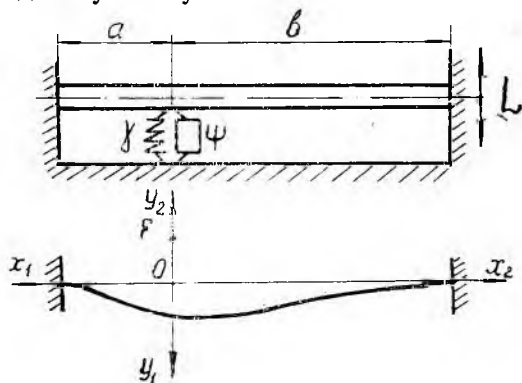


Е. А. ПАНИН, И. Д. ЭСКИН

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТРУБОПРОВОДА С УПРУГО-ДЕМПФИРУЮЩЕЙ ОПОРОЙ В ВИДЕ МНОГОСЛОЙНОГО ПАКЕТА

Для уменьшения резонансных амплитуд напряжений вынужденных поперечных колебаний трубопроводов гидравлических систем летательных аппаратов применяются специальные упруго-демпфирующие опоры (УДО) [1], [2], [3], [4], которые также повышают сопротивляемость трубопроводов статическому изгибу и в ряде случаев уменьшают число мест крепления.



Фиг. 1.

Целесообразность применения цельнометаллических УДО, выполненных в виде многослойных пакетов, по сравнению с существующими конструкциями определяется их следующими специфическими качествами.

Более эффективным демпфированием резонансных колебаний системы в широком диапазоне частот, высокими прочностью и ресурсом, физико-химической надежностью,

возможностью работы при высоких и низких температурах.

В работе рассматриваются вынужденные колебания прямого трубопровода длиной L_T с заземленными концами и промежуточной УДО, выполненной в виде многослойного пакета (фиг. 1).

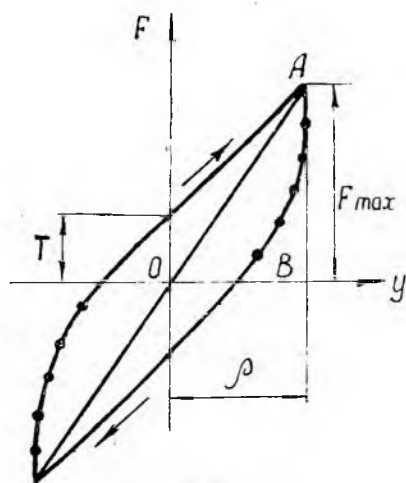
Система установлена на платформе (изделии), которая колеблется по гармоническому закону:

$$L(t) = L \cos \omega t. \quad (1)$$

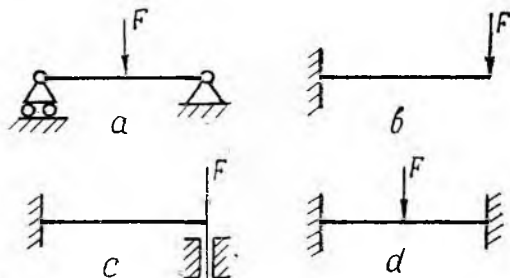
Влияние поперечной силы, инерции вращения сечения трубопровода и инерционных сил многослойного пакета не учитывается.

Пакет набран из n одинаковых прокладок толщиной h , двух одинаковых накладок толщиной $h_n = \frac{1}{2} kh$ и сжатых равномерно распределенной нагрузкой p .

Упруго-гистерезисная петля пакета УДО приведена на фиг. 2. УДО может быть выполнена в виде балок, показанных на фиг. 3.



Фиг. 2.



Фиг. 3.

Сила внутреннего сопротивления в УДО записывается в виде [5].

$$\bar{F} = \gamma \left[y(t) - \frac{\psi}{2\pi} y(t - \tau) \right], \quad (2)$$

где $\gamma = \frac{F_{\max}}{\rho}$ — средняя жесткость цикла УДО (фиг. 2),

$\tau = \frac{\pi}{2\omega}$ — запаздывание,

$y(t)$ — смещение сечения трубопровода в месте постановки УДО,

$\psi = \frac{\Delta W}{W}$ — коэффициент рассеивания,

ΔW — энергия, рассеянная УДО за один цикл,

W — площадь ΔOAB (фиг. 2).

