ЛИТЕРАТУРА

1. Кемпбелл В. Аксиальная вибрация дисков паровых турбин и меры защиты от нее, ОНТИ, 1937.
2. Иванов В. П. Исследование колебаний лопаточных венцов авиационных турбомашин. Автореферат диссертации, КуАИ, Куйбышев, 1969.
3. Иванов В. П. Некоторые вопросы колебаний лопаточных венцов и других упругих тел, обладающих циклической симметрией. Сб. «Прочность и динамика авиационных двигателей», вып. 6, «Машиностроение», 1971.
4. Иванов В. П. Общие свойства спектра собственных движений линейно-упругих тел, обладающих циклической симметрией. Труды КуАИ, выпуск 48, 1971.

В. П. Иванов, А. С. Сердотецкий

РАСЧЕТ КОЛЕБАНИЙ ЛОПАТОЧНЫХ ВЕНЦОВ СО СЛОЖНЫМ ПЕРИОДОМ ЦИКЛИЧЕСКОЙ СИММЕТРИИ МЕТОДОМ ВОЛНОВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЖИДКОСТЕЙ

Лопаточные венцы турбомашин являются типичными представителями циклически симметричных тел или, иначе, тел с поворотной симметрией. За главный период венца можно принять лопатку с соответствующим сектором диска. В настоящей работе для решения задачи о колебаниях циклически симметричного тела используется метод волновых динамических жесткостей и податливостей [1].

Известны конструкции лопаточных венцов со сложным периодом циклической симметрии. Период будем называть сложным, если в нем можно обособить два и более однотипных элементов (например, лопатки) с разнящимися динамическими характеристиками (рис. 1а, б).

Ниже приводится решение задачи о колебаниях циклически симметричного тела со сложным периодом применительно к лопаточному венцу с чередующимися лопатками. Однако решение может быть отнесено к любым телам со сложным периодом.

Укажем основные допущения, сделанные при решении задачи. Диск считаем обладающим конечной упругостью, поэтому рассматриваем связанные колебания системы «диск — серии лопаток» в целом. Для упрощения решения принимаем аэродинамическое демпфирование и аэродинамическое взаимодействие несущественными.

Пусть в венце имеется S лопаток каждого типа, тогда можно выделить S периодов, и порядок симметрии будет также S.

Предположим, что в порядок симметрии S достаточно велик. Это позволяет системы дискретных усилий, действующих

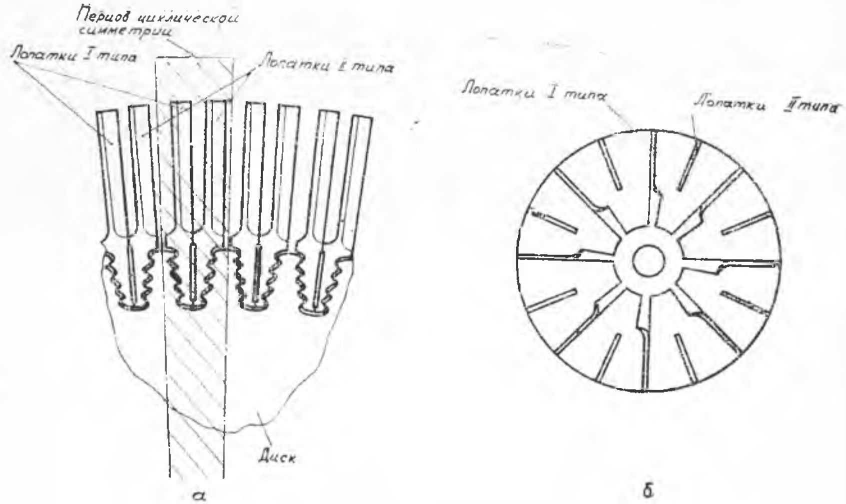


Рис. 1

со стороны лопаток на диск, заменить эквивалентными распределенными нагрузками. В случае малого S, когда такая замена привела бы к ощутимым погрешностям, возможно решение и при дискретном распределении усилий. Общая схема решения в этом случае не изменится.

