

Н. С. КОНДРАШОВ

УПРУГО-ФРИКЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЕМПФЕРОВ С ГОФРИРОВАННЫМИ ЛЕНТАМИ

Разработанный демпфер [1] состоит из набора чередующихся гладких и эквидистантно расположенных гофрированных металлических лент. При сжатии такого демпфера гофрированные ленты распрямляются, а гладкие — гофрируются. При этом в местах контакта двух соседних лент имеет место относительное проскальзывание, и силы трения рассеивают механическую энергию.

В зависимости от назначения демпфер может быть плоским (рис. 1а) или кольцевым (рис. 1б). Кольцевой демпфер используется для демпфирования роторов турбомашин, трубопроводов, агрегатов с цапфовым креплением. Плоский демпфер может быть использован для демпфирования агрегатов с фланцевым креплением и для подпрессоривания тяжелых масс. В рассматриваемых демпферах происходит изменение жесткостных и демпфирующих свойств в результате изменения

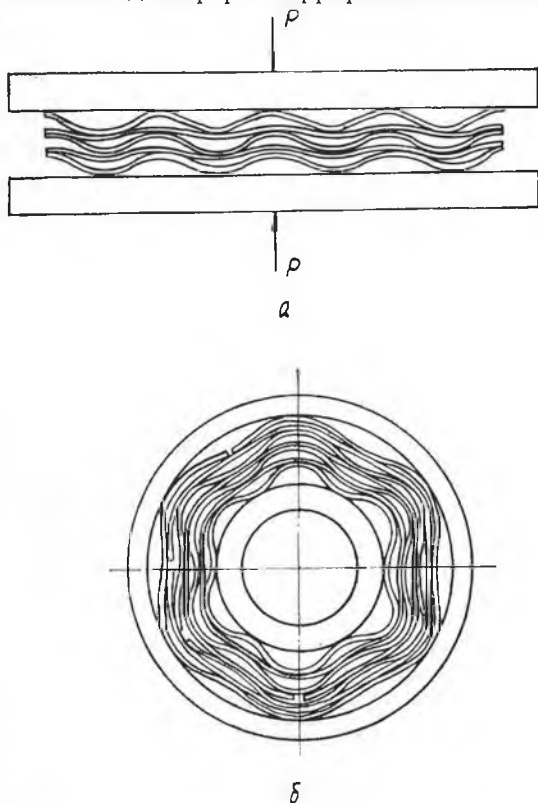


Рис. 1. Конструктивные схемы упруго-фрикционных демпферов с гофрированными лентами: а — плоский демпфер, б — кольцевой демпфер

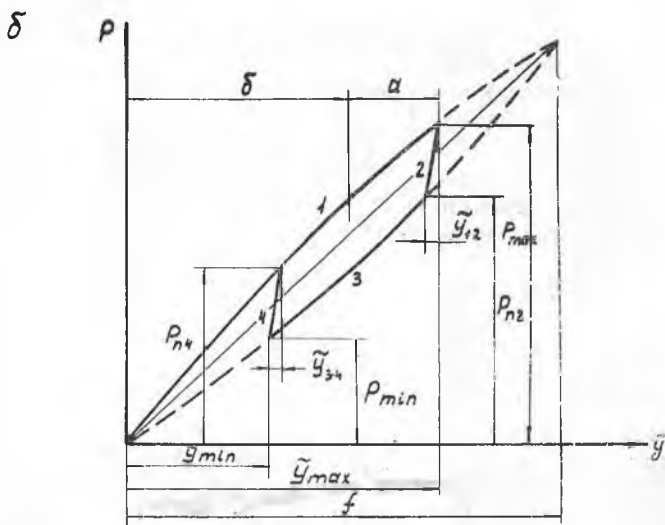
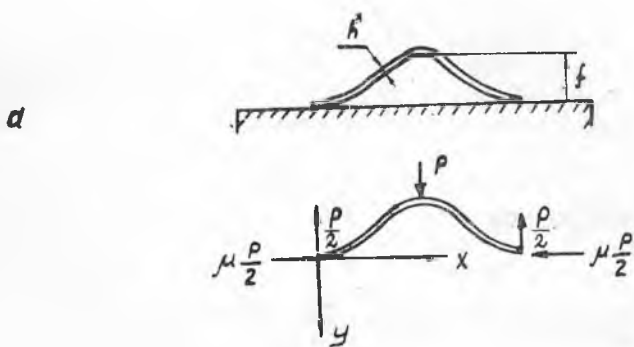


Рис. 2. а — схема нагружения гофра, б — петля гистерезиса для одиночного гофра

числа размеров лент, числа гофров, их геометрических характеристик и предварительного поджатия.

В статье изложен расчет упруго-фрикционных характеристик (жесткости и рассеянной энергии) депферов.

Одиночный гофр

Схема нагружения гофра и принятая система координат показаны на рис. 2а. Начальные параметры гофра: f — начальный про-

гиб (высота гофра), t — шаг гофра. В процессе загрузки и разгрузки демпфера можно наблюдать несколько этапов движения.

1-й этап (нагружение). При нагружении гофра силой p продольному перемещению концов препятствует сила трения $\frac{\mu p}{2}$, где μ — коэффициент трения. Предположим, что высота гофра мала по сравнению с его шагом ($\frac{f}{t} < 0,1$). В этом случае с достаточной для практики точностью гофр можно рассматривать как балку с первоначально изогнутой осью. Погрешность в определении характеристик демпфера при этом не превышает 1%.

