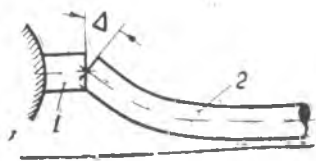


С. И. ИВАНОВ

ВЛИЯНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПЕРЕКОСА НА УРОВЕНЬ МОНТАЖНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ТРУБОПРОВОДЕ

В связи с поломками при эксплуатации вопрос о прочности трубопроводов гидравлических систем самолетов и двигателей является в настоящее время весьма актуальным.

Установлено, что одной из причин поломок являются значительные монтажные напряжения, которые возникают за счет несовпадения торцов ниппеля трубки и штуцера до монтажа. В настоящей статье исследовано влияние положения перекоса на величину монтажных напряжений в трубопроводе с целью выявления наибольших возможных напряжений.



Фиг. 1.



Фиг. 2.

1. Будем рассматривать случай, когда при монтаже трубопровода имеется только перекос Δ (фиг. 1). Цифрой 1 обозначен штуцер, к которому крепится трубка 2. Требуется установить влияние положения перекоса на величину монтажных напряжений в опасном сечении. Схема нагружения смонтированной трубки показана на фиг. 2.

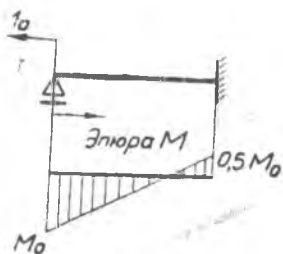
Усталостные поломки, как правило, случаются в местах крепления трубопровода. Поэтому, именно эти сечения подлежат исследованию.

При нагружении, изображенном на фиг. 2, монтируемое сечение опаснее сечения в другом месте крепления. Это можно видеть

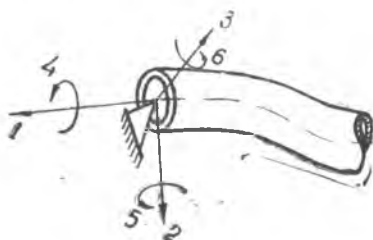
на примере трубки с прямой осью (фиг. 3). Изгибающий момент в опасном сечении равен моменту, которым нагружается трубка.

С изменением положения постоянного по величине перекоса будет меняться величина момента M_0 . Для вычисления наибольших возможных монтажных напряжений нужно знать положение перекоса, при котором M_0 достигает наибольшего значения.

Для решения этой задачи в качестве исходных данных нужно знать угловые податливости в монтируемом сечении, когда оно закреплено шарнирно-неподвижной опорой.

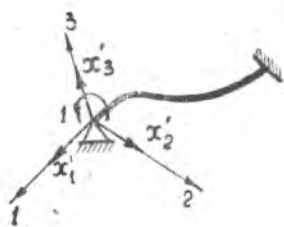


Фиг. 3.



Фиг. 4.

2. На фиг. 4 изображена исследуемая трубка. Податливости предстоит определять в направлениях 1, 2 ... 6. Направления 1, 2, 3 — линейные, направления 4, 5 и 6 — угловые. Направление 1 совпадает с осью трубки, направления 2 и 3 лежат в плоскости торца трубки. Для решения поставленной задачи нужно знать податливости: δ_{55} , δ_{66} и δ_{56} . Податливости для схемы с закрепленным концом можно вычислить, зная податливости для схемы со свободным концом, которые определяются много проще. Пусть последние определены и их значения соответственно равны



Фиг. 5.

$$\begin{matrix} \delta_{11}^T & \delta_{12}^T & \dots & \delta_{16}^T \\ \delta_{21}^T & \delta_{22}^T & \dots & \delta_{26}^T \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{61}^T & \delta_{62}^T & \dots & \delta_{66}^T \end{matrix}$$

Нагрузим трубку с шарнирно закрепленным концом единичной парой сил по направлению 5 (фиг. 5) и обозначим возникающие при этом реакции опоры через x_1' , x_2' , x_3' .

