ЛИТЕРАТУРА

1. *Снек.* Торцовое уплотнение с эксцентриситетом и тангенциально изменяющейся толщиной пленки. — Проблемы трения и смазки, 1969, № 4. — с. 149—155.

2. *Константинеску В. Н.* Газовая смазка. — М.: Машиностроение, 1968.— 718 с.

3. *Белоусов А. И., Зрелов В. А., Чегодаев Д. Е.* Исследование торцовых уплотнений с газостатической разгрузкой. — В кн.: Диссоциирующие газы как теплоносители и рабочие тела энергетических установок. — Минск, 1977, ч. III. — с. 131—140.

УДК 621.165—226.2—752

К. Н. Боришанский

УЧЕТ ВЛИЯНИЯ ПОДАТЛИВОСТИ ЗАДЕЛКИ НА СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ ЛОПАТОК ТУРБИН

При определении собственных частот рабочих лопаток турбин наиболее часто используется схематизация лопатки в виде тонкостенного предварительно закрученного стержня, совершающего связанные изгибно-крутильные или изгибно-крутильно продольные колебания [1], [2]. Сопоставление экспериментальных и расчетных результатов показывает, что схематизация обеспечивает достаточную точность при определении собственных частот «длинных» лопаток с большим отношением l/i (l — длина лопатки; $i = \sqrt{I/F}$ — радиус инерции корневого сечения: I, F — соответственно момент инерции и площадь корневого сечения лопатки). По мере уменьшения отношения l/i расхождение между экспериментальными частотами и расчетными, полученными в предположении жесткой заделки лопатки в корневом сечении, возрастает, что свидетельствует об увеличении влияния податливости заделки на собственные частоты. Определить влияние податливости заделки на собственные частоты можно, например, с помощью метода конечных элементов, если считать, что в колебаниях участвует не только перо лопатки, но и примыкающая к лопатке часть обода диска [3].

Значительный интерес представляет не только получение численных результатов для лопаток конкретных ступеней, но и нахождение некоторых общих закономерностей, позволяющих определить класс лопаток, для которых учет податливости заделки является необходимым, а также выяснение относительного влияния на собственные частоты нормальных и касательных напряжений, действующих в корневом сечении лопатки. В работе [4] было исследовано влияние податливости заделки при условии заделки корневого сечения лопатки в упругое полупространство. Было показано, что при определении частот граничные условия можно представить в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} v\,(0) &= -C_{11}^{\text{отн}}\frac{l^3}{EI}Q\,(0) + C_{12}^{\text{отн}}\frac{l^2}{EI}M\,(0); \\ \frac{dv\,(0)}{dz} &= C_{22}^{\text{отн}}\frac{l}{EI}M\,(0) + C_{21}^{\text{отн}}\frac{l^2}{EI}Q\,(0), \end{aligned}\right\}$$

где $v\,(0)$, $dv\,(0)\,dz$, $M\,(0)$, $Q\,(0)$ — соответственно прогиб, угол поворота, изгибающий момент и перерезывающая сила в корневом сечении лопатки; E — модуль упругости; $C_{ij}^{\text{отн}}$ — коэффициенты, зависящие от формы, но не от размеров поперечного сечения[1].

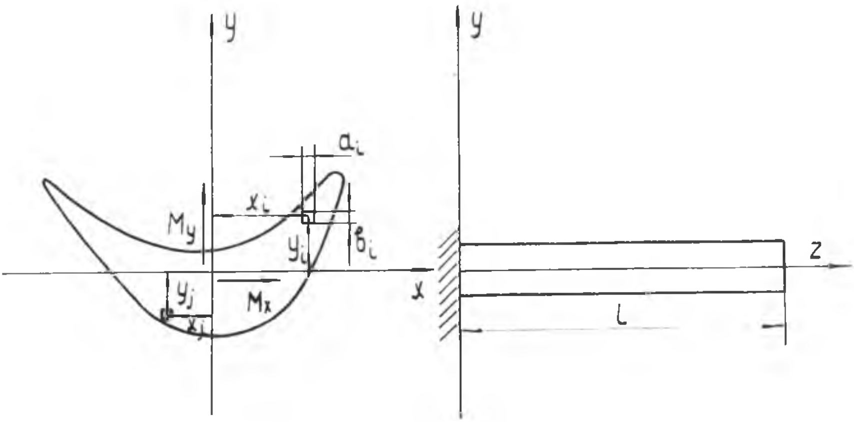

Рис. 1. Форма поперечного сечения лопатки и использованная система координатных осей