Дифференциальное уравнение изгиба имеет вид

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{1}{2} \mu p \frac{d^2 y_1}{dx^2} = p \sigma_1 \left(x - \frac{t}{2} \right), \quad (1)$$

где E, I — модуль упругости и момент инерции сечения гофра;

σ_1 — импульсивная функция Дирака, которая определяется следующим образом: при $\frac{t}{2} < x < \frac{t}{2}$ $\sigma_1 = 0$; при $x = \frac{t}{2}$ $\sigma_1 = \infty$, $\int_0^t \sigma_1 dx = 1$,

$$y_1 = y + y_{01}; \quad (2)$$

y — прогиб гофра на 1-ом этапе;

$y_{01} \approx \frac{f}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{t} \right)$ — начальный прогиб на 1-ом этапе.

Уравнение (1) решим методом Бубнова—Галеркина. Полагая, что крайние сечения гофра не поворачиваются (именно так гофр работает в многогофровой ленте), примем приближенно закон распределения прогибов в виде

$$y = \frac{\tilde{y}}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{t} \right). \quad (3)$$

Подставим (2) и (3) в (1) и, в соответствии с методом Бубнова—Галеркина, умножим результат подстановки на $1 - \cos \frac{2\pi x}{t}$, а затем проинтегрируем по всей длине. Получим

$$\tilde{y} = y \left(\frac{t}{2} \right) = \frac{\frac{2p}{t} - \mu p \frac{\pi^2}{t^2} \frac{f}{2}}{8 \frac{\pi^4}{t^4} EI - \mu p \frac{\pi^2}{t^2}}. \quad (4)$$

Решим полученное равенство относительно p

$$p = \frac{c_0 \tilde{y}}{1 + \mu \frac{\pi^2}{4t} (\tilde{y} - f)}. \quad (5)$$

Здесь $c_0 = 2\pi^4 \frac{EI}{t^3}$ — упругая жесткость гофра. Разность между полученным приближенным значением и точным значением c_0 составляет менее 2%. Это свидетельствует о достаточно высокой точности метода Бубнова—Галеркина для рассматриваемой задачи.

Полученное выражение (5) показывает зависимость между силой и перемещением точки ее приложения на первом этапе нагру-

жения, который закончится при $p = p_{\max}$, $y = y_{\max}$ (линия 1 на рис. 2б).

2-й этап (разгрузка). При разгрузке сила трения изменит свое направление, преодолевающих же ее сил сдвига в местах контакта не будет, поэтому гофр на этом этапе деформируется без продольных перемещений концов. Силы растяжения гофра, которые возникают при его разгрузке, являются сдвигающими. Определим жесткость гофра на этом этапе и величину силы p , когда начинается проскальзывание.

При свободных концах суммарная величина их перемещений равна

$$\Delta t = \frac{1}{2} \int_0^t \left[\frac{d(y_{02} + y_{12})}{dx} \right]^2 dx - \frac{1}{2} \int_0^t \left(\frac{dy_{02}}{dx} \right)^2 dx. \quad (6)$$

Здесь

$$y_{02} = \frac{\tilde{y}_{02}}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{t} \right); \quad (7)$$

$$\tilde{y}_{02} = f - \tilde{y}_{\max},$$

$$y_{12} = \frac{\tilde{y}_{12}}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{t} \right); \quad (8)$$

y_{12} — перемещение точки приложения силы p , отсчитываемое от начала разгрузки.

Подставляя (7) и (8) в (6) и отбрасывая величины второго порядка малости, получим

$$\Delta t = \frac{\pi^2}{2t} \tilde{y}_{02} \tilde{y}_{12}. \quad (9)$$

Так как концы не могут перемещаться, то перемещению (9) будет соответствовать продольная сила в гофре

$$N = \frac{\Delta t EF}{t} = \frac{\pi^2}{2t^2} \tilde{y}_{02} y_{12} EF, \quad (10)$$

$F = bh$ — соответственно площадь сечения, ширина и толщина ленты, из которой изготовлен гофр.

Дифференциальное уравнение (1) для второго этапа (разгрузки) имеет вид

$$EI \frac{d^4 y_2}{dx^4} - N \frac{d^2 y_2}{dx^2} = (p_{\max} - p) c_1 \left(x - \frac{t}{2} \right), \quad (11)$$

здесь $y_2 = y_{02} + y_{12}$.

Подставим (7) и (8) в (11) и применим метод Бубнова—Галеркина. В результате получим

$$\tilde{y}_{12} = \frac{p_{\max} - p}{c_0 \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\tilde{y}_{02}^2}{h^2} \right)}. \quad (12)$$

Жесткость на втором этапе оказывается в $(1 + \frac{3}{2} \frac{y_{02}^2}{h^2})$ раз больше, чем на первом этапе (линия 2 на рис. 2б). Перемещение точки приложения силы на втором этапе

$$\tilde{y} = \tilde{y}_{\max} - \tilde{y}_{12}. \quad (13)$$

Сила

$$N = \frac{\pi^2}{2l^2} \cdot \frac{p_{\max} - p}{c_0 \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\tilde{y}_{02}^2}{h^2}\right)} \tilde{y}_{02} EF. \quad (14)$$

Второй этап закончится, когда начнется проскальзывание противоположного направления. Так как в начале второго этапа гофр был сжат продольной силой $\mu \frac{p_{\max}}{2}$, то проскальзывание начнется, когда

$$N = \frac{\mu}{2} (p_{\max} - p_{п2}). \quad (15)$$

Приравнивая правые части (14) и (15), найдем силу $p_{п2}$, при которой начинается проскальзывание,

$$p_{п2} = p_{\max} \frac{1 - \alpha_2}{1 + \alpha_2}, \quad \alpha_2 = \frac{\mu l^2 c_0}{\pi^2 \tilde{y}_{02} EF} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\tilde{y}_{02}^2}{h^2}\right). \quad (16)$$

Заметим, что если $\tilde{y}_{\max} = f$, то второго этапа не будет (пунктирная часть линий 1, 3 на рис. 2б).