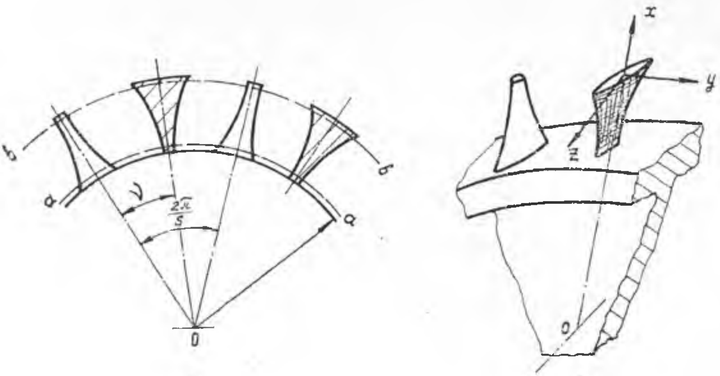
Принимаем, что диск недеформируем в своей плоскости, а лопатки обладают прямой радиальной осью и не деформируются вдоль нее.

Обод колеса считаем симметрично расположенным относительно серединной плоскости диска, лопатки сопряжены с ободом в точках, лежащих в серединной плоскости. Лопатки представим в виде стержней.

Решение будем искать для случая, когда диск нагружен лопатками двух типов, чередующихся через одну. Более общим было бы рассмотрение $n > 2$ лопаток в периоде. Но для конструкций с малым числом лопаток случай $n > 2$ вызвал бы сомнения в правомерности замены дискретных усилий от лопаток на диск распределенными усилиями.

Авторам известно решение задачи, близкой к рассматриваемой, о вынужденных колебаниях. В работе [2], применен непосредственный обсчет напряжений в системе с чередующимися лопатками. Но такой подход для реальных лопаточных венцов с изгибно-крутильной связанностью колебаний сопряжен с известными вычислительными трудностями.

На рис. 2 изображены расчетная схема периода и местная система координат.



а　　　　　　　　　　　б

Рис. 2

Решение задачи о свободных колебаниях будем искать в форме

$$Q_b = \widetilde{H}_b^m \, q_b, \tag{1}$$

где q_b — матрица-столбец перемещений лопаток в сечении по внешним концам лопаток; Q_b — матрица-столбец усилий в том же сечении; $\widetilde{H}_b^m$ — матрица волновых динамических жесткостей системы в указанном сечении. Индекс m указывает на номер группы форм колебаний, а также на число волн. $\widetilde{H}_b^m$ должно быть определено для всех m, допускаемых порядком симметрии,

$$0 \leqslant m \leqslant \frac{S}{2}.$$

Матрица $H_в^m$ содержит комплексные члены и является самосопряженной, что выражает возможность относительного сдвига компонент волн усилий и перемещений [1].

Таким образом, основным в данной задаче является нахождение матрицы волновых динамических жесткостей на периферии венца.

Динамические характеристики диска зададим матрицей $\widetilde{\Pi}^m$. Тогда

$$\left\| \begin{array}{c} q_x \\ q_y \\ q_z \\ \hdashline \beta_x \\ \beta_y \\ \beta_z \end{array} \right\| = \widetilde{\Pi}^m \left\| \begin{array}{c} Q_x \\ Q_y \\ Q_z \\ \hdashline M_x \\ M_y \\ M_z \end{array} \right\|, \tag{2}$$

где q и β — амплитуды волн комплексных линейных и угловых перемещений в направлении соответствующих осей, Q и

M — комплексные амплитуды силовых и моментных распределенных нагрузок по соответствующим направлениям, Π^m — матрица волновых динамических податливостей диска, определенная для m-формы колебаний на периферии диска.