Следовательно, для обоих участков трубопровода в случае резонанса справедливы соотношения для амплитуды и изгибающего момента (5), (6) [1].

Приняв за коэффициент динамического усиления величину

$$\mu_m(x_m) = \frac{y_m(x_m)}{L}, \quad (3)$$

а за относительное напряжение трубопровода величину

$$\bar{\sigma}_m(x_m) = \frac{M_m(x_m) l_T^2}{\alpha^2 E_T I_T L} \quad (m = 1, 2), \quad (4)$$

из (5), (6) [1], найдем:

$$y_m(x_m) = \sqrt{\frac{Y_{1m}^2}{\Delta_1^2} + \frac{4\pi^2 Y_{2m}^2 \alpha^6 \Delta_8^2 E_T^2 I_T^2}{\gamma^2 \psi^2 \Delta_1^4 l_T^6}}, \quad (5)$$

$$\sigma_m(x_m) = \sqrt{\frac{M_{1m}^2}{\Delta_1^2} + \frac{4\pi^2 M_{2m}^2 \alpha^6 \Delta_8^2 E_T^2 I_T^2}{\gamma^2 \psi^2 \Delta_1^4 l_T^6}} \quad (6)$$

В формулах (3), (4), (5), (6):

m — номер участка трубопровода,

$y_m(x_m)$ — амплитуда смещения трубопровода в текущем сечении,

$M_m(x_m)$ — амплитуда изгибающего момента в текущем сечении,

$E_T I_T$ — изгибная жесткость трубопровода,

α — корень частотного уравнения,

$$Y_{1m} = (-1)^m [\Delta_1 S(\alpha x_m) - \Delta_3 U(\alpha x_m) + \Delta_{4m} V(\alpha x_m) - \Delta_1] + \Delta_2 T(\alpha x_m);$$

$$Y_{2m} = (-1)^m [-\Delta_6 U(\alpha x_m) - \Delta_{7m} V(\alpha x_m) - \Delta_1 S(\alpha x_m) + \Delta_5 T(\alpha x_m)];$$

$$M_{1m} = (-1)^m [-\Delta_1 U(\alpha x_m) + \Delta_3 S(\alpha x_m) - \Delta_{4m} T(\alpha x_m)] - \Delta_2 V(\alpha x_m);$$

$$M_{2m} = (-1)^m [\Delta_6 S(\alpha x_m) + \Delta_{7m} T(\alpha x_m) + \Delta_1 U(\alpha x_m)] - \Delta_5 V(\alpha x_m);$$

$$\Delta_1 = \frac{1}{4} [B(\alpha a) D(\alpha b) + B(\alpha b) D(\alpha a)];$$

$$\Delta_2 = \frac{1}{2} [D(\alpha a) U(\alpha b) - D(\alpha b) U(\alpha a)] - \Delta_5;$$

$$\Delta_3 = \frac{1}{2} [B(\alpha b) U(\alpha a) + B(\alpha a) U(\alpha b)] - \Delta_6;$$

$$\Delta_{41} = \frac{1}{2} \left[T(\alpha a) B(\alpha b) + \frac{1}{2} U(\alpha b) S_1(\alpha a) - S(\alpha a) D(\alpha b) \right] + \Delta_{71};$$

$$\Delta_{42} = \frac{1}{2} \left[T(\alpha b) B(\alpha a) + \frac{1}{2} U(\alpha a) S_1(\alpha b) - S(\alpha b) D(\alpha a) \right] + \Delta_{72};$$

$$\Delta_5 = \frac{1}{8} [D(\alpha a) S_1(\alpha b)] - D(\alpha b) S_1(\alpha a)];$$

$$\Delta_6 = \frac{1}{8} [B(\alpha b) S_1(\alpha a) + B(\alpha a) S_1(\alpha b)];$$