3-й этап. Зависимость силы от перемещения точки ее приложения можно получить, не повторяя всех выкладок, если в формуле (5) изменить знак перед μ на противоположный

$$p = \frac{c_0 \tilde{y}}{1 - \mu \frac{\pi^2}{4l} (\tilde{y} - f)}. \quad (17)$$

Третий этап продолжается до $p = p_{\min}$, $\tilde{y} = \tilde{y}_{\min}$ при частичной разгрузке и до $p = 0$, $y = 0$ при полной разгрузке (линия 3 на рис. 2б). При полной разгрузке цикл заканчивается третьим этапом, и последующее нагружение будет происходить по описанной схеме.

4-й этап (нагружение) существует при частичной разгрузке. Как и на втором этапе, перемещения концов гофра фиксируются. Перемещение точки приложения силы, отсчитываемое от начала 4-го этапа, определяется по формуле, аналогичной (13),

$$\tilde{y} = \tilde{y}_{\min} + \tilde{y}_{34}, \quad (18)$$

$$\tilde{y}_{34} = \frac{p - p_{\min}}{c_0 \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\tilde{y}_{04}^2}{h^2}\right)}. \quad (19)$$

Продольная сдвигающая сила

$$N = \frac{\pi^2}{2t} \cdot \frac{p - p_{\min}}{c_0 \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\bar{y}_{02}^2}{h^2} \right)} \bar{y}_{04} EF. \quad (20)$$

Проскальзывание начнется, когда

$$N = \frac{\mu}{2} (p_{\min} - p_{п4}). \quad (21)$$

Приравняв правые части (20) и (21), найдем силу $p_{п4}$, при которой заканчивается 4-й этап.

$$p_{п4} = p_{\min} \frac{1 + \alpha_4}{1 - \alpha_4}, \quad (22)$$

$$\alpha_4 = \frac{\mu t^2 c_0}{\pi^2 \bar{y}_{04} EF} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\bar{y}_{04}^2}{h^2} \right). \quad (23)$$

По полученным зависимостям можно построить петлю гистерезиса (рис. 26), которая полностью характеризует упруго-фрикционные свойства гофра. Однако прежде чем вычислять характеристики гофра, упростим полученные зависимости. Учитывая, что соотношение $\frac{f}{t} < 0,1$ и коэффициент трения μ в рассматриваемых конструкциях не может быть более 0,5, зависимости (5), (16), (17), (22) заменим приближенными:

$$p = c_0 \bar{y} \left[1 - \mu \frac{\pi^2}{4t} (\bar{y} - f) \right]; \quad (24)$$

$$p_{п2} = p_{\max} (1 - 2\alpha_2); \quad (25)$$

$$p = c_0 \bar{y} \left[1 + \mu \frac{\pi^2}{4t} (\bar{y} - f) \right]; \quad (26)$$

$$p_{п4} = p_{\max} (1 + 2\alpha_4). \quad (27)$$

Погрешность, вносимая таким приближением, не превосходит 2%. С учетом сделанных упрощений рассеянная за цикл энергия равна:

при полной разгрузке

$$\Delta W = \frac{\mu \pi^2}{4t} c_0 \bar{y}_{\max}^2 \left(f - \frac{2}{3} \bar{y}_{\max} \right) \times \\ \times \left\{ 1 - \frac{\mu \pi^2 h^2}{3t \left(f - \frac{2}{3} \bar{y}_{\max} \right)} \left[1 + \frac{\mu \pi^2}{4t} \left(f - \bar{y}_{\max} \right) \right] \right\}; \quad (28)$$

при частичной разгрузке

$$\Delta W = \frac{\mu \pi^2}{2} c_0 a^2 \delta \left\{ 2 \frac{f}{a} - \frac{2}{3} \left(\frac{a}{\delta} + 3 \frac{\delta}{a} \right) - \right. \\ \left. - \frac{\mu \pi^2 h^2}{3t \delta} \left[\left(1 + \frac{\mu \pi^2 f}{4t} \right) \left(1 + \frac{\delta^2}{a^2} \right) - \frac{\mu \pi^2 \delta}{4t} \left(1 + 3 \frac{\delta^2}{a^2} \right) \right] \right\}, \quad (29)$$

где $\delta = \frac{\tilde{y}_{\max} + \tilde{y}_{\min}}{2}$ — предварительное прижатие;

$a = \frac{\tilde{y}_{\max} - \tilde{y}_{\min}}{2}$ — амплитуда колебания.

При полной разгрузке средняя за цикл жесткость равна упругой жесткости гофра c_0 . При частичной разгрузке, когда $\delta \gg a$, жесткость с некоторым завышением может быть определена, как в [2]

$$c = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{y_{\max} - y_{\min}} = \frac{c_0}{a} \left[a + \mu \frac{\pi^2}{4t} (f\delta - a^2 - \delta^2) \right]. \quad (30)$$

При нагрузке до $\tilde{y}_{\max} = f$ и последующей полной разгрузке $c = c_0$.

Гофрированная лента

Имея решение для одиночного гофра, можно построить петлю гистерезиса для гофрированной ленты с n гофрами. Схема нагружения ленты показана на рис. 3а.