Форма поперечного сечения лопатки изображена на рис. 1, там же указаны положительные направления координатных осей. Перемещения различных точек корневого сечения лопатки в направлении осей x, y (главных осей поперечного сечения) и z обозначены соответственно «u», «v» и «w».

---

[1] Вообще говоря, величины $C_{ij}^{\text{отн}}$ зависят и от отношения осевых размеров пера лопатки и обода диска; в работе [4], однако, показано, что величина коэффициента $C_{22}^{\text{отн}}$ зависит от этого отношения сравнительно слабо.

В работе [4] было показано, что для имеющих практическое значение отношений l/i наибольшее влияние на собственные частоты оказывает коэффициент $C_{22}^{\text{отн}}$, характеризующий связь между углом поворота корневого сечения и действующим в этом сечении изгибающим моментом. Таким образом, при определении низших собственных частот можно использовать следующие приближенные граничные условия для корневого сечения лопатки:

$$\left.\begin{aligned} & v\ (0) = 0; \\ & \frac{d\,v\ (0)}{d\,z} = C_{22}^{\text{отн}}\,\frac{i}{EI}\ M_x\ (0). \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

В работе [4] рассмотрены некоторые простейшие типы поперечных сечений (прямоугольник, круг, полукруг, трубка, полутрубка) и показано, что для вычисления коэффициента $C_{22}^{\text{отн}}$ необходимо знать распределение радиальных перемещений w_i в различных точках i-го корневого сечения. Закон изменения радиальных перемещений w_i зависит от характера распределения нормальных напряжений по сечению, который заранее не известен. Предполагая, что нормальные напряжения в корневом сечении распределены по линейному закону, т. е. $\sigma_i = Cy_i$, вычислим радиальные перемещения в различных точках корневого сечения лопаточных профилей и величины коэффициентов $C_{22}^{\text{отн}}$. В дальнейшем будет показано, что закон изменения нормальных напряжений по сечению слабо влияет на величину коэффициента $C_{22}^{\text{отн}}$ и, следовательно, на собственные частоты колебаний лопаток.

При определении радиальных перемещений wi в различных точках лопаточных профилей будем использовать следующие упрощающие предположения: профиль разбивается на достаточно большое число (150—200) прямоугольных элементов; в пределах каждого элемента нормальные напряжения сохраняются постоянными, равными величине напряжений в центре элемента; радиальные перемещения в центре каждого элемента определяются суммарным воздействием нагрузок: равномерно распределенной нагрузки $\sigma_i = Cy_i$, действующей на данный прямоугольный элемент со сторонами a_i и b_i, и суммы сосредоточенных нагрузок величиной $\sigma_j\, a_j\, b_j$, приложенной в центре j-х прямоугольных элементов со сторонами a_j и b_j.

При сделанных предположениях радиальное перемещение центра i-го прямоугольного элемента с координатами x_i, y_i определим по следующей формуле [5]:

$$w_i(x_i, y_i) = \frac{2(1-\nu^2)}{\pi E}\left\{\sigma_i\left[a_i \ln\frac{\sqrt{1+(a_i/b_i)^2}+1}{\sqrt{1+(a_i/b_i)^2}-1} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + b_i \ln\frac{\sqrt{1+(b_i/a_i)^2}+1}{1+(b_i/a_i)^2-1} + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} \frac{\sigma_j a_j b_j}{2 r_{ij}}\right\}, \qquad (2)$$

где N — общее число прямоугольных элементов со сторонами a_i, b_i, на которое разбито корневое сечение лопатки; $r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$; x_i, y_i и x_j, y_j — координаты центров соответственно i-го и j-го прямоугольных элементов; ν — коэффициент Пуассона, принятый равным 0,3.

