

на двух упругодемпферных опорах рассмотренный метод характеризуется низкой трудоемкостью по сравнению с известными методами начальных параметров и т.д. [5, 6].

#### Библиографический список

1. Гантер Е., Хамфрис Р., Шпрингер Х. Метод быстрого расчета на мини-ЭВМ собственных значений с учетом демпфирования для газовой турбины. Теория //Тр. Амер.о-ва инженеров-механиков. Сер. Конструирование и технология машиностроения. - 1984. - № 2. - С. 66-80.
2. Кельзон А.С., Циманский Ю.П., Яковлев В.И. Динамика роторов в упругих опорах. - М.: Наука, 1982. - 272 с.
3. Ананьев И.В., Тимофеев П.Г. Колебания упругих систем в авиационных конструкциях и их демпфирование. - М.: Машиностроение, 1965. - 526 с.
4. Мелентьев С.Н., Проданов М.Е., Чегодаев Д.Е., Штейнберг С.М. Проектирование опор роторов на основе аналитических моделей //Машиноведение. - 1988. - № 2. - С. 55-59.
5. Хронин Д.В. Колебания в двигателях летательных аппаратов. - М.: Машиностроение, 1980. - 296 с.
6. Маслов Г.С., Расчеты колебаний валов: Справочник. - М.: Машиностроение, 1980. - 151 с.

УДК 621.452.3:519

В.К.Семенychев, А.Н.Тырсин

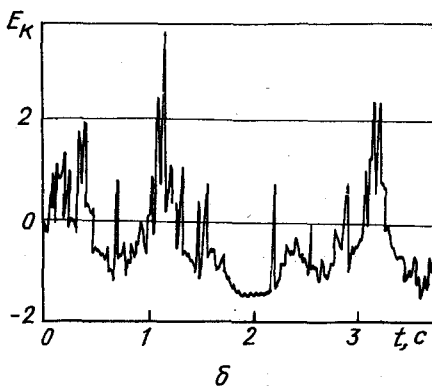
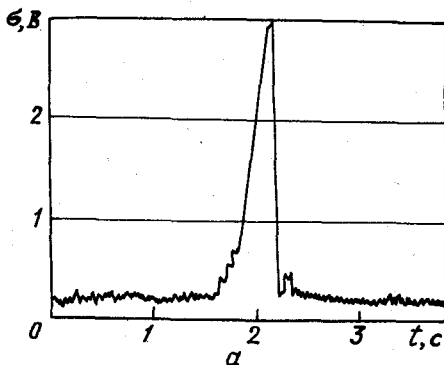
#### СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛОПАТОК ГТД НА ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ

Одной из актуальных задач доводки ГТД является определение вибрационной нагруженности его рабочих лопаток через такие динамические характеристики, как резонансная частота  $f_p$  и резонансная амплитуда  $A$  (амплитуда резонансных колебаний) собственной формы колебаний  $[1]$ . Использование для этого переходных режимов ГТД (набор и сброс оборотов), когда последовательно проходятся разные резонансные зоны, сдерживается следующими факторами. Во-первых, да-

леко не всегда удается идентифицировать сами резонансные зоны по увеличению значений амплитуд колебаний, которые обычно моделируются суммой гармоник на выходе линейного резонатора и широкополосного шума. Во-вторых, известные спектральные методы при этом не удается использовать из-за их низкой разрешающей способности. В третьих, обычно имеют место разброс конструктивных и режимных параметров, априорное незнание и нестабильность вида закона распределения и спектра помехи.

Имитационное моделирование лопатки набором резонаторов, возбуждаемых гармоническим сигналом переменной частоты, а также натурные эксперименты показали возможность и эффективность идентификации резонансных зон по текущим значениям дисперсии  $\sigma^2$  и коэффициента эксцесса  $E_K$  колебаний [2]. При приближении частоты гармонического воздействия к  $f_p$  текущие оценки  $\sigma^2$  и  $E_K$  стабилизируются: дисперсия сигнала сначала монотонно возрастает, что характеризует увеличение его энергии, а после прохождения через резонанс монотонно убывает; оценки коэффициента эксцесса при этом группируются вблизи значения  $-1,5$ , отражая увеличение узкополосности сигнала.

В качестве иллюстрации на рис. 1 приведены результаты текущего изменения оценок  $\sigma$  (а) и  $E_K$  (б),



Р и с. 1. Изменение среднего квадратического отклонения и коэффициента эксцесса сигнала при прохождении через резонанс

вычисленных по выборкам в 128 отсчетов отклика резонатора с собственной частотой 1 кГц и добротностью 66,7 на входное воздействие, представляющее собой смесь гармонического сигнала с монотонно возрастающей частотой и широкополосного шума с соотношением сигнал/шум  $\alpha = 1$ . Аналогичные результаты были получены и при тензосметрировании рабочих лопаток ГТД.

Для оценки динамических характеристик лопаток следует учитывать, что при прохождении через резонанс тензосигнал представляет собой гармонический сигнал на фоне аддитивного, широкополосного, существенно меньшего по мощности шума.

