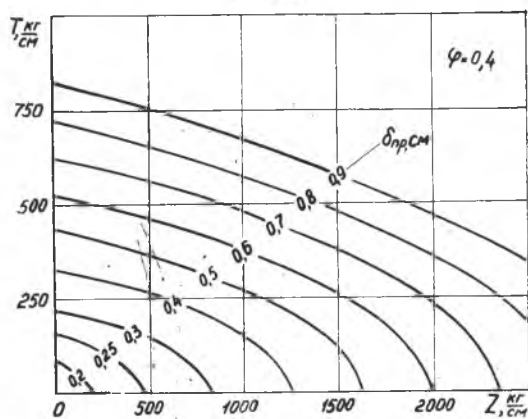
$$Z = \delta_{пр.} \sigma_{кр.} - T^2 \frac{\sigma_{кр.}}{\varphi^2 \tau_{кр.}^2 \delta_{пр.}}. \quad (15)$$

определим усилие Z , которым можно догрузить панель до наступления местной потери устойчивости в обшивке. Этот прием позволяет найти соответствие между критическими значениями уси-

лий Z и T и приведенной толщины панели $\delta_{пр}$ при прочих заданных параметрах, на основе которого можно построить номограммы для подбора величины $\delta_{пр}$ по усилиям Z и T .



Фиг. 5.



Фиг. 6.

Критические напряжения в клетке обшивки только от сжатия $\sigma_{кр}$, определяются при расчете номограмм по графикам $\sigma_{кр} = \sigma_{кр}(\delta, \varphi)$, вид которых показан на фиг. 4. Для определения критических напряжений в клетке обшивки только от сдвига $\tau_{кр}$ по результатам исследования [6,2] можно построить график $\tau_{кр} = \tau_{кр}(\frac{t}{\delta})$, считая обшивку шарнирно опертой на ребра и $l \gg t$. Вид графика показан на фиг. 5.

Порядок построения номограмм следующий:

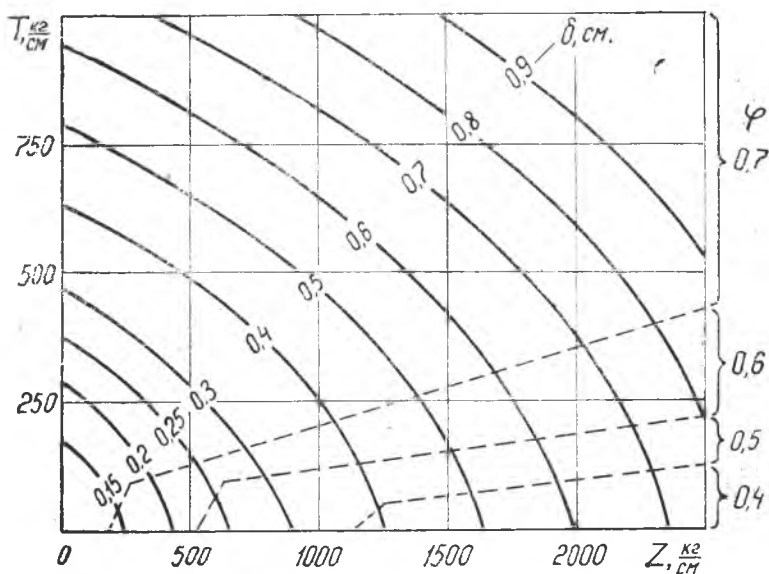
1. Принимаем определенное отношение $\varphi_i = \text{const}$.

2. По графикам, вид которых показан на фиг. 4 и фиг. 5, для ряда значений приведенных толщин $\delta_{пр}$, определяем критические напряжения $\sigma_{кр}$ и $\tau_{кр}$.

3. По уравнению (15) просчитываем кривые $Z = Z(T)$ для каждого значения $\delta_{пр}$.