Обоснованность принятых предположений и, следовательно, формулы (2) подтверждается частным случаем, имеющим аналитическое решение. В работе [5] приведены формулы для радиальных перемещений граничных точек полупространства под действием распределенных и сосредоточенных нагрузок. Применим указанные в работе [5] формулы для радиальных перемещений в центрах квадратов со сторонами a, $3a$, $5a$, $7a$ и сравним два случая нагружения:

а) под действием равномерно распределенной по всей площади нагрузки интенсивности σ;

б) под действием равномерно распределенной нагрузки интенсивности σ в центральной части квадрата со сторонами $a \times a$ и сосредоточенных нагрузок интенсивности σa^2, приложенных в центрах «малых» квадратов площадью a^2, на которые разбиваются «большие» квадраты со сторонами $3a$, $5a$ и $7a$. При этом разница в перемещениях в центре «больших» квадратов при втором способе нагружения составит соответственно всего 2,22, 1,625 и 1,264% по сравнению с перемещением под действием равномерно распределенной нагрузки.

После определения перемещений w_i различных точек корневого сечения лопатки найдем эквивалентный угол поворота корневого сечения под действием нормальных напряжений ($\varphi_{экв}$), который в соответствии с формулой (1) равен $dv(0)\, dz$. Следуя работе [6], определим эквивалентный угол поворота из условия равенства работы нормальных напряжений $\sigma_i(x_i, y_i)$ на фактических перемещениях $w_i(x_i, y_i)$ и на перемещениях, изменяющихся по линейному закону — $\varphi_{экв}\, y_i$.

Величину эквивалентного угла поворота корневого сечения лопатки определим по следующей формуле:

$$\varphi_{\text{экв}} = \frac{dv\,(0)}{dz} = \frac{\iint\limits_F w_i \sigma_i\,dF}{\iint\limits_F y_i \sigma_i\,dF} \approx \frac{\sum\limits_N w_i \sigma_i\,a_i\,b_i}{\sum\limits_N y_i \sigma_i\,a_i\,b_i}. \tag{3}$$

Используя формулы (1) и (3), найдем:

$$C_{22}^{\text{отн}} = \varphi_{\text{экв}} \frac{EI}{i\,M_x\,(0)}. \tag{4}$$

Если принять линейный закон распределения нормальных напряжений, т. е. считать $\sigma_i = Cy_i$, то формулу (4) можно преобразовать к виду:

$$C_{22}^{\text{отн}} = \frac{2\,(1-\nu^2)}{\pi} \frac{\sum\limits_N w_i'\,y_i\,a_i\,b_i}{I_i} = 0{,}5796 \frac{\sum\limits_N w_i'\,y_i\,a_i\,b_i}{Ii},$$

$$\text{где } w_i' = y_i\Bigg[\,a_i \ln \frac{\sqrt{1+(a_i/b_i)^2}+1}{\sqrt{1+(a_i/b_i)^2}-1} +$$

$$+ b_i \ln \frac{\sqrt{1+(b_i/a_i)^2}+1}{\sqrt{1+(b_i/a_i)^2}-1}\Bigg] + \sum_{j=1,\,j\neq i}^{N} \frac{y_i\,a_j\,b_j}{2r_{ij}}.$$

При линейном законе распределения нормальных напряжений результаты вычислений коэффициента $C_{22}^{\text{отн}}$ для четырех лопаточных профилей (рис. 2) приведены в табл. 1. В таблице указаны также число участков разбиения поперечного сечения на прямоугольные элементы (N), геометрические характеристики рассмотренных профилей (I, F, i) и относительная координа-