$$\Delta_{71} = \frac{1}{4} \left[D(\alpha b) E(\alpha a) - \frac{1}{4} S_1(\alpha a) S_1(\alpha b) - A(\alpha a) B(\alpha b) \right];$$

$$\Delta_{72} = \frac{1}{4} \left[D(\alpha a) E(\alpha b) - \frac{1}{4} S_1(\alpha a) S_1(\alpha b) - A(\alpha b) B(\alpha a) \right];$$

$$\Delta_8 = \frac{1}{2} \left[T(\alpha a) B(\alpha b) + T(\alpha b) B(\alpha a) + \frac{1}{2} U(\alpha a) S_1(\alpha b) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} U(\alpha b) S_1(\alpha a) - S(\alpha b) D(\alpha a) - S(\alpha a) D(\alpha b) + D(\alpha a) \right]$$

$S(\alpha)$, $T(\alpha)$, $U(\alpha)$, $V(\alpha)$ — функции Крылова,
 $A(\alpha)$, $B(\alpha)$, $C(\alpha)$, $D(\alpha)$, $E(\alpha)$, $S_1(\alpha)$ — функции Прагера и Гогенемзера [6],
 a и b — относительные координаты положения УДО (см. фиг. 1).

Частотное уравнение записывается в виде [1]:

$$\frac{1}{2} \alpha^3 D(\alpha) - K \Delta_1 = 0, \quad (7)$$

где средняя относительная жесткость УДО

$$K = \frac{\gamma l_T^3}{E_T I_T}. \quad (8)$$

По найденным корням этого трансцендентного уравнения α_1 , $\alpha_2 \dots$ определяются резонансные частоты

$$\omega = \frac{\alpha^2}{l_T^2} \sqrt{\frac{E_T I_T}{q}}, \quad (9)$$

где q — погонная масса трубопровода.

Ниже исследуются два возможных случая деформированного состояния системы.

Случай I ($\alpha_{0j}=1$)*. Пакет УДО расслоен неполностью, рассматриваются только моменты, когда взаимные скольжения достигают j -ой контактной поверхности пакета ($j=1, 3, 5, \dots, n$). Здесь j — число проскользнувших пластин в пакете.

Средняя жесткость цикла и коэффициент рассеяния УДО для этого случая записываются в виде [7]:

$$\gamma_j = \frac{2}{3} \frac{\eta_{1j}^2}{\beta_j \mu_j} \frac{A_8^{j-2} s C_1}{B_6} \quad (j = 1, 3, 5, \dots, n); \quad (10)$$

$$\psi_j = 16\pi \frac{\eta_{1j}^2}{\beta_j \mu_j} \frac{B_1 A_9^{j-2}}{B_4 A_8^{j-2}} \quad (j = 1, 3, 5, \dots, n), \quad (11)$$

где относительная амплитуда возбуждающей силы [7], [8]

$$\beta_j = \frac{Lq l_T \omega^2}{sT}, \quad (12)$$

s — число пакетов,

T — обобщенная сила трения [9] (см. фиг. 2), равная

$$T = fp b_n h \frac{A_4}{A_6}, \quad (13)$$

b_n — ширина пакета УДО,

f — коэффициент трения скольжения на контактных поверхностях пакета,

* α_{0j} — коэффициент нагрузки, равный отношению силы, действующей на пакет в момент проскальзывания j -ого слоя к амплитудному значению силы.

η_{ij} — относительная резонансная частота

$$\eta_{ij}^2 = \frac{\omega^2}{P_1^2} = \frac{\omega^2 q l_T}{s C_1}, \quad (14)$$

P_1 — собственная частота линейного осциллятора с массой, равной массе трубопровода, и жесткостью упругого элемента, равной жесткости $s C_1$ s нерасслоенных пакетов,

μ_j — коэффициент динамического усиления УДО [7]

$$\mu_j = \frac{2}{3} \frac{1}{\beta_j} \frac{A_5}{A_4} \eta_{1j}^{j-2} B_1 \quad (j=1, 3, 5, \dots, n), \quad (15)$$

равный коэффициенту динамического усиления трубопровода в месте постановки УДО — μ_{jT} .

