

*Сборник посвящается
70-летию со дня рождения
дважды Героя
Социалистического Труда
академика
Николая Дмитриевича Кузнецова*

УДК 539.4

Б. Ф. Балашов, Л. А. Козлов

**ЗАПАСЫ ПРОЧНОСТИ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ
С УЧЕТОМ РАССЕЯНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК
СОПРОТИВЛЕНИЯ УСТАЛОСТИ И ДЕЙСТВУЮЩИХ
НАПРЯЖЕНИЙ**

Развитие статистических представлений о сопротивлении усталости и о напряжениях, действующих в эксплуатационных условиях, предопределило разработку вероятностных методов расчета с оценкой вероятности и статистического запаса прочности.

Основываясь на представлениях, предложенных в области статистической прочности строительных конструкций, С. В. Серенсен и Е. Б. Буглов [1] предложили зависимость для вероятности разрушения. В этом случае рассматривается функция плотности распределения действующих напряжений и производится сопоставление с функцией плотности распределения пределов выносливости. Разрушение возможно на участке $\sigma_{-1 \text{ min}} - \sigma_{v \text{ max}}$ с вероятностью

$$P = \int_{\sigma_{-1 \text{ min}}}^{\sigma_{v \text{ max}}} f_H(\sigma) \int_{\sigma_{-1 \text{ min}}}^{\sigma} f_{\text{пр}}(\sigma) d\sigma d\sigma, \quad (1)$$

где $f_{\text{пр}}(\sigma)$ — функция плотности распределения пределов выносливости; $f_H(\sigma)$ — функция плотности распределения амплитуд напряжений.

Запас прочности по средним значениям \bar{n} и вероятность разрушения P связаны между собой некоторой зависимостью,

которая определяется законами распределения предела выносливости σ_{-1} и действующих напряжений σ_v . Если величины σ_{-1} и σ_v (или их логарифмы) распределяются нормально, то вероятность разрушения P и запас прочности по средним значениям \bar{n} связаны простой зависимостью [2]

$$U_p = \frac{1 - \bar{n}}{\sqrt{\bar{n} V_{\sigma_{-1}}^2 + V_{\sigma_v}^2}}, \quad (2)$$

где U_p — квантиль нормального распределения, соответствующий вероятности разрушения P ; $V_{\sigma_{-1}}$ и V_{σ_v} — коэффициенты вариации величин σ_{-1} и σ_v .

И. А. Биргер [3, 4] предложил определять статистический запас прочности по формуле

$$n^* = \frac{\sigma_{-1}^*}{\sigma_v^*} \geq [n], \quad (3)$$

где n^* — запас прочности, определяемый по экстремальным значениям предела выносливости и действующих напряжений; σ_{-1}^* — статистически минимальное значение предела выносливости; σ_v^* — статистически максимальное значение действующего напряжения; $[n]$ — допустимая величина запаса прочности.

Величины σ_{-1}^* и σ_v^* определяются статистическими методами с учетом возможных случайных отклонений:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{-1}^* &= \bar{\sigma}_{-1} - k_{z, p, q} S_{\sigma_{-1}}; \\ \sigma_v^* &= \bar{\sigma}_v + k_{z, p, q} S_{\sigma_v}, \end{aligned} \right\}$$

где $\bar{\sigma}_{-1}$ и $\bar{\sigma}_v$ — средние значения предела выносливости и действующих переменных напряжений; $S_{\sigma_{-1}}$ и S_{σ_v} — средние квадратические отклонения σ_{-1} и σ_v ; $k_{z, p, q}$ — толерантные коэффициенты с уравнениями значимости q доверия P_q с учетом объема используемой информации z .

Расчет на прочность с использованием зависимости (3) широко применяется при сравнительных оценках прочности, когда величина допускаемого значения $[n]$ определяется по данным эксплуатации выполненных конструкций.

Статистический запас прочности (3) связан со средним значением запаса прочности \bar{n} следующей зависимостью:

$$n^* = \frac{\sigma_{-1}^*}{\sigma_v^*} = \bar{n} \frac{1 - k_{z, p, q} V_{\sigma_{-1}}}{1 + k_{z, p, q} V_{\sigma_v}}. \quad (4)$$

Если величины σ_{-1} и σ_v распределены нормально, то, имея в виду известные из теории вероятности соотношения между коэффициентом вариации случайной величины и средним квадратическим отклонением ее логарифма [5]

$$V_{\sigma_{-1}} \approx S_{lg \sigma_{-1}} \quad \text{и} \quad V_{\sigma_v} \approx S_{lg \sigma_v},$$

выражение (4) может быть записано в виде

$$n^* = \bar{n} \frac{1 - U_p S_{lg \sigma_{-1}}}{1 + U_p S_{lg \sigma_v}}. \quad (5)$$