Вид этих номограмм для различных отношений φ_i показан на фиг. 6. По ним для каждой определенной комбинации усилий Z и T при раз-

личных отношениях φ_i получаются различные требуемые толщины панелей $\delta_{пр.}$; и то отношение, при котором требуется наименьшая толщина панели, является самым выгодным. Ставя каждой комбинации усилий Z и T в соответствие оптимальные значения $\delta_{опт.}$ и $\varphi_{опт.}$, получим результирующую номограмму для подбора оптимальных величин $\delta_{опт.}$ и $\varphi_{опт.}$ по усилиям Z и T . Эту номограмму можно построить так. Проведем на всех номограммах фиг. 6 ряд одинаковых лучей из точки $Z = 0, T = 0$. Двигаясь по лучу $T = kZ$, найдем на каждой номограмме $\varphi_i = c$ точки пересечения с кривой $\delta_{пр.} = a$ и выберем точку, наиболее удаленную от начала координат. Тем самым мы определим величину $\delta_{опт.}$, при которой панель с $\delta_{пр.} = a$ выдержит наибольшие усилия. Найденную точку нанесем на аналогичном луче в результирующей номограмме, присвоив ей параметры $\delta_{пр.} = a$ и $\varphi = \varphi_{опт.}$. После определения таких же точек на других лучах для всех рассматриваемых значений $\delta_{пр.}$ построим кривые $\delta_{пр.} = const$ и зоны $\varphi_{опт.}$. Вид результирующей номограммы для одного частного случая показан на фиг. 7.



Фиг. 7.

Таким образом, получена возможность довольно просто определять близкие к оптимальным параметры ребристой панели, работающей на сжатие со сдвигом, т. е. для основного вида нагружения верхних панелей крыла малого удлинения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

**ГРАФИКИ $\sigma_{кр.} = \sigma_{кр.}(\delta, \varphi)$; $s = s(\delta, \varphi)$; $h = h(\delta, \varphi)$ и $t = t(\delta, \varphi)$
ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОЙ НА СЖАТИЕ РЕБРИСТОЙ ПАНЕЛИ.**

Решение задачи основывается на результатах исследований, приведенных в работах [10, 8].

При реальных соотношениях размеров панели в плане (в крыльях малого удлинения обычно $\frac{b}{l} > 4$) без большой ошибки можно рассматривать ее как бесконечную полосу, подкрепленную вдоль короткой стороны. Ошибка при этом направлена в запас устойчивости и быстро убывает с ростом отношения $\frac{b}{l}$ [6, 5, 2].

Условие оптимума такой панели на сжатие записывается в следующем виде

$$\sigma_0 = \sigma_s = \Phi \sqrt{\frac{Z}{l}} \sqrt{E_w}. \quad (16)$$

Здесь: Φ — коэффициент Фаррара

$$\Phi = \Phi\left(\frac{s}{\delta}; \frac{h}{l}\right). \quad (17)$$

E_w — приведенный модуль упругости материала. В соответствии с рекомендациями [8] для подкрепленной работающей на сжатие панели

$$E_w = \frac{E_c + E_k}{2}, \quad (18)$$

где E_c — секущий модуль и E_k — касательный модуль,
 σ_s — критическое напряжение общей потери устойчивости панели при сжатии, определяемье как критическое напряжение стержня длиной l , имеющего такую же изгибную жесткость, какую имеет система обшивка — ребра,
 σ_0 — критическое напряжение клетки обшивки совместно с ребрами

$$\sigma_0 = \nu \sigma_{00}, \quad (19)$$

где σ_{00} — критическое напряжение шарнирно опертой клетки обшивки без ребер и ν — коэффициент влияния ребер

$$\nu = \nu\left(\frac{s}{\delta}; \frac{h}{l}\right). \quad (20)$$

В работах [10, 8] показано, что в общем случае, когда нет ограничений на параметры сечения,

$$\Phi_{\text{опт.}} = \Phi_{\text{max max}} = 0,81; \quad (21)$$

$$r_{s_{\text{опт.}}} = \left(\frac{s}{\delta}\right)_{\text{опт.}} = 2,25; \quad (22)$$

$$r_{h_{\text{опт.}}} = \left(\frac{h}{l}\right)_{\text{опт.}} = 0,65. \quad (23)$$