Для определения реакций можно воспользоваться каноническими уравнениями метода сил.

$$\begin{aligned} \delta_{11}^T x_1' + \delta_{12}^T x_2' + \delta_{13}^T x_3' + \delta_{15}^T &= 0; \\ \delta_{21}^T x_1' + \delta_{22}^T x_2' + \delta_{23}^T x_3' + \delta_{25}^T &= 0; \\ \delta_{31}^T x_1' + \delta_{32}^T x_2' + \delta_{33}^T x_3' + \delta_{35}^T &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Если к трубке приложить единичную пару сил по направлению 6, то реакции x_1'' , x_2'' и x_3'' можно определить из аналогичной системы уравнений.

$$\begin{aligned} \delta_{11}^T x_1'' + \delta_{12}^T x_2'' + \delta_{13}^T x_3'' + \delta_{16}^T &= 0; \\ \delta_{21}^T x_1'' + \delta_{22}^T x_2'' + \delta_{23}^T x_3'' + \delta_{26}^T &= 0; \\ \delta_{31}^T x_1'' + \delta_{32}^T x_2'' + \delta_{33}^T x_3'' + \delta_{36}^T &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Нагрузим трубку с незакрепленным концом единичной парой сил по направлению 5 и силами x_1' , x_2' , x_3' .

Получим эквивалентную систему для трубки с шарнирно закрепленным концом и нагруженной единичной парой сил по направлению 5.

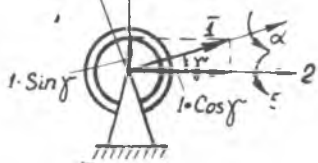
По эквивалентной системе находим угловые податливости для трубки с шарнирно закрепленным концом.

$$\begin{aligned} \delta_{55} &= \delta_{51}^T x_1' + \delta_{52}^T x_2' + \delta_{53}^T x_3' + \delta_{55}^T; \\ \delta_{65} &= \delta_{61}^T x_1' + \delta_{62}^T x_2' + \delta_{63}^T x_3' + \delta_{65}^T. \end{aligned} \quad (3)$$

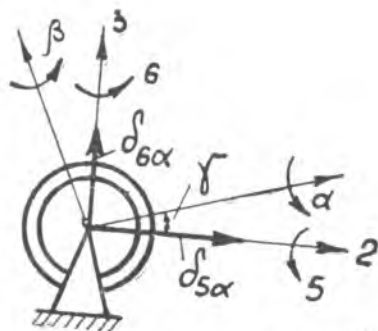
Путем аналогичных рассуждений

$$\delta_{66} = \delta_{61}^T x_1'' + \delta_{62}^T x_2'' + \delta_{63}^T x_3'' + \delta_{66}^T.$$

3. Проследим за изменением угловых податливостей в связи с поворотом направлений, по которым они измеряются. На фиг. 6 показаны направления 5 и 6, о которых шла речь выше. Податливости δ_{55} , δ_{56} и δ_{66} считаем известными. На фиг. 6 изображены новые взаимно перпендикулярные угловые направления α и β , которые также как и направления 5 и 6 перпендикулярны к пло-



Фиг. 6.



Фиг. 7.

скости торца трубки. Через γ обозначен угол между направлениями β и α . Положительные углы γ будем откладывать против часовой стрелки.

Для определения податливости в направлении α , приложим в этом направлении единичный момент, который показан на фиг. 6 вектором 1. Разложим этот момент на составляющие по направлениям β и γ . Это будут соответственно $1 \cdot \cos \gamma$ и $1 \cdot \sin \gamma$. Перемещения от исходного единичного момента по направлениям β и γ :

$$\delta_{5\alpha} = \delta_{55} \cdot \cos^2 \gamma + \delta_{56} \cdot \sin^2 \gamma; \quad \delta_{6\alpha} = \delta_{66} \cdot \sin^2 \gamma + \delta_{65} \cdot \cos^2 \gamma.$$

На фиг. 7 в виде векторов изображены перемещения от единичного момента по направлению α .

Следовательно искомые податливости будут равны:

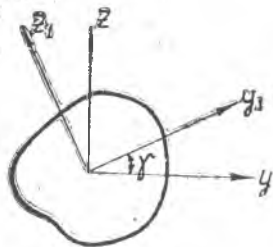
$$\delta_{\alpha\alpha} = \delta_{5\alpha} \cos \gamma + \delta_{6\alpha} \sin \gamma; \quad \delta_{\beta\alpha} = -\delta_{5\alpha} \sin \gamma + \delta_{6\alpha} \cos \gamma.$$

После подстановки значений $\delta_{5\alpha}$ и $\delta_{6\alpha}$ получим

$$\begin{aligned} \delta_{\alpha\alpha} &= \delta_{55} \cos^2 \gamma + \delta_{66} \sin^2 \gamma + \delta_{56} \sin 2\gamma \\ \delta_{\beta\alpha} &= -\frac{\delta_{55} - \delta_{66}}{2} \cdot \sin 2\gamma + \delta_{56} \cos 2\gamma. \end{aligned} \quad (4)$$

В новых величинах $\bar{\delta}_{ii} = \delta_{ii}$ и $\bar{\delta}_{ik} = -\delta_{ik}$ соотношения (4) получают следующий вид:

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_{\alpha\alpha} &= \bar{\delta}_{55} \cos^2 \gamma + \bar{\delta}_{66} \sin^2 \gamma - \bar{\delta}_{56} \sin 2\gamma; \\ \bar{\delta}_{\beta\alpha} &= \frac{\bar{\delta}_{55} - \bar{\delta}_{66}}{2} \sin 2\gamma + \bar{\delta}_{56} \cos 2\gamma. \end{aligned} \quad (5)$$



Фиг. 8.