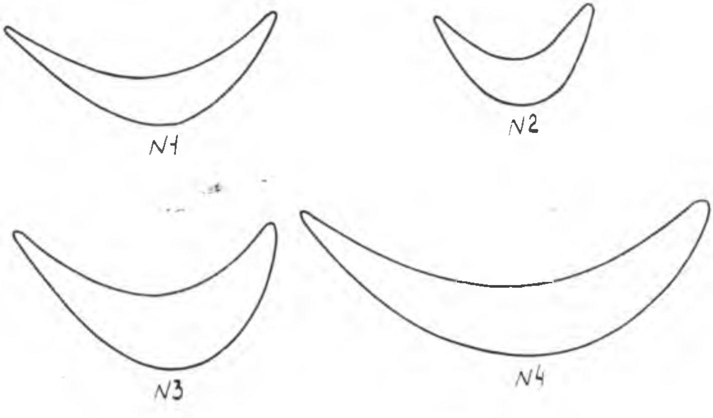

Рис. 2. Лопаточные профили, для которых вычислялось значение коэффициента $C_{22}^{\text{отн}}$

та точки сечения $y_{i\,\text{отн}} = y_i\,(w_{\max}/y_{\max})$, в которой радиальное перемещение w_i достигает максимального значения. Величины, указанные в таблице, соответствуют тангенциальным колебаниям лопатки относительно оси минимального момента инерции.

Таблица 1

№ профиля	N	I, см^4	F, см^2	i, см	$C_{22}^{\text{отн}}$	$y_{i\,\text{отн}}$
1	181	14,27	15,55	0,957	1,297	0,757
2	169	12,12	12,72	0,976	1,234	0,658
3	162	64,03	32,42	1,405	1,438	0,617
4	157	92,83	45,74	1,425	1,587	0,549

Из приведенных в табл. 1 данных следует, что значения коэффициента $C_{22}^{\text{отн}}$ для четырех рассмотренных профилей различаются всего на 28%. Это позволяет теоретически объяснить обнаруженный ранее экспериментально тот факт [7], что для лопаток различных ступеней турбин существует единая универсальная кривая $\psi - l/i$, где $\psi = p/p_0$; p и p_0 — соответственно экспериментальная первая собственная и расчетная частоты. Последняя вычислена в предположении жесткой заделки лопатки в корневом сечении. Наличие универсальной кривой $\psi - l/i$ имеет место несмотря на то, что в работе [4] было теоретически доказано существование зависимости $\psi - C_{22}^{\text{отн}}\,l/i$, а не $\psi - l/i$. Именно малая разница численных значений коэффициента $C_{22}^{\text{отн}}$ для различных активных турбинных профилей объясняет существование единой экспериментальной кривой $\psi - l/i$. Следует иметь в виду, что погрешность в определении величины $C_{22}^{\text{отн}}$, вызванная ограниченностью числа участков разбиения поперечного сечения, весьма мала, например, уменьшение числа участков разбиения профиля № 1 со 181 до 117 привело к изменению величины $C_{22}^{\text{отн}}$ всего на 2,4%.

Полученное при линейном законе распределения по сечению нормальных напряжений σ_i распределение перемещений w_i оказалось значительно отличающимся от линейного. Об этом свидетельствуют как относительно малые значения координат $y_{i\,\text{отн}}$ (табл. 1), так и данные, приведенные на рис. 3, где для профилей № 1 и № 4 показано распределение перемещений w_i вдоль нейтральной оси при $y = 0$ и в перпендикулярном к нейтральной