Исследование рассеяния пределов выносливости материалов деталей ГТД [6] и действующих напряжений в рабочих лопатках [7, 8] позволило установить, что коэффициент вариации предела выносливости составляет

$$V_{\sigma_{-1}} \approx S_{lg \sigma_{-1}} = \frac{S_{lg N}}{m} = \frac{0,2 \div 0,8}{8 \div 40} = 0,005 \div 0,1,$$

в то время как коэффициент вариации действующих переменных напряжений оказывается существенно более высоким:

$$V_{\sigma_v} = S_{lg \sigma_v} = 0,1 \div 0,4 \text{ и болес.}$$

На рис. 1 и 2 приведены графики зависимостей (2) и (5) вероятности разрушения (квантиль U_p и вероятность P) и статистического запаса прочности (n^*) от среднего значения запаса прочности (\bar{n}) при соответствующих значениях коэффициентов вариации предела выносливости $V_{\sigma_{-1}}$ и действующих напряжений V_{σ_v} .

Как видно из этих графиков, преобладающее влияние на вероятность разрушения и минимальные запасы прочности

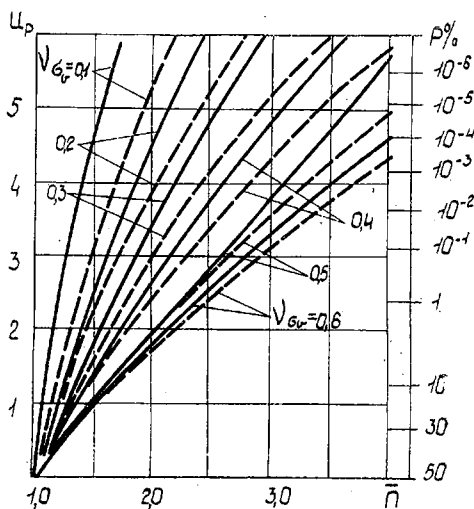


Рис. 1. Зависимость вероятности разрушения $P\%$ от среднего значения запаса прочности \bar{n} для различных уровней вариации предела выносливости и действующих напряжений: — $V_{\sigma_{-1}} = 0,04$; - - - $V_{\sigma_{-1}} = 0,08$

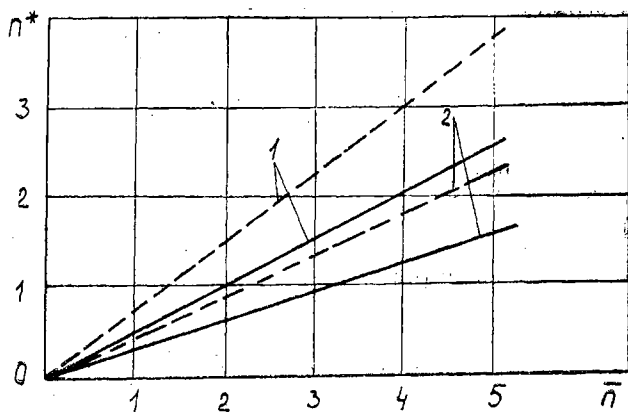


Рис. 2. Зависимость статистического запаса прочности от среднего запаса при заданных рассеяниях логарифма предела выносливости и действующих напряжений: 1 — кривые для $S_{lg\sigma_v} = 0,1$; 2 — кривые для $S_{lg\sigma_v} = 0,4$; — — значения при $S_{lg\sigma_{-1}} = 0,005$; — значения при $S_{lg\sigma_{-1}} = 0,1$

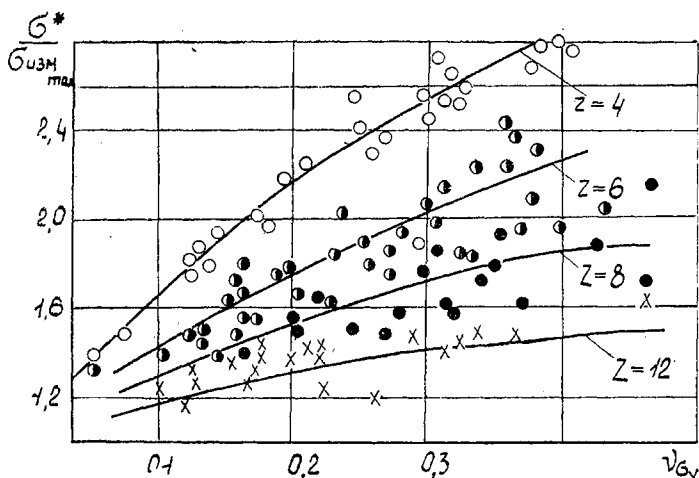


Рис. 3. Зависимость отношения статистически максимальных напряжений к максимальным измеренным от коэффициента вариации действующих напряжений: z — число тензометрированных лопаток

оказывает дисперсия нагрузки, так как она существенно превышает дисперсию предела выносливости. Следует также отметить, что при высоких значениях рассеяния действующих напряжений $S_{lg\sigma_v} > 0,3$ даже значительное увеличение среднего запаса прочности \bar{n} не приводит к существенному увеличению статистического запаса прочности n^* , что следует из зависимости (5) и наглядно показано на рис. 2 при $U_p = 3$.