В силу предположения об ограничениях деформаций диска имеем

$$q_x = q_y = \beta_z = 0,$$

что понижает порядок матриц в выражении (2)

$$\left\| \begin{matrix} q_z \\ \beta_y \\ \beta_x \end{matrix} \right\| = \widetilde{\Pi}^m \left\| \begin{matrix} Q_z \\ M_y \\ M_x \end{matrix} \right\| .$$

Диск находится под силовым воздействием лопаток типов I и II. Произведя замену системы дискретных усилий эквивалентной распределенной нагрузкой для лопаток каждого типа, получим

$$\left. \begin{matrix} q_a^{\mathrm{I}} = \widetilde{\Pi}^m Q_a^{\mathrm{I}} \\ q_a^{\mathrm{II}} = \widetilde{\Pi}^m Q_a^{\mathrm{II}} \end{matrix} \right\} . \quad (3)$$

Индекс a указывает, что силовое взаимодействие в системе рассматривается по сечению a—a (см. рис. 2), проходящему через стыки лопаток с диском.

q^{I}_a и q^{II}_a — матрицы-столбцы комплексных амплитуд перемещений диска в оговоренном сечении под воздействием лопаток I и II типа; Q^{I}_a и Q^{II}_a — матрицы-столбцы комплексных амплитуд эквивалентной нагрузки, действующей на диск от лопаток I и II типов.

Матрица-столбец комплексных амплитуд перемещений диска при совокупном воздействии на него лопаток обоих типов имеет вид

$$q_a^{\mathrm{I}} = q_a^{\mathrm{I}} + q_a^{\mathrm{II}} e^{i\nu}. \quad (4)$$

Повернув начало отсчета на угол ν, получим

$$q_a^{\mathrm{II}} = q_a^{\mathrm{I}} e^{-i\nu} + q_a^{\mathrm{II}}. \quad (5)$$

Выражения (4) и (5) в матричной форме записи с учетом (3) принимают вид

$$\left\| \begin{matrix} q_a^{\mathrm{I}} \\ q_a^{\mathrm{II}} \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} \widetilde{\Pi}^n & \widetilde{\Pi}^m e^{i\nu} \\ \widetilde{\Pi}^m e^{-i\nu} & \widetilde{\Pi}^m \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} Q_a^{\mathrm{I}} \\ Q_a^{\mathrm{II}} \end{matrix} \right\| . \quad (6)$$

В уравнении (6) квадратная матрица $\|\widetilde{\Pi}^m\|$ является самосопряженной матрицей волновых динамических податливостей диска. Для рассмотрения лопаточной части осуществим в уравнении (6) переход к дискретным усилиям

$$\| q_a \| = \| \widetilde{\Pi}_{д}^m \| \cdot \| Q_a \|,$$

где $\| q_a \| = \left\| \begin{matrix} q_a^{\mathrm{I}} \\ q_a^{\mathrm{II}} \end{matrix} \right\|$; $\quad \| Q_a \| = \left\| \begin{matrix} Q_a^{\mathrm{I}} \\ Q_a^{\mathrm{II}} \end{matrix} \right\|$;

$$\| \overline{\Pi}^m_{д} \| = \frac{2\pi R_{корн}}{S} \left\| \begin{matrix} \overline{\Pi}^m & \overline{\Pi}^m e^{i\nu} \\ \overline{\Pi}^m e^{-i\nu} & \overline{\Pi}^m \end{matrix} \right\|.$$

Матрица $\|\overline{\Pi}^m_{д}\|$ является квадратной матрицей волновых динамических податливостей осесимметричной части системы, то есть диска с ободом; обод при этом представляется как кольцо постоянного сечения. Эта матрица подготовлена к дискретной «стыковке» с лопатками обоих типов, сдвинутых относительно друг друга на угол ν. Она имеет порядок в 2 раза (по числу типов лопаток) больший, чем исходная матрица $\|\overline{\Pi}^m\|$.