1-й этап. При сжатии ленты гофры распрямляются, и точки контакта перемещаются симметрично от середины. На каждую $i^{ю}$ половину гофра, считая от концов, действуют поперечные силы $\frac{p_i}{2}$ и продольные

$$\frac{\mu}{2} \sum_0^{i-1} p_z + \mu \frac{p_i}{2}.$$

Однако, учитывая, что силы p_z отличаются друг от друга незначительно, заменим продольную силу, действующую на $i^{ю}$ половину гофра, приближенным значением $\frac{2i-1}{2} \mu p_i$. Тогда, с учетом зависимости (5), поперечная сила p_i , действующая на две симметрично расположенные половинки, определится зависимостью

$$p_i = \frac{c_0 \tilde{y}}{1 + \mu (2i-1) \frac{\pi^2}{4t} (\tilde{y} - f)} \quad (31)$$

Чтобы определить суммарную поперечную силу, действующую на ленту, просуммируем силы p_i

$$P = \sum_{i=1}^n p_i = \sum_{i=1}^n \frac{c_0 \tilde{y}}{1 + \mu (2i-1) \frac{\pi^2}{4t} (\tilde{y} - f)}. \quad (32)$$

Если выполняется условие

$$\mu (2n-1) \frac{\pi^2}{4t} f < 0,1, \quad (33)$$

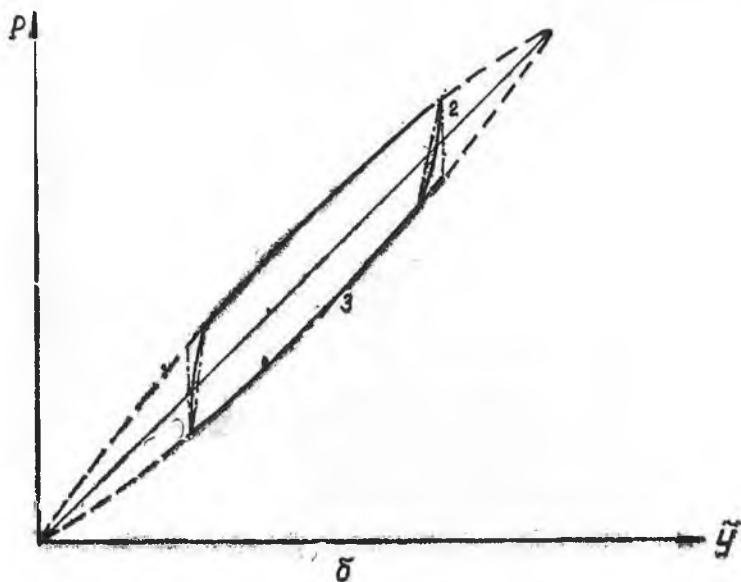
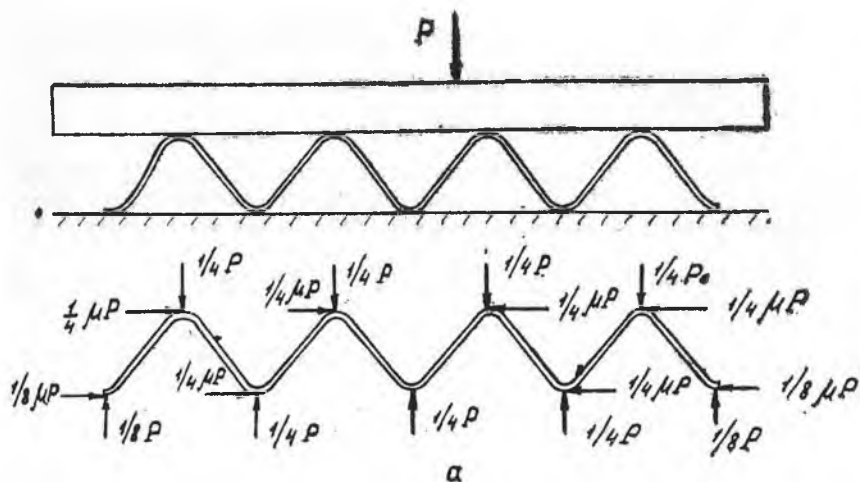


Рис. 3. а — схема нагружения гофрированной ленты, б — петля гистерезиса для гофрированной ленты

то выражение (32) с погрешностью, не превышающей 1%, можно заменить приближенным

$$P = c_0 \bar{y} \sum_{l=1}^n \left[1 - \mu (2l - 1) \frac{\pi^2}{4l} (\bar{y} - f) \right]. \quad (34)$$

2-й этап начинается с момента разгрузки и состоит из n подэтапов, которые обозначим 21, 22, ... 2j ... 2n. Первый подэтап заканчивается, когда начинается проскальзывание на крайних контактах, последний — когда проскальзывание начинается по всем контактам.

Жесткость демпфера на $2j^{\text{ом}}$ подэтапе складывается из жесткости скользящих и нескользящих гофров

$$c_{2j} = c_0 \left\{ (n-j+1) \left[1 + \frac{3}{2h^2} (f - \bar{y}_{\max})^2 \right] + \sum_{i=1}^{j-1} \frac{1}{1 - \mu \frac{(2i-1)\pi^2}{4t} (\bar{y}_{2j} - f)} \right\}. \quad (35)$$

Второе слагаемое в этой сумме нужно учитывать только при $j > 1$. Перемещение в конце $2j$ подэтапа

$$\bar{y}_{2j} = \bar{y}_{2(j-1)} - \bar{y}_{2(j-1, j)}, \quad (36)$$

где $\bar{y}_{2(j-1, j)} = \frac{\Delta P_{2j}}{c_{2j}}$ — приращение перемещений на $2j$ -ом подэтапе; $\Delta P_{2j} = P_{2j} - P_{2(j-1)}$ — приращение силы на $2j$ -ом подэтапе.

Сила в конце $2j$ -го подэтапа P_{2j} определяется из зависимости, аналогичной (16), где

$$\alpha_{2j} = \frac{\mu (2i-1) t^2 c_0}{\pi^2 \bar{y}_{02} EF} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\bar{y}_{02}^2}{h^2} \right). \quad (37)$$

При выполнении условия (33)

$$P_{2j} = P_{\max} (1 - 2\alpha_{2j}). \quad (38)$$

3-й этап начинается, как только проскальзывание распространяется на все точки контакта. Суммарная сила поперечного сжатия на этом этапе равна

$$P_3 = \sum_{i=1}^n \frac{c_0 \bar{y}}{1 - \mu \frac{(2i-1)\pi^2}{4t} (\bar{y} - f)} \quad (39)$$

или, при выполнении условия (33),

$$P_3 = c_0 \bar{y} \sum_{i=1}^n \left[1 + \mu \frac{(2i-1)\pi^2}{4t} (\bar{y} - f) \right] \quad (40)$$

Третий этап, как и для одиночного гофра, продолжается до частичной или полной разгрузки.