Эти соотношения описывают изменение угловых податливостей в связи с поворотом направлений, по которым они измеряются. Такими же соотношениями описывается изменение моментов инерции плоского сечения в связи с поворотом осей (фиг. 8).

$$I_{y_1} = I_y \cos^2 \gamma + I_z \sin^2 \gamma - I_{yz} \sin 2\gamma;$$

$$I_{y_1 z_1} = \frac{I_y - I_z}{2} \sin 2\gamma + I_{yz} \cos 2\gamma.$$

В курсе сопротивления материалов [1] на базе этих соотношений выводятся формулы для определения наибольшего и наименьшего момента инерции сечения, а также формула для определения угла поворота от оси y к оси с наибольшим моментом инерции.

$$I_{\text{наиб.}} = \frac{I_y + I_z}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_y - I_z)^2 + 4I_{yz}^2}; \quad \text{tg } \gamma_0 = \frac{-I_{yz}}{I_y - I_{\text{наиб.}}}$$

Оси с $I_{\text{наиб.}}$ и $I_{\text{наим.}}$ взаимно перпендикулярны, а центробежный

момент инерции относительно этих осей равен нулю. В соотношениях (5) роль моментов инерции выполняют податливости:

$$\bar{\delta}_{\alpha\alpha}(I_{y_1}), \quad \bar{\delta}_{55}(I_y), \quad \bar{\delta}_{66}(I_z), \quad \bar{\delta}_{56}(I_{yz}) \text{ и } \bar{\delta}_{3\alpha}(I_{y_1z_1}).$$

Используя математическую аналогию, получим следующие соотношения.

Наибольшая угловая податливость:

$$\delta_{\text{наиб.}} = \frac{\delta_{55} + \delta_{66}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\delta_{55} - \delta_{66})^2 + 4\delta_{56}^2}. \quad (6)$$

Наименьшая угловая податливость:

$$\delta_{\text{наим.}} = \frac{\delta_{55} + \delta_{66}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\delta_{55} - \delta_{66})^2 + 4\delta_{56}^2}. \quad (7)$$

Формула для угла поворота от направления 5 до направления с наибольшей угловой податливостью

$$\text{tg } \gamma_0 = \frac{\delta_{56}}{\delta_{55} - \delta_{\text{наим.}}}. \quad (8)$$

Направления с наибольшей и наименьшей податливостью будем обозначать соответственно I и II. Тогда

$$\delta_{\text{наиб.}} = \delta_{I-I} \text{ и } \delta_{\text{наим.}} = \delta_{II-II}.$$

На основании аналогии направления I и II взаимно перпендикулярны и $\delta_{I-II} = 0$.

Направления I и II будем называть квазиглавными угловыми направлениями, т.к. δ_{I-4} и δ_{II-4} не равны нулю.

В предыдущих рассуждениях предполагалось, что M_4 (момент пары сил перпендикулярной оси трубки) равен нулю. Фактически M_4 не равен нулю, т.к. между торцем трубки и торцем штуцера развиваются силы трения и на трубку передается момент от гайки, также посредством сил трения.

Опытное изучение момента показало, что M_4 значительно меньше моментов по другим направлениям и поэтому можно принять $M_4 = 0$.

4. Полученные выше результаты позволяют решить вопрос о наиболее невыгодном положении перекоса Δ , когда момент M_0 , необходимый для выбора этого перекоса, окажется наибольшим.

На фиг. 9 показаны квазиглавные угловые направления I и II. Заданный перекос Δ составляет с направлением I угол γ .