Размеры оптимального сечения определяются следующими соотношениями

$$\delta = \Theta \sqrt{\frac{Zl}{E_w}}; \quad (24)$$

$$t = X \sqrt[4]{\frac{Zl^3}{E_w}}; \quad (25)$$

$$s = r_s \delta = Y \sqrt{\frac{Zl}{E_w}}; \quad (26)$$

$$h = r_h t = Q \sqrt[4]{\frac{Zl^3}{E_w}}; \quad (27)$$

где

$$\Theta = \frac{\varphi}{\Phi} = \Theta(r_s, r_h); \quad (28)$$

$$X = 1,1 \sqrt[3]{\Phi} \frac{s}{\delta} = \frac{1}{\varphi \sqrt{\left(\frac{1}{\varphi} - 1\right)^3 \left(\frac{1}{\varphi} + 3\right)}} = X(r_s, r_h); \quad (29)$$

$$Y = r_s \Theta = Y(r_s, r_h); \quad (30)$$

$$Q = r_h X = Q(r_s, r_h). \quad (31)$$

Оптимальные на сжатие панели имеют $\varphi_{\text{опт.}} = 0,4$.

Коэффициент Φ для рассматриваемого типа панелей определяется следующим выражением [8]

$$\Phi = 1,31 \sqrt{r_h} \varphi \sqrt[4]{\left(\frac{1}{\varphi} - 1\right) \left(\frac{1}{\varphi} + 3\right)} \sqrt[4]{\nu}. \quad (32)$$

Заметим, что

$$\varphi = \frac{1}{1 + r_s r_h}. \quad (33)$$

Тогда при $\varphi_i = \text{const}$ выражение (32) преобразуется к такому виду

$$\Phi = c_i \sqrt{r_h} \sqrt[4]{\nu}, \quad (34)$$

где c_i зависит от φ_i .

Далее, при $\varphi_i = \text{const}$

$$r_s = \frac{1 - \varphi}{\varphi r_h}, \quad (35)$$

и на основании (20) и (35)

$$\nu = \nu(r_h). \quad (36)$$

Кривые $\nu = \nu(r_h)$ при рассматриваемых значениях φ_i получены из кривых $\nu = \nu(r_s, r_h)$, приведенных в работе [10], и даны на фиг. 8.

Таким образом, при $\varphi_i = \text{const}$ коэффициент Φ есть некоторая функция от r_h , т. е.

$$\Phi = c_i f_1(r_h). \quad (37)$$

Выражения (29), (30) и (31) можно привести к аналогичному виду

$$X = \xi_i f_2(r_h); \quad (38)$$

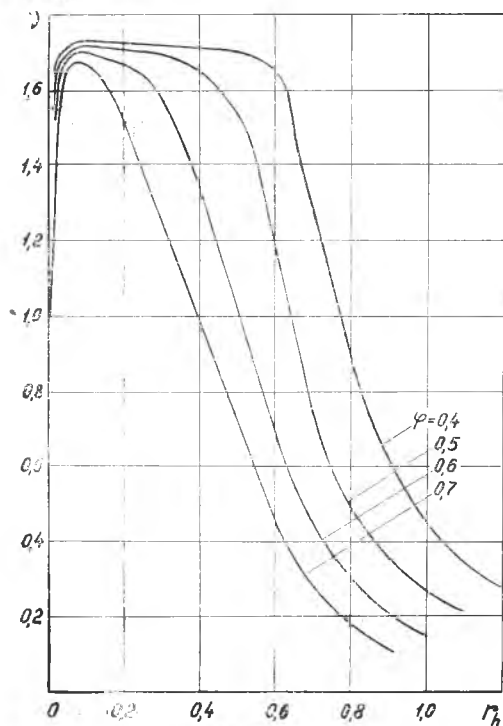
$$Y = \eta_i f_3(r_h); \quad (39)$$

$$Q = \xi_i f_4(r_h). \quad (40)$$

Здесь ξ_i и η_i зависят от φ_i .

По выражениям (34), (29), (30) и (31), учитывая (37—40), строим графики $\Phi = \Phi(r_h)$; $X = X(r_h)$; $Y = Y(r_h)$ и $Q = Q(r_h)$ для рассматриваемых значений φ_i . Значения коэффициентов c , ξ и η в зависимости от φ даны в таблице 1. Графики приведены на фиг. 9.

Из кривых $\Phi = \Phi(r_h)$ видно, что коэффициент Φ при $\varphi_i = \text{const}$ не может превышать некоторой величины Φ_{max_i} . Значения Φ_{max_i} для рассматриваемых значений φ_i и соответствующие им значения $r_{\text{с опт. } i}$ и $r_{h \text{ опт. } i}$ также даны в таблице 1.