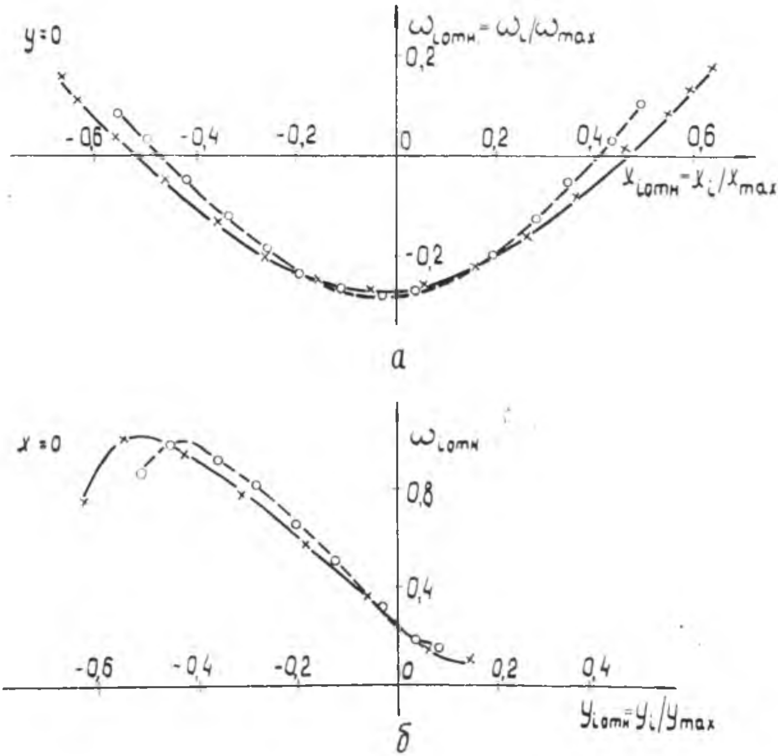

Рис. 3. Распределение перемещений w_i вдоль нейтральной оси (*а*) и в перпендикулярном направлении (*б*): о — — — о — профиль № 1; х ——— х — профиль № 4

оси направлении при $x = 0$. Видно, что перемещения w_i уменьшаются по периметру профиля. Так как в сечениях лопатки, достаточно удаленных от корневого, перемещения w_i при первой форме колебаний изменяются примерно по линейному закону, то фактически в корневом сечении будет иметь место относительный рост напряжений в точках, расположенных вблизи контура сечения, в частности на кромках и спинке. Для того чтобы оценить влияние подобного изменения характера распределения нормальных напряжений по сечению на величину $C_{22}^{отн}$, рассмотрим кубический закон изменения нормальных напряжений:

$$\sigma_i = C' y_i^3. \tag{5}$$

Легко показать, что при использовании формулы (5) величину коэффициента $C_{22}^{\text{отн}}$ следует определять по формуле

$$C_{22}^{\text{отн}} = 0{,}5796 \frac{\sum\limits_{N} w_i'' \, y_i^3 \, a_i \, b_i}{\left(\sum\limits_{N} y_i^4 \, a_i \, b_i\right)^2} \, \frac{I}{i}, \tag{6}$$

где значения w_i находятся по формулам (2) и (5), а $w_i'' = w_i \pi E/[2 (1 - \nu^2) C']$.

Результаты вычислений коэффициента $C_{22}^{\text{отн}}$ по формуле (6) для четырех профилей приведены в табл. 2; там же указаны относительные координаты точек $y_{i\,\text{отн}}$, в которых перемещения w_i достигают максимального значения, и относительные различия ($\Delta C_{22}^{\text{отн}}$) в величинах коэффициента $C_{22}^{\text{отн}}$ при линейном и кубическом законе изменения нормальных напряжений (разница в величинах коэффициентов $C_{22}^{\text{отн}}$ для каждого из профилей отнесена к минимальному из двух значений).

Таблица 2

№ профиля	N	$C_{22}^{\text{отн}}$	$y_{i\,\text{отн}}$	$\Delta C_{22}^{\text{отн}}$, %
1	181	1,339	0,919	3,24
2	169	1,356	0,921	9,89
3	162	1,48	0,89	2,92
4	157	1,667	0,927	5,03

Как следует из сопоставления данных табл. 1 и 2, закон распределения кормальных напряжений по сечению весьма слабо сказывается на величине коэффициента $C_{22}^{\text{отн}}$, что с достаточной для практики точностью позволяет использовать предположение о линейном законе распределения напряжений.