Определим вибрационные характеристики лопаток, задав их в виде фундаментальной матрицы динамических жесткостей. Можно показать, что фундаментальная матрица, в общем случае 12-го порядка, в данной задаче усечена до 8-го порядка, поскольку сделаны допущения о недеформируемости лопаток вдоль радиальной оси и диска в своей плоскости. Можно показать также, что фундаментальная матрица динамических жесткостей отдельной лопатки совпадает с фундаментальной матрицей волновых динамических жесткостей всей лопаточной части. Таким образом, имеем

$$\left\| \begin{array}{c} -Q^{л}_{az} \\ -M^{л}_{ay} \\ -M^{л}_{ax} \\ \hdashline Q^{л}_{bz} \\ M^{л}_{by} \\ Q^{л}_{by} \\ M^{л}_{bz} \\ M^{л}_{bx} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{c:c} C_{aa} & C_{ab} \\ \hdashline C_{ba} & C_{bb} \end{array} \right\| \cdot \left\| \begin{array}{c} q^{л}_{az} \\ \beta^{л}_{ay} \\ \beta^{л}_{ax} \\ \hdashline q^{л}_{bz} \\ \beta^{л}_{by} \\ q^{л}_{by} \\ \beta^{л}_{bz} \\ \beta^{л}_{bx} \end{array} \right\|$$

Знак минус в матрице-столбце усилий поставлен с целью сохранения симметрии матрицы волновых динамических жесткостей при общепринятом правиле знаков для усилий, действующих по концам лопаток. Блоки матрицы волновых динамических жесткостей здесь следующие: C_{aa} — симметричная матрица третьего порядка, $C_{вв}$ — симметричная матрица пятого порядка, $C_{aв}$ — прямоугольная матрица, содержащая 3 строки и 5 столбцов, $C_{вa}$ — прямоугольная матрица, содержащая 5 строк и 3 столбца.

Введем обозначения

$$Q_a^л = \begin{Vmatrix} Q_{az}^л \\ M_{ay}^л \\ M_{ax}^л \end{Vmatrix}; \quad Q_{by}^л = \begin{Vmatrix} Q_{bz}^л \\ M_{by}^л \\ Q_{by}^л \\ M_{bz}^л \\ M_{bx}^л \end{Vmatrix}; \quad q_a^л = \begin{Vmatrix} q_{az}^л \\ \beta_{ay}^л \\ \beta_{ax}^л \end{Vmatrix}; \quad q_b^л = \begin{Vmatrix} q_{bz}^л \\ \beta_{by}^л \\ q_{by}^л \\ \beta_{bz}^л \\ \beta_{bx}^л \end{Vmatrix}.$$

Тогда

$$\begin{Vmatrix} -Q_a^л \\ Q_b^л \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} C_{aa} & C_{ab} \\ C_{ba} & C_{bb} \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} q_a^л \\ q_b^л \end{Vmatrix}. \tag{7}$$

Так как в нашем случае имеем нагружение усилиями от лопаток двух типов, то из (7) следует

$$\begin{aligned} -Q_a^{лI} &= C_{aa}^{I}\, q_a^{лI} + C_{ab}^{I}\, q_b^{лI}; \\ Q_b^{лI} &= C_{ba}^{I}\, q_a^{лI} + C_{bb}^{I}\, q_b^{лII}; \\ -Q_a^{лII} &= C_{aa}^{II}\, q_a^{лII} + C_{ab}^{II}\, q_b^{лII}; \\ Q_b^{лII} &= C_{ba}^{II}\, q_a^{лII} + C_{bb}^{II}\, q_b^{лII} \end{aligned}$$

или более общее выражение

$$\left.\begin{aligned} -Q_a^{л\Sigma} &= C_{aa}^{\Sigma}\, q_a^{л\Sigma} + C_{ab}^{\Sigma}\, q_b^{л\Sigma} \\ Q_b^{л\Sigma} &= C_{ba}^{\Sigma}\, q_a^{л\Sigma} + C_{bb}^{\Sigma}\, q_b^{л\Sigma} \end{aligned}\right\},$$