Фиг. 8.

Выразим параметры оптимального на сжатие сечения в функции напряжения

$$\sigma = \frac{Z\sigma}{\delta}. \quad (41)$$

На основании (24—27) и (41) можно записать следующее

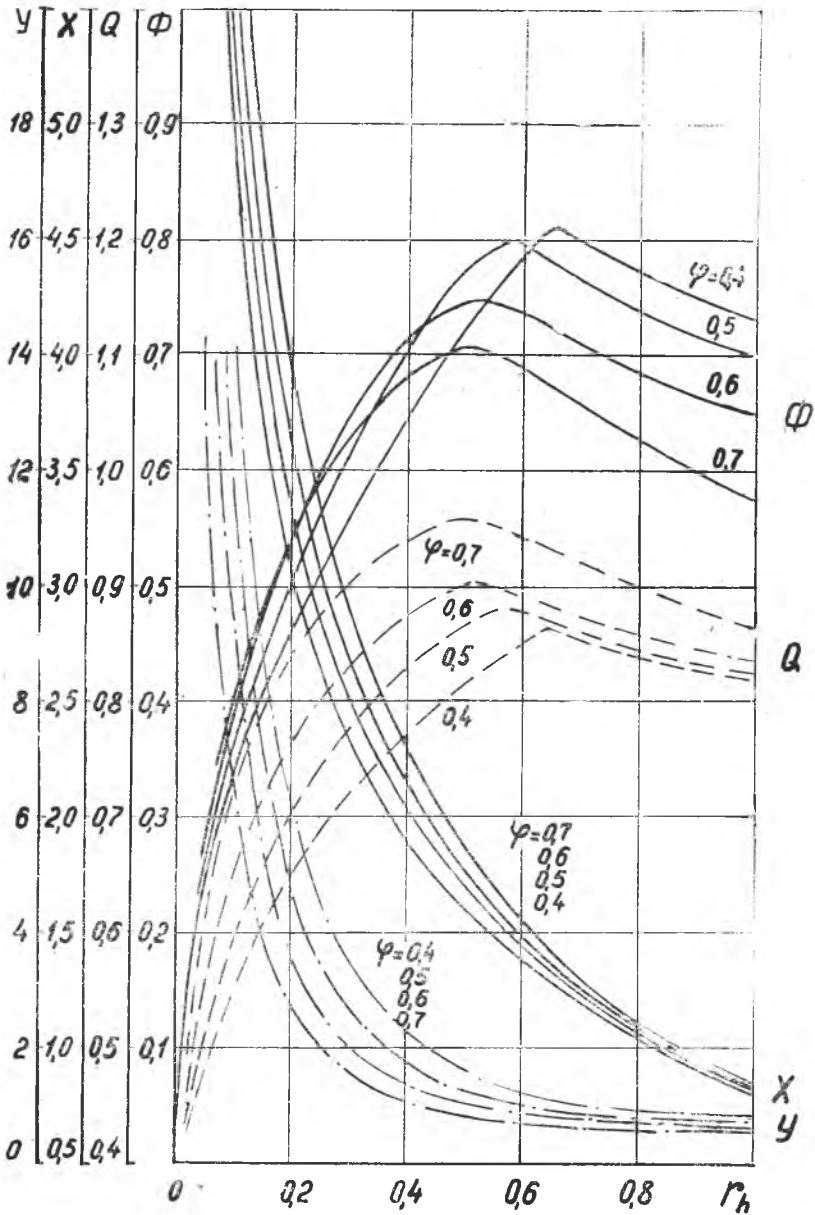
$$\delta = \frac{\sigma I \varphi}{\Phi^2 E_w}; \quad (42)$$

$$X = t \sqrt[4]{\frac{E_w \varphi}{I^3 \sigma \delta}}; \quad (43)$$

$$Y = s \sqrt[4]{\frac{E_w \varphi}{I \sigma \delta}}; \quad (44)$$

$$Q = h \sqrt[4]{\frac{E_w \varphi}{I^3 \sigma \delta}}. \quad (45)$$

Зависимости (42—45), а также приведенные на фиг. 9 графики $\Phi = \Phi(r_h)$; $X = X(r_h)$; $Y = Y(r_h)$ и $Q = Q(r_h)$ при $\varphi_i = \text{const}$ служат основой для расчета и построения графиков $s = s(\delta, \varphi)$;



Фиг. 9.