4-й этап, как и второй, состоит из n подэтапов, которые обозначим 41, 42, ..., 4j ... 4n.

Жесткость демпфера в $4j$ -ом подэтапе, величина перемещения и силы в конце подэтапа определяются по формулам:

$$c_{4j} = c_0 \left\{ (n-j+1) \left[1 + \frac{3}{2h^2} (f - \tilde{y}_{\min})^2 \right] + \sum_{i=1}^{j-1} \frac{1}{1 + \mu \frac{\pi^2}{4t} (\tilde{y}_i - f)} \right\} \quad (41)$$

(второе слагаемое учитывать только при $j > 1$);

$$\tilde{y}_{4j} = \tilde{y}_{4(j-1)} + \tilde{y}_{4(j-1, j)}, \quad (42)$$

где
$$\tilde{y}_{4(j-1, j)} = \frac{\Delta P_{4j}}{c_{4j}}, \quad \Delta P_{4j} = P_{4j} - P_{4(j-1)},$$

$$P_{4j} = P_{\min} \frac{1 + \alpha_{4j}}{1 - \alpha_{4j}}, \quad \alpha_{4j} = \frac{\mu (2j-1) t^2 c_0}{2\pi^2 \tilde{y}_{04} E F} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\tilde{y}_{04}^2}{h^2} \right). \quad (43)$$

При выполнении условия (33) формулы (41), (43) упростятся:

$$c_{4j} = c_0 \left\{ (n-j+1) \left[1 + \frac{3}{2h^2} (f - \tilde{y}_{\min})^2 \right] + \sum_{n=1}^{j-1} \left[1 + \mu \frac{\pi^2}{4t} (\tilde{y}_{4j} - f) \right] \right\}, \quad (44)$$

$$P_{4j} = P_{\min} (1 + 2\alpha_{4j}). \quad (45)$$

Полученные зависимости позволяют построить петлю гистерезиса (рис. 3б), которая при выполнении условий $\frac{f}{t} < 0,1$ и (33) достаточно точно представляет рассеянную энергию. Однако при большом числе гофров определять рассеянную энергию построением петли весьма неудобно, поэтому воспользуемся крайними оценками. На рис. 3б построена петля гистерезиса при $n=4$, петли для крайних оценок обозначены штрихпунктирными линиями. Вычислим крайние оценки рассеянной энергии при любом числе гофров для полной разгрузки.

Верхняя оценка

$$\Delta W_B = c_0 \tilde{y}_{\max}^2 \mu \frac{\pi^2 n^2}{4t} \left(f - \frac{2}{3} \tilde{y}_{\max} \right). \quad (46)$$

Нижняя оценка

$$\Delta W_H = \Delta W_B \left[1 - \frac{2\pi^2 \mu (2n-1)}{3} \cdot \frac{h^2}{t \left(f - \frac{2}{3} \tilde{y}_{\max} \right)} \cdot \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\tilde{y}_{02}^2}{h^2} \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{n - \frac{\mu \pi^2 n^2}{4} \cdot \frac{\tilde{y}_{02}}{t}}{(n+1) \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\tilde{y}_{02}^2}{h^2} \right) + n-1 - (n-1)^2 \frac{\mu \pi^2 \tilde{y}_{02}}{4t}} \right]. \quad (47)$$

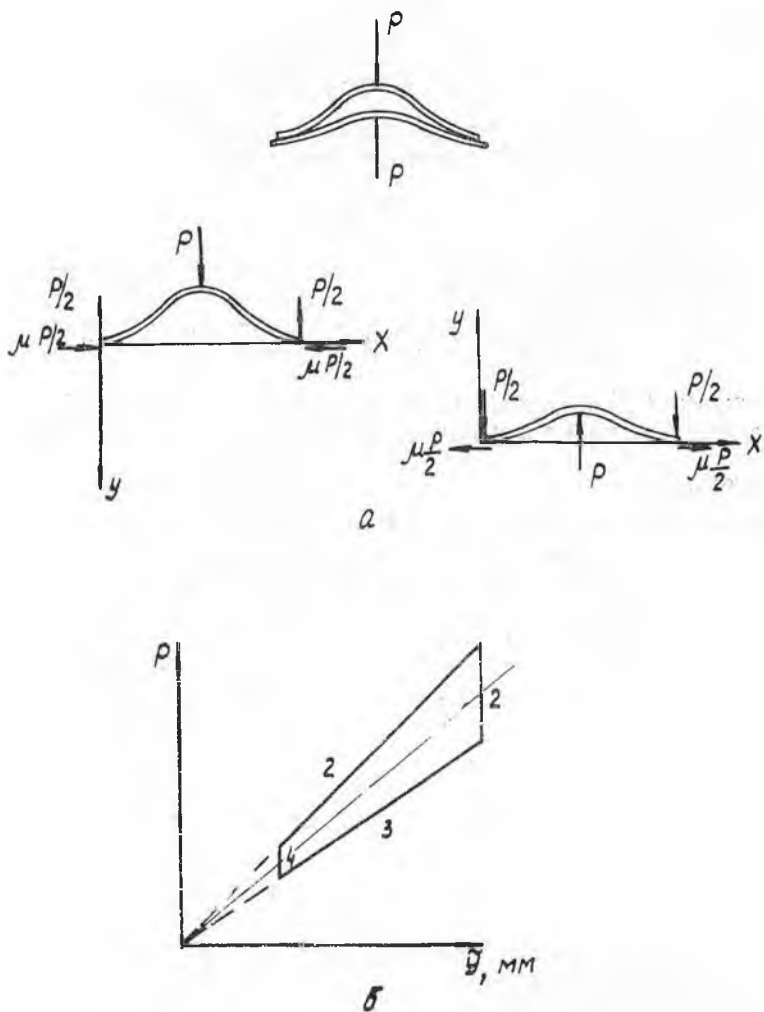


Рис. 4. а — схема нагружения пары: гофр — плоская лента, б — упругая петля гистерезиса плоского пакета лент