Разложим Δ на составляющие по квазиглавному направлениям

$$\Delta_I = \Delta \cos \gamma, \quad \Delta_{II} = \Delta \sin \gamma.$$

Для выбора перекоса Δ нужно по направлениям I и II приложить пары сил

$$M_I = \frac{\Delta_I}{\delta_{I-I}} \text{ и } M_{II} = \frac{\Delta_{II}}{\delta_{II-II}} \text{ или } M_I = \frac{\Delta \cos \gamma}{\delta_{\text{наиб}}} \text{ и } M_{II} = \frac{\Delta \sin \gamma}{\delta_{\text{наим}}}.$$

Момент результирующей пары сил

$$M_0 = \sqrt{M_I^2 + M_{II}^2} = \Delta \sqrt{\frac{\cos^2 \gamma}{\delta_{\text{наиб}}^2} + \frac{\sin^2 \gamma}{\delta_{\text{наим}}^2}}$$

С изменением положения перекоса (угол γ) меняется M_0 . Найдем положение перекоса, при котором M_0 окажется наибольшим

$$\frac{d}{d\gamma} \left(\frac{\cos^2 \gamma}{\delta_{\text{наиб}}^2} + \frac{\sin^2 \gamma}{\delta_{\text{наим}}^2} \right) = \left(\frac{1}{\delta_{\text{наим}}^2} - \frac{1}{\delta_{\text{наиб}}^2} \right) \cdot \sin 2\gamma;$$

$$\sin 2\gamma_m = 0; \quad \gamma_m = \frac{\pi}{2} \cdot n.$$

Следовательно, M_0 достигает экстремальных значений, когда перекося совпадает с квазиглавными направлениями.

Так как

$$\delta_{I-I} = \delta_{\text{наиб}}, \quad \text{а} \quad \delta_{II-II} = \delta_{\text{наим}},$$

$$M_0^{\text{наиб}} = \frac{\Delta}{\delta_{\text{наим}}}, \quad M_0^{\text{наим}} = \frac{\Delta}{\delta_{\text{наиб}}}. \quad (9)$$

5. На основании полученных результатов можно установить следующий порядок вычисления наибольших монтажных напряжений. Податливости для трубки с незакрепленным концом δ_{ik}^I определяются либо расчетным, либо опытным путем.

Из уравнений (1) и (2) определяются неизвестные $x_1', x_2', x_3', x_1'', x_2'', x_3''$.

По формулам (3) вычисляются податливости по произвольным направлениям 5 и 6 при шарнирно закрепленном конце трубки.

Наибольшая и наименьшая податливости вычисляются по формулам (6) и (7). По формуле (8) определяется направление наибольшей и наименьшей податливостей.

Для вычисления наибольшего и наименьшего момента используются формулы (9).

Зная $M_0^{\text{наиб}}$ можно вычислить напряжение в трубке.

Трубки, как правило, имеют усталостные поломки в сечении, где припаивается ниппель. Это сечение расположено рядом с торцом трубки и поэтому можно принять для него $M_{\text{изг}} = M_0^{\text{наиб}}$.

Наибольшее монтажное напряжение в трубке

$$\sigma_{\text{наиб}} = \frac{M_0^{\text{наиб}}}{W_{\text{из}}}$$

6. В качестве примера рассмотрим трубку, ось которой состоит из трех взаимно перпендикулярных колен одинаковой длины (фиг. 10). Податливости для трубки с незакрепленным концом были определены расчетным путем.

$$\begin{aligned} \delta_{11}^T &= \frac{2l^3}{2EI} + \frac{l^3}{GI_p}; & \delta_{12}^T &= -\frac{l^3}{2EI} - \frac{l^3}{GI_p}; & \delta_{13}^T &= -\frac{l^3}{2EI}; & \delta_{14}^T &= 0; \\ \delta_{15}^T &= \frac{l^2}{2EI}; & \delta_{16}^T &= -\frac{l^2}{2EI} - \frac{l^2}{GI_p}; & \delta_{22}^T &= \frac{5l^3}{3EI} + \frac{l^3}{GI_p}; \\ \delta_{23}^T &= -\frac{l^3}{2EI}; & \delta_{24}^T &= -\frac{l^2}{2EI}; & \delta_{25}^T &= 0; & \delta_{26}^T &= \frac{3l^2}{2EI} + \frac{l^2}{GI_p}; \\ \delta_{33}^T &= \frac{8}{3} \frac{l^3}{EI} + \frac{l^3}{GI_p}; & \delta_{34}^T &= \frac{3l^2}{2EI}; & \delta_{35}^T &= -\frac{3l^2}{2EI} - \frac{l^2}{GI_p}; & \delta_{36}^T &= 0; \\ \delta_{44}^T &= \frac{2l}{EI} + \frac{l}{GI_p}; & \delta_{45}^T &= 0; & \delta_{46}^T &= 0; \\ \delta_{55}^T &= \frac{2l}{EI} + \frac{l}{GI_p}; & \delta_{56}^T &= 0; & \delta_{66}^T &= \frac{2l}{EI} + \frac{l}{GI_p}. \end{aligned}$$