Рассмотрим влияние податливости заделки на аксиальные колебания, т. е. колебания, происходящие относительно оси максимального момента инерции сечения (при рассмотрении совместных изгибно-крутильных колебаний закрученных лопаток необходимо одновременно учитывать податливость заделки и при тангенциальных, аксиальных колебаниях).

Вместо формул (1), (3) и (4) в данном случае следует использовать формулы:

$$\left.\begin{aligned} &u(0) = 0; \\ &\frac{du(0)}{dz} = C_{22\,\max}^{\text{отн}} \frac{i_{\max}}{EI_{\max}} M_y(0); \end{aligned}\right\} \tag{1'}$$

$$\varphi_{\text{экв max}} = \frac{du(0)}{dz} \approx \frac{\sum\limits_{N} w_i \sigma_i a_i b_i}{\sum\limits_{N} x_i \sigma_i a_i b_i}; \qquad (3')$$

$$C_{22\max}^{\text{отн}} = \varphi_{\text{экв max}} \frac{EI_{\max}}{i_{\max} My(0)}. \qquad (4')$$

где индекс «max» указывает на то, что изгиб рассматривается относительно оси максимального момента инерции сечения.

Результаты вычислений по формулам (1′), (3′) и (4′) при линейном и кубическом законах изменения нормальных напряжений в корневом сечении приведены в табл. 3.

Таблица 3

№ профиля	N	$I_{\max}$, см⁴	$i_{\max}$, см	$C_{22\max}^{\text{отн}}$		$\Delta C_{22}^{\text{отн}}$, %
				$\sigma_i = Cx_i$	$\sigma_i = C' x_i^3$	
1	181	117,1	2,744	0,586	0,553	5,97
2	169	39,7	1,766	0,866	0,846	2,37
3	162	275,8	2,916	0,867	0,858	1,05
4	157	949	4,555	0,663	0,639	3,76

Видно, что и в данном случае величина коэффициента $C_{22\max}^{\text{отн}}$ весьма слабо зависит от закона изменения нормальных напряжений в корневом сечении лопатки. Так как влияние податливости заделки характеризуется величиной $C_{22}^{\text{отн}}\, i/l$ [4], а $C_{22\max}^{\text{отн}}\, i_{\max} > C_{22}^{\text{отн}}\, i$, то податливость заделки в бóльшей степени снижает частоты аксиальных колебаний, чем тангенциальных. Относительное увеличение влияния податливости заделки на частоты аксиальных колебаний вызвано и тем, что клиновидность лопаток, уменьшающая влияние податливости заделки на частоты тангенциальных колебаний [4], сравнительно слабо влияет на изменение податливости заделки при аксиальных колебаниях.

На рис. 4 приведено сопоставление экспериментальных и расчетных данных, характеризующих влияние податливости заделки на собственные частоты при первой форме колебаний рабочих лопаток одиннадцати ступеней турбин мощностью 800 и 1200 МВт. Расчетные кривые 1 и 2, заимствованные из работы [4], соответствуют значениям $C_{22}^{\text{отн}}$, равным 1,267 и 1,655, что приближенно совпадает с разбросом значений для четырех рассмотренных профилей (табл. 1). Точки на рис. 4 соответствуют отно-