Как следует из (46) и (47), разность между ΔW_B и ΔW_H определяется вторым слагаемым в квадратных скобках (47). При выполнении условия (33)

$$\frac{\Delta W_B - \Delta W_H}{\Delta W_B} \cdot 100\% < 40 \frac{h^2}{f^2}. \quad (48)$$

Так как в большинстве случаев $\frac{h}{f} \ll 1$ и разность между ΔW_B и ΔW_H весьма мала, примем для проектировочных расчетов более

простую оценку — ΔW_B (индекс в дальнейшем будем опускать).

При частичной разгрузке

$$\Delta W = \mu \pi^2 n^2 c_0 \left[f a \delta - \frac{1}{3} (a^3 + 3a\delta^2) \right]. \quad (49)$$

Определим теперь жесткость гофрированной ленты. При полной разгрузке средняя за цикл жесткость будет равна упругой жесткости ленты

$$c = c_0 n. \quad (50)$$

При частичной разгрузке, когда $\delta \gg a$, жесткость можно определить по формуле, аналогичной (30),

$$c = \frac{c_0 n}{a} \left[a^3 + \mu \frac{\pi^2 n}{4t} (\delta f - \delta^2 - a^2) \right]. \quad (51)$$

Из формулы (51) следует, что при нагружении ленты до $\bar{y}_{\max} = f$ и последующей полной разгрузке $c = c_0 n$.

Пакет лент

Предварительно рассмотрим пару: гофр — плоская лента (рис. 4а). Для первого этапа нагружения зависимости между силой и перемещением гладкой и гофрированной лент соответственно равны:

$$\bar{y}_{\text{ГФ}} = \frac{\frac{4p_1}{t} - \mu p_1 \frac{\pi^2}{t^2} f}{8 \frac{\pi^4}{t^4} EI - \mu p_1 \frac{\pi^2}{t^2}}, \quad \bar{y}_{\text{ГЛ}} = \frac{\frac{4p_1}{t}}{8 \frac{\pi^4}{t^4} EI + \mu p_1 \frac{\pi^2}{t^2}}. \quad (52)$$

Суммарное перемещение

$$\bar{y} = \bar{y}_{\text{ГЛ}} + \bar{y}_{\text{ГФ}}. \quad (53)$$

При выполнении условия (33) равенство (53) с учетом (52) приведем к виду

$$p_1 = \frac{c_0 \bar{y}}{2} \left(1 + \frac{\mu \pi^2}{8} \frac{f}{t} \right). \quad (54)$$

Если для определения рассеянной энергии пользоваться верхней оценкой, то можно считать, что второй и четвертый этапы происходят без перемещений. На третьем этапе

$$p_3 = \frac{c_0 \bar{y}}{2} \left(1 - \frac{\mu \pi^2}{8} \frac{f}{t} \right). \quad (55)$$

Для пакета из k гладких и $k + 1$ гофрированных лент с n гофрами

$$P_{1,3} = \frac{c_0 \bar{y}}{2k+1} \sum_{i=1}^n \left[1 \pm \frac{\mu (2i-1)}{8} \pi^2 \frac{f}{t} \right] = \frac{c_0 n \bar{y}}{2k+1} \left(1 \pm \frac{\mu \pi^2 n}{8} \frac{f}{t} \right). \quad (56)$$

Верхняя оценка для рассеянной энергии пакета лент при полной разгрузке

$$\Delta W = \frac{\mu \pi^2}{8} \frac{n^2}{2k+1} c_0 \frac{f}{t} \bar{y}_{\max}^2, \quad (57)$$

при частичной разгрузке

$$\Delta W = \frac{\mu \pi^2}{2} \frac{n^2}{2k+1} \frac{f}{t} c_0 a \delta. \quad (58)$$

Жесткость пакета лент для полной разгрузки

$$c = \frac{c_0 n}{2k+1}, \quad (59)$$

для частичной разгрузки при условии, что $\delta \gg a$,

$$c = \frac{c_0 n}{2k+1} \left(1 + \frac{\mu \pi^2 n}{8} \frac{f}{t} \frac{\delta}{a} \right). \quad (60)$$

Упрощенная петля гистерезиса для пакета лент показана на рис. 4б. Зависимости (54)–(60) получены для случая, когда колеблющийся агрегат лежит на пакете лент. Однако бывает целесообразным располагать пакеты по обе стороны от колеблющегося агрегата. При этом, если они предварительно не поджаты, то петля гистерезиса имеет вид, показанный на рис. 5а. Жесткость двустороннего демпфера не отличается от жесткости одностороннего (59), рассеянная энергия в два раза больше, чем в (57). Однако демпфирующие свойства двустороннего демпфера, которые можно характеризовать, например, коэффициентом рассеяния, не отличаются от свойств одностороннего демпфера.