В формулах (10), (11), (13), (15):

$$A_4 = \frac{6}{k^3 + 4n};$$

$$A_5 = \frac{1}{k^3 + 4n} \left[\frac{4(n+k)^3 - k^3 - 4n}{(n+k)^2 - 1} + 4 \sum_{i=1}^{i=n-2} \frac{(n+k-i)^3 + 4i - k^3 - 4n}{(n+k-i)[n+k-i]^2 - 4} \right] \\ (i = 1, 3, 5, \dots, n-2);$$

$$A_5^{j-2} = \frac{1}{(n+k)^2 - 1} + 4 \sum_{i=1}^{i=j-2} \frac{1}{(n+k-i)[(n+k-i)^2 - 4]} \quad (i = 1, 3, 5, \dots, j-2); \\ (j = 3, 5, \dots, n);$$

$$A_8^{j-2} = \frac{(n+k)^3}{(n+k)^2 - 1} + \sum_{i=1}^{i=j-2} \frac{(n+k-i)^3 + 4i}{(n+k-i)[(n+k-i)^2 - 4]} \quad (i = 1, 3, 5, \dots, j-2); \\ (j = 3, 5, \dots, n);$$

$$A_9^{j-2} = \sum_{i=1}^{i=j-2} \frac{n+k-i}{(n+k-i)[(n+k-i)^2 - 4]} \quad (i = 1, 3, 5, \dots, j-2); \\ (j = 3, 5, \dots, n);$$

$$B_1 = A_4 (n+k)^3;$$

$$B_4 = \pi A_5;$$

$$B_6 = \frac{A_5}{A_4}.$$

Из (8) [1] найдем

$$\mu_{jT} = \frac{2\pi\alpha^3 |\Delta_8|}{K_j \psi_j |\Delta_1|}. \quad (16)$$

Из (9) и (14) найдем

$$\eta_{1j}^2 = r \alpha_j^4 \quad (j = 1, 3, 5, \dots, n), \quad (17)$$

где относительная жесткость системы

$$r = \frac{E_T I_T}{l_T^3 s C_1}. \quad (18)$$

Приравняв (15) и (16), найдем относительную амплитуду возбуждающей силы:

$$\beta_j = \frac{8 A_5 A_9 \alpha_j |\Delta_1|}{A_5 B_4 B_6 |\Delta_8|} \quad (j = 1, 3, 5, \dots, n). \quad (19)$$

Из (5), (6), (10), (11), (15), (17), (18) и (19) найдем значения динамического коэффициента усиления и относительного напряжения в текущем сечении трубопровода.

$$\mu_{jm}(x_m) = \sqrt{\frac{Y_{1m}^2}{\Delta_1^2} + \frac{Y_{2m}^2 \alpha_j^6 r^2 B_1^2 B_4^2 B_6^2 (A_5)^4 \Delta_8^2}{144 A_5^4 (A_9)^2 \Delta_1^4}}; \quad (20)$$

$$(m = 1, 2. j = 1, 3, 5, \dots, n)$$

$$\bar{\sigma}_{jm}(x_m) = \sqrt{\frac{M_{1m}^2}{\Delta_1^2} + \frac{M_{2m}^2 \alpha_j^6 r^2 B_1^2 B_4^2 B_6^2 (A_5)^4 \Delta_8^2}{144 A_5^4 (A_9)^2 \Delta_1^4}}. \quad (21)$$

$$(m = 1, 2. j = 1, 3, 5, \dots, n)$$

Подставив в (8) (10), (15), (17), (18), (19), найдем среднюю относительную жесткость УДО

$$K_j = \frac{A_5 A_8}{r A_5 B_1 B_6} \quad (j = 1, 3, 5, \dots, n). \quad (22)$$

Случай II ($\alpha_{0n} < 1$). Пакет УДО полностью расслоен.