Исходя из данной модели колебаний лопатки и кратковременности резонансной зоны, целесообразно обратиться к параметрическим моделям авторегрессии — скользящего среднего во временной области [3, 4].

В рамках решаемой задачи наиболее простым является представление колебаний лопатки в виде

$$x_k = x(k\Delta) = A \sin(2\pi f_p k\Delta + \varphi) + \xi_k = \\ = A_1 \sin 2\pi f_p k\Delta + A_2 \cos 2\pi f_p k\Delta + \xi_k, \quad (1)$$

где  $\Delta$  — период дискретизации;  $\varphi$  — начальная фаза сигнала на момент взятия отсчетов;  $\xi_k$  —  $k$ -й отсчет помехи типа белого шума;  $A_1 = A \cos \varphi$ ,  $A_2 = A \sin \varphi$ .

Применив к (1)  $Z$ -преобразование [4], выполнив промежуточные преобразования и вернувшись в область отсчетов, получим следующую разностную схему для отсчетов:

$$x_k = \lambda x_{k-1} - x_{k-2} + \xi_k, \quad (2)$$

где  $\lambda = 2 \cos 2\pi f_p \Delta$ ,  $k > 1$ .

Определив линейно входящий в уравнение (2) коэффициент  $\lambda$ , выразим через него резонансную частоту:

$$f_p = \frac{1}{2\pi\Delta} \arccos \frac{\lambda}{2}. \quad (3)$$

Подставляя найденную оценку  $f_p$  в (1), находя коэффициенты  $A_1$  и  $A_2$ , вычисляем резонансную амплитуду колебаний по формуле

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}. \quad (4)$$

Целесообразность обращения к формулам (2)–(4) состоит в том, что, во-первых, они позволяют определять динамические характеристики на доле периода  $T_p = 1/f_p$  резонирующей гармонической составляющей сигнала. Исследования показали возможность назначения периода дискретизации  $\Delta$  в достаточно широком диапазоне – от  $T_p/3$  до  $T_p/20$ . Во-вторых, искомые коэффициенты  $a, A_1, A_2$  линейно входят в (1) и (2); следовательно, для их определения можно использовать известные методы статистической регуляризации, например метод наименьших квадратов (МНК).

Последнее означает, что, увеличивая число отсчетов больше минимально возможных трех, но оставаясь в пределах доли или одного–двух периодов периодических колебаний, можно осуществить энергетически эквивалентную линеаризацию колебаний механической системы, допуская в этом смысле негармоничность отклика и воздействия. Для придания процедуре определения динамических характеристик свойства устойчивости целесообразно находить несколько оценок  $f_p^i, A^i$ , а в качестве искомого принимать их медианные значения

$$\hat{f}_p = \text{med}\{f_p^i\}, \quad \hat{A} = \text{med}\{A^i\}.$$

При определении оценок коэффициента авторегрессии  $a$  использовался алгоритм Марпла [5]. МНК-оценки коэффициентов скользящего среднего  $A_1^i, A_2^i$  вычислялись путем решения соответствующей системы нелинейных алгебраических уравнений. Важным свойством таких оценок является возможность нахождения через квантили  $\{a^i\}, \{A_1^i, A_2^i\}$  доверительного интервала для их медианных значений [6]. Это позволяет контролировать точность определения динамических характеристик и адекватность постулируемой модели вместе с рассчитываемой величиной среднеквадратического приближения.

Более естественно в реальных условиях доводки ПГД считать спектр шума  $\xi(t)$  не равномерным, а окрашенным: содержащим гармоническую составляющую за счет помех (например, наводок по питанию в измерительном тракте) или присутствия какой-либо другой дискретной составляющей; сосредоточенным в определенной полосе частот;

имеющим подъем в области нижних (верхних) частот. В этом случае используем концепцию "формирующего фильтра" [7], согласно которой окрашенный шум рассматривается как отклик еще одной физической системы на входной белый шум.

Можно показать, что указанные случаи укладываются в разностную схему четвертого порядка, содержащую отсчеты  $x_k, \dots, x_{k-4}$ , белый шум  $\xi_k$  и от двух до четырех коэффициентов  $\lambda_i, A_i$ , через которые находятся динамические характеристики резонансных колебаний и формирующего фильтра. Так, например, при наличии в резонансной зоне еще одной дискретной составляющей сигнал моделируется выражением

$$x_k = A \sin(2\pi f_1 k \Delta + \varphi) + B \sin(2\pi f_2 k \Delta + \psi) + \xi_k,$$

которому при  $k > 3$  соответствует разностная схема

$$x_k = \lambda_1(x_{k-1} + x_{k-3}) - \lambda_2 x_{k-2} - x_{k-4} + \xi_k, \quad (5)$$

где  $\lambda_1 = 2(\cos 2\pi f_1 \Delta + \cos 2\pi f_2 \Delta)$ ;