Предварительное сжатие двустороннего демпфера изменяет его петлю гистерезиса. Если предварительное прижатие каждого пакета больше амплитуды колебания $\delta > a$, то петля гистерезиса имеет вид параллелограмма (рис. 5б). Зависимости между силой и перемещением, соответствующие прямым 1 и 3 на рис. 5б, имеют вид

$$P_{1,3} = \frac{2c_0 n}{2k+1} \left(\bar{y} \pm \mu \frac{\pi^2 n}{8} \delta \frac{f}{t} \right). \quad (61)$$

Верхняя оценка рассеянной энергии и жесткость в два раза больше, чем для одностороннего демпфера. Коэффициент же рассеивания такой же. Для случая $\delta < a$ петля гистерезиса имеет вид, изображенный на рис. 5в, а верхняя оценка рассеянной энергии и жесткость соответственно равны:

$$\Delta W = \frac{\mu \pi^2}{2} \frac{n^2}{2k+1} \frac{f}{t} c_0 (a^2 + 3a\delta - 3\delta^2); \quad (62)$$

$$c = \frac{c_0 n}{2k+1} \left(1 + \mu \frac{\pi^2 n}{8} \frac{f}{t} \right) \left(1 + \frac{\delta}{a} \right). \quad (63)$$

Полученные в этом разделе зависимости предполагают, что между лентами в пакете всегда остается зазор, т. е.

$$\bar{y}_{\max} < \frac{l}{2}.$$

Там, где это условие не выполняется, пакет лент работает как одна лента, но с жесткостью, равной сумме жесткостей всех лент.

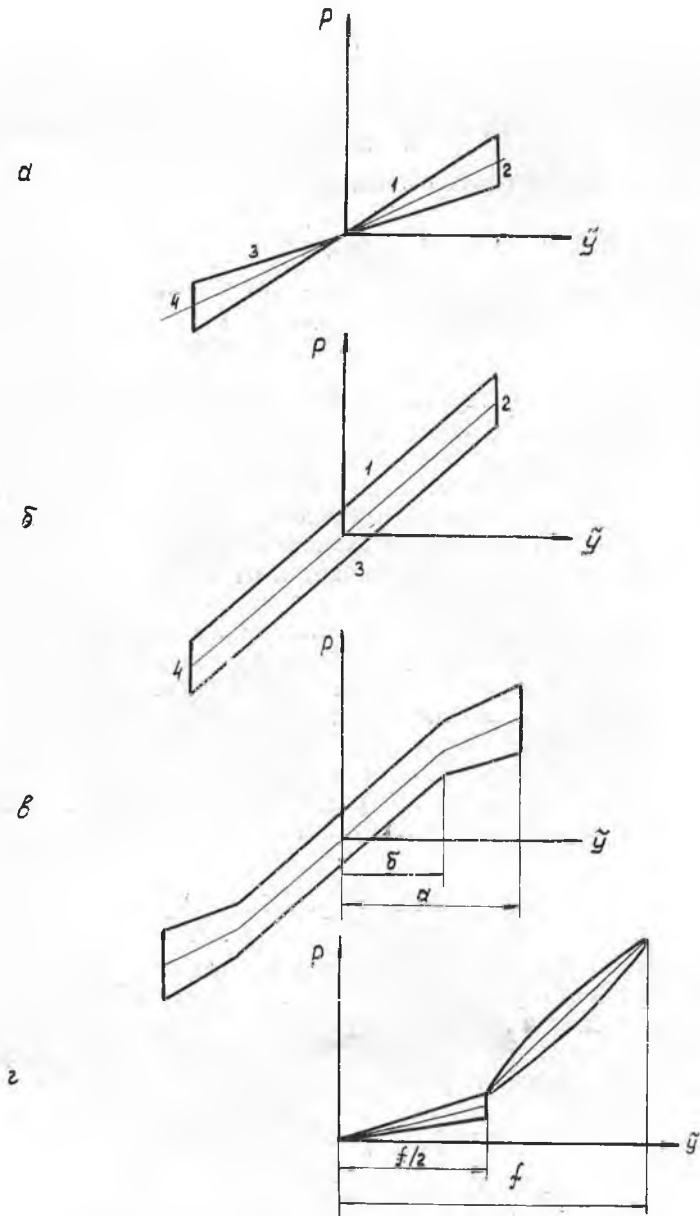


Рис. 5. Петля гистерезиса: а — для двустороннего плоского демпфера без предварительного поджатия при $\bar{y} < \frac{f}{2}$, б — для плоского и кольцевого демпфера при $\delta > \bar{y} < \frac{f}{2}$, в — для плоского двустороннего демпфера с предварительным поджатием при $\delta < \bar{y} < \frac{f}{2}$, г — для плоского одностороннего демпфера без предварительного поджатия при $\bar{y} > \frac{f}{2}$

Петля гистерезиса для одностороннего пакета без предварительного поджатия при условии, что $\bar{y}_{\max} > \frac{f}{2}$, показана на рис. 5г. Зависимость между силой и перемещением на первой половине первого этапа и второй половине третьего этапа определяется (56). Для второй половины первого этапа и первой половины третьего этапа

$$P_{1,3}^{\pm} = c_0 n \left\{ \frac{f}{2(2k_1^2 + 1)} \left(1 \pm \frac{\mu \pi^2 n}{8} \frac{f}{t} \right) + (2k + 1) \left(\bar{y}_1 - \frac{f}{2} \right) \times \right. \\ \left. \times \left[1 \pm \mu \frac{n \pi^2}{4t} \left(\frac{f}{2} - \bar{y} \right) \right] \right\}. \quad (64)$$

По (56) и (64) можно найти верхнюю оценку рассеянной энергии и вычислить жесткость для одностороннего и двустороннего демпферов без предварительного поджатия и с поджатием.

В заключение заметим, что при $\bar{y}_{\max} > \frac{f}{2}$ могут существовать два качественно различных режима работы в зависимости от \bar{y}_{\min} .

При $\bar{y}_{\min} < \frac{f}{2}$ характеристика демпфера имеет резкий излом на $\bar{y} = \frac{f}{2}$. Это увеличивает нелинейность демпфера и, по-видимому, вызывает его ударную работу. При $\bar{y}_{\min} > \frac{f}{2}$ демпфер будет работать как одна лента с жесткостью, равной сумме жесткостей всех лент.