φ_i	C_i	ξ_i	η_i	$\Phi_{\max i}$	$r_s \text{ опт. } i$	$r_h \text{ опт. } i$
0,4	0,888	0,959	0,6	0,810	2,31	0,65
0,5	0,979	0,984	0,5	0,796	1,72	0,58
0,6	1,044	1,040	0,4	0,746	1,27	0,53
0,7	1,077	1,141	0,3	0,704	0,86	0,50

$h = h(\delta, \varphi)$; $t = t(\delta, \varphi)$ и, наконец, $\sigma_{кр.} = \sigma_{кр.}(\delta, \varphi)$. График $\sigma_{кр.} = \sigma_{кр.}(\delta, \varphi)$ необходим для расчета рассмотренных ранее номограмм. Остальные графики используются при назначении рациональных размеров сечения панели.

Рассмотрим построение этих графиков.

Если ограничения на параметры отсутствуют, расчет ведем следующим образом.

1) По выражению (42) просчитываем и строим кривые $\sigma = \sigma(\delta)$ при $\Phi_i = \Phi_{\max i}$ и $E_w = E_w(\sigma)$ для нужных значений φ_i .

2) По выражению (43) рассчитываем и строим кривые $t = t(\delta)$ при $X = \xi_i \sqrt{\frac{\Phi_{\max i}}{r_{h \text{ опт. } i}}}$; $E_w = E_w(\sigma)$ и $\sigma = \sigma(\delta)$ для тех же значений φ_i .

3) Строим кривые $s = r_{s \text{ опт. } i} \delta = s(\delta)$ и $h = r_{h \text{ опт. } i} t = h(\delta)$.

В том случае, когда по технологическим соображениям задан шаг ребер t , задачу можно решить в несколько приближений следующим образом.

1) Задаемся $\Phi_i^0 = \Phi_{\max i}$.

2) По (42) для определенного значения σ подсчитываем δ_i^0 при некотором отношении φ_i .

3) По (43) подсчитываем X_i^0 , и по кривым $X = X(r_h)$ и $\Phi = \Phi(r_h)$ на фиг. 9 находим значение Φ_i^1 , соответствующее X_i^0 .

Затем возвращаемся в пункт (2) и повторяем расчет до стабилизации значения Φ_i , что обычно происходит после 3—4 приближений.

4) По установившемуся значению Φ_i на фиг. 9 находим r_{hi} , а затем подсчитываем r_{si} .

5) По (42) подсчитываем δ .

6) Подсчитываем s и h в соответствии с (26) и (27).

Проделав подобные расчеты для ряда значений σ , строим искомые кривые.

На фиг. 4 показан вид графиков для панели, имеющей длину $l = 400$ мм, шаг ребер $t = 50$ мм. В качестве материала панели принят один из алюминиевых сплавов.

Аналогичные графики можно построить с помощью кривых $U = U(r_h)$ и $Q = Q(r_h)$ и в том случае, когда заданы ограничения на какой-либо другой параметр, или на пару параметров.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Б. Вахитов. К расчету на прочность тонкостенных крыльев малого удлинения. «Известия высших учебных заведений. Сер. Авиационная техника». № 1, 1967.

2. А. С. Вольмир. Устойчивость деформируемых систем. М., Физматгиз, 1967.

3. В. А. Комаров. Расчет крыла малого удлинения как пластины переменной жесткости. Труды Куйбышевского авиац. ин-та, вып. 32, 1968.

4. В. А. Комаров. О рациональных силовых конструкциях крыльев малого удлинения. Там же.

5. Б. И. Слепов. Устойчивость прямоугольных пластин под совместным действием касательных и нормальных напряжений. Труды ЦНИИ им. Крылова, вып. 13, 1946.

6. С. П. Тимошенко. Устойчивость упругих систем. М., ГТИ, 1946.

7. С. П. Тимошенко. История науки о сопротивлении материалов. М., ГТИ, 1957.

8. Г. Хертель. Тонкостенные конструкции. М., Машиностроение, 1965.

9. D. I. Farrar. J. Roy. Aeronaut. Soc. November, 1949.

10. E. C. Catchpole. J. Roy. Aeronaut. Soc. November, 1954.