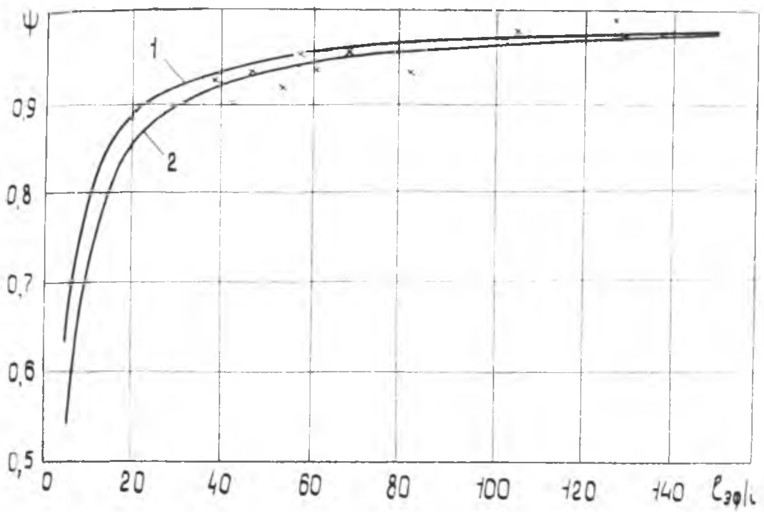

Рис. 4. Сопоставление экспериментальных и расчетных результатов: *1* — $C_{22}^{\text{отн}} = 1{,}267$; *2* — $C_{22}^{\text{отн}} = 1{,}655$; *x* — результаты испытаний лопаток различных ступеней

шению средних значений экспериментальных частот, полученных при испытаниях от нескольких сотен до нескольких тысяч лопаток, к расчетным частотам, подсчитанным при условии жесткой заделки лопаток по корневому сечению. Клиновидность лопаток учитывалась с помощью введения эффективной длины лопатки ($l_{\text{эф}}$) по способу, изложенному в работе [4]. Как следует из рис. 4, предложенный способ учета влияния податливости заделки получил достаточно хорошее экспериментальное подтверждение.

ВЫВОДЫ:

1. Для различных активных лопаточных профилей численные значения коэффициента $C_{22}^{\text{отн}}$ сравнительно близки друг к другу.

2. Величина коэффициентов $C_{22}^{\text{отн}}$ и $C_{22\,\max}^{\text{отн}}$ слабо зависит от закона распределения нормальных напряжений в корневом сечении лопатки.

3. Влияние податливости заделки на частоты аксиальных колебаний, характеризуемое произведением $C_{22\,\max}^{\text{отн}}\, i_{\max}$, оказывается большим, чем на частоты тангенциальных колебаний.

4. При вычислении частот изгибно-крутильных колебаний закрученных лапотак переменного сечения необходимо одновременно учитывать податливость заделки при изгибе как относительно минимальной, так и максимальной оси инерции поперечного сечения.

5. Предложенный метод учета влияния податливости заделки обеспечивает достаточно хорошее совпадение экспериментальных и расчетных значений собственных частот колебаний лопаток.

ЛИТЕРАТУРА

1. РТМ 24.026.05—74. Расчет собственных частот и форм колебаний длинных лопаток.

2. *Воробьев Ю. С., Шульженко Н. Г.* Исследование колебаний систем элементов турбоагрегатов. — Киев: Наукова думка, 1978. — 135 с.

3. *Joshio Hirota, Akio Hizume, Jasuo Nakagami, Joshiki Kogoya* Recent Technology in Zarge Steam Turbines , Mitsubishi Heavy Industries , Technical Review , v. 15, № 3, 1978.

4. *Боришанский К. Н.* Влияние податливости заделки на собственные частоты рабочих лопаток паровых турбин. — Проблемы прочности, 1980, № 1. — с. 98—102.

5. *Лурье А. И.* Пространственные задачи теории упругости. — М.: Гостехиздат, 1955.—491 с.

6. *O'Donnel W. J.* The Additional Deflection of a Cantilever Due to the Elasticity of the Support , Transactions of the ASME , journal of Applied Mechanics , v. 27, 1960. — p. 461—464.

7. *Шемитов А. З.* Приближенное определение частоты собственных тангенциальных колебаний коротких лопаток паровых турбин. — Котлотурбостроение, 1947, № 1. — с. 29—31.

УДК 534.284:532.542

Н. Д. Быстров

ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ АКУСТИЧЕСКОГО RC—ФИЛЬТРА В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГАЗОВОЙ ЦЕПИ С ДРОССЕЛЕМ КОРРЕКЦИИ ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

При стендовой и летной доводке компрессоров газотурбинных двигателей находят применение зонды для измерения пульсаций давления, включающие в свой состав волноводные каналы и датчики давления. Для повышения точности измерения