Кольцевой демпфер

Работа кольцевого демпфера предполагается в предварительно поджатом состоянии. При этом его петля гистерезиса имеет вид, изображенный на рис. 5б.

При колебаниях демпфируемого объекта точкам внутреннего кольца демпфера задается перемещение \bar{y} . Разложив это перемещение на касательную \bar{y}_τ и нормальную \bar{y}_n составляющие, получаем:

$$\begin{aligned} \bar{y}_\tau &= \bar{y} \cos \varphi, \\ \bar{y}_n &= \bar{y} \sin \varphi, \end{aligned} \quad (65)$$

где φ — текущий угол, отсчитываемый от горизонтальной оси демпфера. При расчете демпфер будем считать плоским с заданным перемещением (65). Тогда при $\delta > \bar{y}$, $\delta + \bar{y} < \frac{f}{2}$ зависимость между силой и перемещением на участках 1, 3 принимает вид

$$P_{1,3}^{\pm} = 2 \frac{c_0 \bar{y}}{2k+1} \sum_{i=1}^{n/2} \sin^2 \frac{2\pi i}{n} \pm 2 \frac{c_0 \delta \mu}{2k+1} \sum_{i=1}^{n/2} \left[\frac{\pi^2 f}{t} i \sin \frac{2\pi i}{n} + \sin^2 \frac{2\pi i}{n} \right]. \quad (66)$$

При $n > 3$ суммирование в (66) можно заменить интегрированием

$$\sum_{l=1}^{n/2} \sin^2 \frac{2\pi l}{n} \approx \frac{n}{l} \int_0^{l/2} \sin^2 \frac{2\pi x}{l} dx = \frac{n}{4},$$

$$\sum_{l=1}^{n/2} \sin \frac{2\pi l}{n} \approx \frac{n}{l} \int_0^{l/2} \sin \frac{2\pi x}{l} dx = \frac{n}{\pi},$$

$$\sum_{l=1}^{n/2} l \sin \frac{2\pi l}{n} \approx \frac{n^2}{l^2} \int_0^{l/2} x \sin \frac{2\pi x}{l} dx = \frac{n^2}{4\pi}.$$

Тогда зависимость между силой и перемещением на этапах 1, 3 запишем в виде

$$P_{1,3} = \frac{c_0 n}{2k+1} \left[\frac{\tilde{y}}{2} \pm 2\delta\mu \left(\frac{n^2}{4} \frac{f}{D} + \frac{1}{\pi} \right) \right], \quad (67)$$

где D — средний диаметр демпфирующего пакета.

Верхняя оценка для рассеянной за цикл энергии и жесткость равны:

$$\Delta W = 8 \frac{c_0 n}{2k+1} \delta\mu \left(\frac{1}{\pi} + \frac{n^2}{4} \frac{f}{D} \right), \quad (68)$$

$$c = \frac{c_0 n}{2k+1} \left[\frac{1}{2} + 2\mu \frac{\delta}{y} \left(\frac{1}{\pi} + \frac{n^2}{4} \frac{f}{D} \right) \right], \quad (69)$$

если

$$\delta - \tilde{y} > \frac{f}{2},$$

$$\Delta W = 8\mu n(2k+1) c_0 \delta \left(\frac{1}{\pi} + \frac{n^2}{4} \frac{f}{D} \right), \quad (70)$$

$$c = c_0 n(2k+1) \left[\frac{1}{2} + 2\mu \frac{\delta}{y} \left(\frac{1}{\pi} + \frac{n^2}{4} \frac{f}{D} \right) \right]. \quad (71)$$

Зависимости (66)—(71) получены в предположении, что тангенциальным смещениям y препятствуют только силы трения.

Экспериментальная проверка

Для экспериментальной проверки рассмотренного механизма работы гофрированных демпферов снималась петля гистерезиса для плоского пакета стальных лент.

Параметры пакета: $f=1,0$ мм, $h=1,0$ мм, $t=30$ мм, $b=30$ мм, $\mu=0,15$, $E=2,10$ кг/мм², $n=6$, $k=9$.

На рис. 6 построена теоретическая петля гистерезиса, на которую нанесены экспериментальные точки. Участок 2, ввиду малой его продолжительности, экспериментально не был выявлен. Из данных на рис. 6 следует, что разность теоретического и экспериментального значений жесткости не превосходит 3%, причем

экспериментальное значение ниже теоретического. Разность экспериментального и теоретического значений рассеянной энергии составляет 30%.

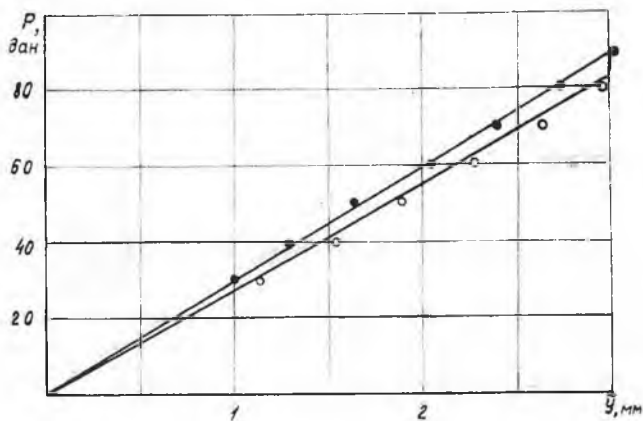


Рис. 6. Сравнение теории и эксперимента для плоского пакета лент

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. М. Семенов, П. Ф. Андреев, Н. С. Кондрашов. Термостойкий упруго-фрикционный демпфер. Авторское свидетельство № 200343.
2. Я. Г. Пановко, Г. И. Страхов. Приближенное исследование вынужденных колебаний упругих систем с конструкционным демпфированием. «Вопросы динамики и прочности», выпуск VIII, АН Лат. ССР, Рига, 1962.