Средняя жесткость цикла и коэффициент рассеивания УДО записываются в виде [7]:

$$\nu \gamma = s C_1 \left(\frac{3}{2B_1} + \frac{\gamma_1^2}{3\mu} \right); \quad (23)$$

$$\psi = \frac{16\pi \frac{B_1}{B_4} \frac{\gamma_1^2}{3\mu} \left[\frac{3}{2} \frac{A_1}{B_1} + \frac{\gamma_1^2}{3\mu} \left(A_1 - \frac{2}{3} B_3 \right) \right]}{\frac{3}{2B_1} + \frac{\gamma_1^2}{3\mu}}, \quad (24)$$

где [7], [9]

$$A_1 = \frac{2n+k}{k^3+4n}; \quad A_2 = \frac{(n+k)^2}{(n+k)^2-1};$$

$$A_3 = \frac{1}{k^3+4n} \sum_{i=1}^{i=n-2} \frac{(2n+k)[(n+k-i)^3+4i] - (4n+k^3)(n+k+i)}{(n+k-i)[(n+k-i)^2-4]};$$

$$B_3 = \frac{A_4}{A_5} (A_1 A_2 + A_3).$$

Относительная частота определяется формулой (17), в которой отброшен индекс j .

Подставив в (5) и (6) (23), (24), (17), (16), найдем значения динамического коэффициента усиления и относительное напряжение в текущем сечении трубопровода:

$$\mu_m(x_m) = \sqrt{\frac{Y_{1m}^2}{\Delta_1^2} + \frac{64 Y_{2m}^2 \alpha^{10} r^2 B_1^2 \left[A_1 - \frac{2}{3} B_3 \right]^2}{3^4 \left(B_4 |\Delta_8| - 12 A_1 \frac{\alpha}{\beta} |\Delta_1| \right)^2}}; \quad (25)$$

$$\bar{\sigma}_m(x_m) = \sqrt{\frac{M_{1m}^2}{\Delta_1^2} + \frac{64 M_{2m}^2 \alpha^{10} r^2 B_1^2 \left[A_1 - \frac{2}{3} B_3 \right]^2}{3^4 \left(B_4 |\Delta_8| - 12 A_1 \frac{\alpha}{\beta} |\Delta_1| \right)^2}} \quad (26)$$

Из (8), (6), (23), (24) находим относительную амплитуду возбуждающей силы:

$$\beta = \frac{8 |\Delta_1| \alpha \left[K B_1 r \left(A_1 - \frac{2}{3} B_3 \right) + B_3 \right]}{B_4 |\Delta_8|}. \quad (27)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. А. Панин. Вынужденные колебания заземленного с двух концов прямого трубопровода с промежуточным упруго-гистерезисным хомутом. В кн.: Рассеяние энергии при колебаниях упругих систем. Изд. АН УССР, Киев, 1966.
2. П. Д. Вильнер, Н. С. Кондрашов. Некоторые вопросы доводки прочности трубок ГТД. «Вибрационная прочность и надежность авиационных двигателей». Труды КуАИ, вып. XIX, 1965.
3. А. М. Сойфер, В. Н. Бузицкий. В книге: Труды научно-технического совещания по рассеянию энергии при колебаниях упругих систем. Изд. АН УССР, Киев, 1963.
4. А. М. Сойфер, Е. А. Панин. Упруго-демпфирующий пластинчатый зажим. Авт. свидет. № 193235 от 15 июля 1963.
5. И. М. Волк. Изв. АН СССР, ОТН. «Механика и машиностроение», 3, 1962.
6. И. В. Ананьев, П. Г. Тимофеев. Колебания упругих систем в авиационных конструкциях и их демпфирование. Изд. «Машиностроение», 1965.
7. И. Д. Эскин. Поперечный изгиб многослойного пакета с сухим трением на контактных поверхностях циклической силой. «Вибрационная прочность и надежность авиационных двигателей». Труды КуАИ, вып. XXX, 1967.
8. В. П. Филекин. Вынужденные колебания составного стержня с массой на конце. В кн.: Вопросы динамики и прочности, вып. VIII, Изд. АН Лат. ССР, Рига, 1962.
9. И. Д. Эскин. Вынужденные колебания системы с одной степенью свободы с многослойными демпфирующими элементами. «Вибрационная прочность и надежность авиационных двигателей». Труды КуАИ, вып. XXX, 1967.