В настоящее время обращается большое внимание на уменьшение рассеяния пределов выносливости, в то время как уменьшению рассеяния действующих напряжений, по-видимому, в силу их малости по сравнению с пределами выносливости, уделяется недостаточное внимание, и рассеяние оказывается весьма существенным (рис. 3) [8]. Для повышения надежности (увеличение статистического запаса при одинаковом значении среднего) необходимо уделять должное внимание и устранять в конструкции, технологии изготовления и эксплуатации факторы, вызывающие повышенный разброс действующих переменных напряжений.

Развитие вероятностных методов расчета на прочность при многоцикловой усталости с использованием расчетных зависимостей для статистического запаса прочности (3) и вероятности разрушения (1) связано с необходимостью оценки параметров распределения (среднее значение и дисперсия) вблизи центра рассеяния и функций плотности распределения пределов выносливости и действующих напряжений.

В общем случае распределения действующих напряжений могут аппроксимироваться различными одно- и двухпараметрическими законами (в том числе однопараметрическими с «порогом чувствительности»), а распределения пределов выносливости — двух- и трехпараметрическими: нормальным и логнормальным, без «порога» и с «порогом чувствительности», Вейбулла, Гумбеля и др. [9, 10, 11].

Статистический анализ влияния различных законов распределения действующих напряжений и пределов выносливости на вероятность разрушения (1) и статистические запасы прочности (3) и сопоставление с запасами по средним значениям \bar{n} показал, что:

а) влияние закона распределения действующих напряжений на вероятность разрушения существенно слабее вариации нагрузки;

б) при нормальном законе распределения логарифмов действующих напряжений и пределов выносливости преобладающее влияние на вероятность разрушения и минимальные

статистические запасы оказывает дисперсия нагрузки, так как она существенно превышает дисперсию пределов выносливости ($S_{lg\sigma_v} = 0,1 \div 0,3$; $S_{lg\sigma_v} = 0,05 \div 0,08$);

в) при среднем запасе прочности ($n \geq 3$) и вариации действующих напряжений $V_{\sigma_v} \approx S_{lg\sigma_v} < 0,2$ вероятность разрушения практически равна нулю и поэтому использование вероятности разрушения в качестве критерия прочностной надежности для особо ответственных деталей оказывается нецелесообразной;

г) при высоких значениях рассеяния действующих напряжений $S_{lg\sigma} \approx 0,3$ даже значительное увеличение среднего запаса не приводит к существенному увеличению минимального запаса прочности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Серенсен С. В., Буглов Е. Г. О прочности деталей в связи с вероятностным представлением о нагруженности и характеристиках усталости. — Вестник машиностроения, 1960, № 11.
2. Серенсен С. В., Козаев В. П. Вероятностный расчет на прочность при стационарной переменной нагруженности и условия подобия усталостного разрушения. — Вестник машиностроения, 1968, № 1.
3. Биргер И. А. Вероятность разрушения, запасы прочности и диагностика. — В сб.: Проблемы механики твердого деформированного тела. — Л.: Судостроение, 1970.
4. Биргер И. А. Детерминированные и статистические модели суммирования повреждений. — Проблемы прочности, 1978, № 11.
5. Худсон Д. Статистика для физиков. — М.: Мир, 1970.
6. Конструкционная прочность материалов и деталей ГТД. — Тр. ЦИАМ/Руководство для конструкторов под ред. Биргера И. А. и Балашова Б. Ф., 1979, № 835.
7. Козлов Л. А., Халатов Ю. М. Применение статистических методов к определению вибронпряженности лопаток турбомашин и оценке их надежности. — В кн.: Проблемы надежности в строительной механике. — Вильнюс, 1968.
8. Шорр Б. Ф., Локштанов Е. А., Халатов Ю. М. Об одном возможном подходе и вероятностной оценке вибрационной прочности турбомашин. — Проблемы прочности, 1972, № 11.
9. Вейбуля В. Усталостные испытания и анализ их результатов. — М.: Машиностроение, 1964.
10. Кордонский Х. Б., Фридман Я. Ф. Некоторые вопросы вероятностного описания усталостной долговечности. — Заводская лаборатория, 1976, № 7.
11. Козлов Л. А. Условия прочности при переменных напряжениях нестационарного режима по параметру вероятности разрушения. — В сб.: Прочность и динамика авиационных двигателей. — М.: Машиностроение 1969, вып. 5.