Значения реакций опоры от единичных моментов из уравнений (1) и (2).

$$x_1' = \frac{3(-17 + 15\kappa + 18\kappa^2)}{l(158 + 369\kappa + 144\kappa^2)};$$

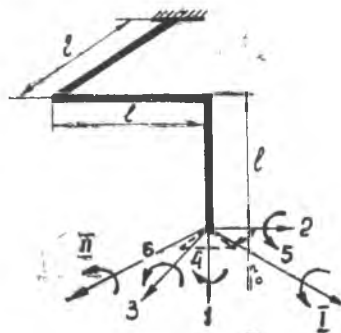
$$x_1'' = \frac{3(-10 + \kappa + 6\kappa^2)}{l(158 + 369\kappa + 144\kappa^2)};$$

$$x_2' = \frac{3(3 + 18\kappa + 18\kappa^2)}{l(158 + 369\kappa + 144\kappa^2)};$$

$$x_2'' = \frac{3(-54 - 121\kappa - 42\kappa^2)}{l(158 + 369\kappa + 144\kappa^2)};$$

$$x_3' = \frac{3(27 + 85\kappa + 48\kappa^2)}{l(158 + 369\kappa + 144\kappa^2)};$$

$$x_3'' = \frac{3(-12 - 18\kappa)}{l(158 + 369\kappa + 144\kappa^2)}; \quad k = \frac{E \cdot I}{GI_p} = 1 + \mu.$$



Фиг. 10.

Податливости для трубки с шарнирно закрепленным концом, вычисленные по соотношениям (3)

$$\frac{EI}{l} \delta_{55} = \frac{169 + 455k + 213\kappa^2}{158 + 369k + 144\kappa^2}; \quad \frac{EI}{l} \delta_{65} = \frac{78 + 237\kappa + 126\kappa^2}{2(158 + 369k + 144\kappa^2)};$$

$$\frac{EI}{l} \delta_{66} = \frac{88 + 218k + 93\kappa^2}{158 + 369k + 144\kappa^2}.$$

Наибольшая и наименьшая податливости, подсчитанные по формулам (6) и (7).

$$\frac{EI}{e} \delta_{\text{наиб}} = \frac{EI}{l} \delta_{I-I} =$$

$$= \frac{257 + 673\kappa + 306\kappa^2 + \sqrt{12645 + 75366\kappa + 151435\kappa^2 + 116604\kappa^3 + 30276\kappa^4}}{316 + 738\kappa + 288\kappa^2};$$

$$EI \delta_{\text{наим}} = \frac{EI}{l} \delta_{II-II} =$$

$$= \frac{257 + 673\kappa + 306\kappa^2 - \sqrt{12645 + 75366\kappa + 151435\kappa^2 + 116604\kappa^3 + 30276\kappa^4}}{316 + 738\kappa + 288\kappa^2}.$$

Угол поворота от направления 5 до направления I.

$$\operatorname{tg} \gamma_0 = \frac{78 + 237k + 126k^2}{81 + 237k + 120k^2 + \sqrt{12645 + 75366k + 151435k^2 + 116604k^3 + 30276k^4}}$$

На фиг. 10 нанесены квазиглавные направления I и II.

Полученные величины, как показали вычисления, при изменении μ от 0,25 до 0,33 остаются практически постоянными.

Например, для $\mu = 0,25$ они равны:

$$\frac{EI}{I} \delta_{55} = 1,268; \quad \frac{EI}{I} \delta_{56} = 0,338; \quad \frac{EI}{I} \delta_{66} = 0,596;$$

$$\frac{EI}{I} \delta_{\text{наиб}} = 1,407; \quad \frac{EI}{I} \delta_{\text{наим}} = 0,457; \quad \operatorname{tg} \gamma_0 = 0,418; \quad \gamma_0 \cong 23^\circ$$

Эти результаты говорят о значительном влиянии положения перекоса на величину монтажных напряжений, в зависимости от положения перекоса напряжение может изменяться в

$$\frac{\sigma_{\text{наиб}}}{\sigma_{\text{наим}}} = 3,1 \text{ раза.}$$

Следовательно, при оценке напряжений по заданному перекосу необходимо вести расчет по наименьшей податливости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. М. Беляев. Сопrotивление материалов.