где

$$Q_a^{л\Sigma} = \begin{Vmatrix} Q_a^{лI} \\ Q_a^{лII} \end{Vmatrix}; \quad Q_b^{л\Sigma} = \begin{Vmatrix} Q_b^{лI} \\ Q_b^{лII} \end{Vmatrix}; \quad q_a^{л\Sigma} = \begin{Vmatrix} q_a^{лI} \\ q_a^{лII} \end{Vmatrix}; \quad q_b^{л\Sigma} = \begin{Vmatrix} q_b^{лI} \\ q_b^{лII} \end{Vmatrix};$$

$$C_{aa}^{\Sigma} = \begin{Vmatrix} C_{aa}^{I} & 0 \\ 0 & C_{aa}^{II} \end{Vmatrix}; \quad C_{ab}^{\Sigma} = \begin{Vmatrix} C_{ab}^{I} & 0 \\ 0 & C_{ab}^{II} \end{Vmatrix}; \quad C_{ba}^{\Sigma} = \begin{Vmatrix} C_{ba}^{I} & 0 \\ 0 & C_{ba}^{II} \end{Vmatrix}; \quad C_{bb}^{\Sigma} = \begin{Vmatrix} C_{bb}^{I} & 0 \\ 0 & C_{bb}^{II} \end{Vmatrix}.$$

Полученная матрица

$$\begin{Vmatrix} C_{aa}^{\Sigma} & C_{ab}^{\Sigma} \\ C_{ba}^{\Sigma} & C_{bb}^{\Sigma} \end{Vmatrix}$$

является фундаментальной матрицей волновых динамических жесткостей лопаточной части системы.

Чтобы перейти к выражению в форме (1), определим волновую динамическую жесткость $\widetilde{H}m_b$ системы «диск-лопаточная часть» на периферии диска (по сечению в—в)

Чтобы перейти к выражению в форме (1), определим волновую динамическую жесткость $\widetilde{H}_b^m$ системы «диск-лопаточная часть» на периферии диска (по сечению в-в)

$$\widetilde{H}_b^m = C_{bb}^{\Sigma} - C_{ba}^{\Sigma} \left\| I + \widetilde{\Pi}_д^m \cdot C_{aa}^{\Sigma} \right\|^{-1} \widetilde{\Pi}_д^m\, C_{ab}^{\Sigma},$$

где I — единичная матрица.

Из уравнения (1), подставив в него граничные условия, можно получить уравнение частот. Например, если концы лопаток свободны, то $Q_в = 0$, и

$$|\overline{H}_b^m| = 0.$$

Уравнение формы колебаний будет иметь вид

$$\widetilde{H}_b^m q_b = 0.$$

Учитывая вышесказанное, можно легко найти уравнения частот и форм колебаний при иных граничных условиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов В. П. Метод волновых динамических жесткостей и податливостей для расчета колебаний упругих систем, обладающих циклической симметрией. Труды КуАИ, вып. 48, 1971.
2. Шипов Р. А. Исследование влияния динамической неоднородности кольцевой решетки на резонансные колебания ее профилей. «Прочность и динамика авиационных двигателей», вып. 6, «Машиностроение», 1971.

Н. Б. Панич, В. А. Письменов

ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОСТИ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПНЕВМАТИЧЕСКИХ ВОЗБУДИТЕЛЕЙ КОЛЕБАНИЙ

Необходимость проведения высокочастотных исследований элементов конструкций ГТД при высоких значениях коэффициента демпфирования в сочетании с низкими значениями модуля упругости материала конструкции приводит к необходимости решения ряда вопросов, связанных с созданием высокоэффективного испытательного оборудования. Наличие больших амплитуд колебаний приводит к появлению нелинейных эффектов, сопровождающихся такими аномалиями, как проявление субгармонических и ультрагармонических колебаний [1].

При возникновении таких колебаний наличие в спектре возбуждающей силы ряда гармонических составляющих приводит к искажению результатов эксперимента [2]. Это вызывает необходимость исследования спектрального состава возбуждающей силы.

Высокочастотные пневматические возбудители типа КуАИ-ВВ [3] хорошо зарекомендовали себя при проведении усталостных испытаний деталей ГТД при значениях декрементов $\delta = 0{,}02 \div 0{,}05$ [4]. Для испытания конструкций, обладающих большими значениями декрементов колебаний, требуется увеличение возбуждающей силы либо за счет увеличения площади проходного сечения сопла, либо за счет увеличения давления воздуха перед соплом, что при испытаниях малогабарит-