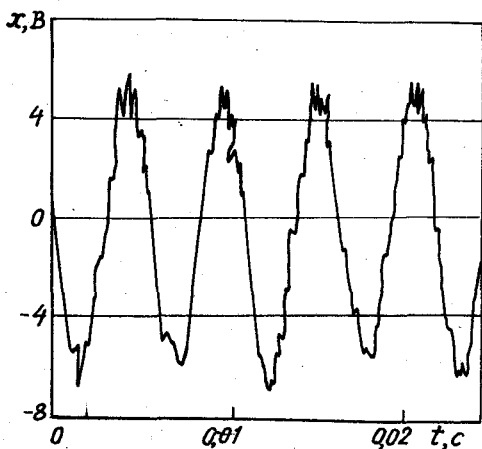
$$\lambda_2 = 2 + 4 \cos 2\pi f_1 \Delta \cos 2\pi f_2 \Delta.$$

В таблице приведены вычисленные по 15 отсчетам значения частот  $\hat{f}_1, \hat{f}_2$  при различных соотношениях сигнал/шум  $a = 2(A^2 + B^2) / \sigma_{\omega}^2$ , где  $\sigma_{\omega}^2$  - дисперсия широкополосного белого шума. Амплитуды гармоник  $A$  и  $B$  в данном примере были равны, истинные значения частот  $f_1 = 100$  Гц,  $f_2 = 137$  Гц, период дискретизации  $\Delta = 0,002$  с.

$a$	$\hat{f}_1$ , Гц	$\hat{f}_2$ , Гц
$\infty$	99,8	137,3
1600	99,0	138,1
400	98,0	139,9
177,8	96,7	142,9
100	94,9	146,3
44,4	91,4	152,8
25	87,6	159,6
16	83,7	166,5
11,1	79,8	176,5

Заметим, что можно в принципе усложнить возможную окраску спектра помехи, учесть ее постоянную составляющую, линейный или полиномиальный тренд. Ограничениями в данном случае являются рост погрешности определения динамических характеристик с увеличением порядка разностной схемы и проблема плохой обусловленности при решении соответствующих систем линейных уравнений для коротких выборок данных. Поэтому целесообразно проводить полосовую фильтрацию и ограничиваться разностной схемой четвертого порядка, а для обеспечения вычислительной устойчивости при решении систем линейных уравнений использовать метод сингулярных разложений [8].

При регистрации колебаний лопаток используются датчики перемещения, скорости и ускорения. С учетом изложенного предпочтительнее использовать датчики скорости, устраняющие постоянную составляющую в сигнале, и датчики ускорения, устраняющие как постоянную составляющую, так и линейный тренд.



Р и с. 2. Резонансные колебания лопатки компрессора ГТД по первой собственной форме

Показавшей увеличение общей мощности колебаний, и коэффициенту эксцесса, отражающего изменение внутренней структуры сигнала.

2. При ограничении на возможную длительность реализации предложен

На рис. 2 показан участок тензосигнала рабочей лопатки компрессора ГТД при прохождении через резонанс по первой собственной форме. В результате вычисления по 28 отсчетам было получено:  $f_p = 177,6$  Гц;  $\hat{A} = 4,37$  В. Период дискретизации  $\Delta = 40$  мкс. Вычисленные значения динамических характеристик соответствуют действительности.

В в о д н ы. I. Предложен и апробирован способ обнаружения вынужденных резонансных колебаний лопаток ГТД по двум статистическим характеристикам — дисперсии, пока-

способ определения резонансных частот и амплитуд вынужденных колебаний в условиях окрашенного спектра помехи.

3. При определении динамических характеристик обеспечено свойство устойчивости по отношению к вариации законов распределения и спектров помех, к импульсным помехам; обеспечена оценка точности полученных результатов.

#### Библиографический список

1. Карасев В.А., Максимов В.П., Сидоренко М.С. Вибрационная диагностика газотурбинных двигателей. - М.: Машиностроение, 1978. -

132 с.

2. Тырсин А.Н. Определение динамических характеристик элементов турбомашин на переходных режимах //Повышение надежности и долговечности машин и сооружений: Тез.докл. III науч.-техн. конф. - Киев: ИПШ АН УССР, 1988. - Ч. 2. - С. 98.

3. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. - М.: Мир, 1974. - 406 с.

4. Семеньев В.К. Оценка динамики механических систем по АР-СС моделям сигнала //Вибротехника. - 1987. - № I(58). - С. III-III5.

5. *Maqple S.L. A New Autoregressive Spectrum Analysis Algorithm // IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing. - 1980 - vol. 28, №4. P. 441-454.*

6. Устойчивые статистические методы оценки данных /Под ред. Р.Л. Лонера, Г.Н. Уилкинсона. - М.: Машиностроение, 1984. - 232 с.

7. Новоселов О.Ф., Фомин А.Ф. Основы теории и расчета ИИС. - М.: Машиностроение, 1980. - 180 с.

8. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. - М.: Мир, 1980. - 180 с.