КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
ТРУДЫ, ВЫПУСК XIX. 1965 г.
Вибрационная прочность и надежность авиационных двигателей

А. М. СОЙФЕР, И. Д. ЭСКИН

ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ МНОГОСЛОЙНОЙ КОНСОЛИ

С целью создания методики расчета прочности и демпфирующих свойств пластинчатых демпферов сухого трения был исследован вопрос о поперечном изгибе многослойного пакета под действием циклической силы. Как известно, в работе [I] Н. Г. Калинин получил выражение рассеянной циклической энергии для консоли, составленной из нечетного числа n одинаковых слоев в виде:

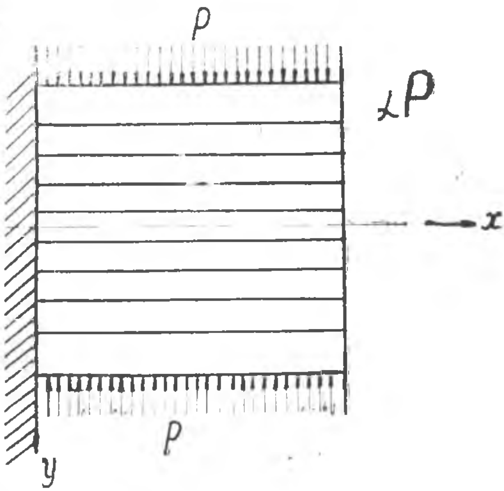
$$\Psi = 2 \int\limits_{|U(-1)|}^{U(1)} \left[P \frac{U(\alpha)}{U(1)} - P(\alpha^*) \right] dU(\alpha)^*. \tag{1.1}$$

Взяв интеграл в выражении (1.1), придем к двойным суммам в выражении циклической энергии рассеивания. Такой вид зависимости затрудняет ее использование для исследования демпфирующих свойств пластинчатых демпферов и определение величины рассеянной энергии. Определение величины рассеянной энергии планиметрированием предварительно рассчитанной и построенной петли гистерезиса пакета, примененное в работе [I], также требует большой затраты труда расчетчика. Ниже предлагается решение задачи о поперечном изгибе многослойной консоли шарнирно-опертой балки и стержня с заделанными концами и упруго-подвижной заделкой, составленных из двух одинаковых накладок и n — одинаковых прокладок (отдельно рассмотрены случаи четного и нечетного числа прокладок). Эти задачи встречаются в практике конструирования пластинчатых демпферов сухого трения. В результате, величина рассеянной ци-

* В формуле (1.1) все величины даны в обозначениях, принятых в работе [1].

клической энергии, коэффициент поглощения получены в виде функций только параметров заданных условием задачи: действующей силы P, удельной сжимающей нагрузки p, коэффициента трения на контактных плоскостях консоли f, размеров прокладки $l\times b\times h$, числа прокладок n и относительной толщины накладки $\frac{k}{2}$. В выражения этих функций вошли простые суммы членов, зависящих только от n и k. Это позволило решить статическую задачу демпферов, выполненных в виде многослойных пакетов и дать инженерный метод расчета многослойных пакетов.

а) Нечетное число слоев в пакете консоли. Рассмотрим задачу о поперечном изгибе многослойной консоли циклической силой αP, приложенной на конце балки. Пакет консоли набран из двух одинаковых накладок и n одинаковых прокладок с толщиной h сжатых с постоянной интенсивностью p по длине балки (см. рис. 1)



Фиг. 1.

Толщина накладки

$$h_н = \frac{k}{2} h. \qquad (1.2)$$

Суммарная толщина пакета

$$h_0 = (n + k) h. \qquad (1.3)$$

Присвоим прокладкам нижней половины консоли нечетные номера 1, 3, 5, $n-2$, n, начиная со средней.

Реккурентные соотношения, записывающие значения действующей силы и прогиба на отдельных этапах процессов нагружения и разгрузки, необходимые при построении петли гистерезиса многослойного пакета, приводить не будем, т. к. они могут быть легко получены из соответствующих формул работы [1] при подстановке в них вместо n величины $(n+k)$ и учета закона распределения действующей силы между накладками и прокладками, обеспечивающего одинаковые прогибы всех слоев пакета.

Определим величину энергии, рассеянной за цикл в системе. Она равна удвоенной величине энергии, рассеянной в системе в процессе разгрузки или повторной нагрузки. Циклическая энергия рассеивания численно равна работе, совершенной силами трения на пути, равном сумме взаимных скольжений, происходящих на контактных поверхностях системы в течение одного нагрузочного цикла. Эту энергию можно выразить интегралом:

$$\Delta W = 2q_0 l \int_0^1 \Delta U(\xi)\, d\xi. \tag{1.4}$$

Здесь $\Delta U(\xi)$ — сумма взаимных скольжений по всем контактным плоскостям консоли в поперечном сечении, расположенном на расстоянии $\xi = \frac{x}{l}$ от заделки $q_0 = fpb$ — погонные силы трения.

Перемещение $u(\xi)$ вдоль оси ξ можно определить, использовав запись закона Гука для случая обобщенного плоского напряженного состояния и одно из равенств Коши. Перемещение j-ого слоя в j-ой контактной поверхности будет равно

$$u_j = {}_j\int (\sigma_{jj} + \mu p)\, d\xi + f(\eta), \text{ где } \eta = \frac{y}{h}. \tag{1.5}$$

Для «длинных» стержней величиной $f(\eta)$ можно пренебречь. Взаимные скольжения в j-ой контактной плоскости найдутся как разности соответствующих перемещений $u(\xi)$ сдвинувшихся j-ого и $j+2$-ого слоев.

$$\Delta u_j = u_{jj} - u_{j+2,\, j}. \tag{1.6}$$

Для определения величины взаимных скольжений в процессе разгрузки необходимо предварительно найти изгибающие напряжения σ_{jj}, вызывающие эти скольжения.

Изгибающее напряжение на первом этапе разгрузки, когда многослойная консоль деформируется как монолитная балка, не вызывает взаимных скольжений на контактных плоскостях консоли. Приращение изгибающего напряжения в пакете непроскользнувших слоев при изменении нагрузки на величину $\Delta P^*_{j+2,\, j}$, смещающую проскальзывание на один слой в каждой половине балки, также не вызывает взаимных скольжений по контактным плоскостям внутри пакета. Эти напряжения вызывают взаимные скольжения только на границе пакета, на контактной плоскости между j-ым и $j+2$-ым слоем. Приращение изгибающего напряжения в каждом из j сдвинувшихся слоев вызывает взаимное скольжение на контактных плоскостях этих слоев. Напряжение $\sigma_y = -p$ не вызывают взаимных скольжений. Подставив в формулу (1,5) выражение изгибающих напряжений в j-ом и $j+2$-ом слоях, вызывающих взаимные скольжения в j-ой контактной плоскости (выражения их мы не приводим), найдем перемещения $u(\xi)$ j-ого и $j+2$-ого слоев в j-ой контактной плоскости. Подставив значения этих перемещений в (1,6) и суммируя, найдем полное взаимное скольжение в j-ой контактной плоскости.

$$\Delta u_j = \frac{hl^2}{2EI}\left(\xi - \frac{\xi^2}{2}\right)\Bigg\{8(1+\alpha^*_{\text{оп}})\frac{P}{k^3+4n} + \frac{16q_0h}{3}\cdot\frac{1}{(n+k-j)\,[(n+k-j)^2-4]} + \frac{8}{3}\,\frac{q_0h}{(n+k-j)^2-4} + \frac{32q_0h}{3}\sum_{i=j+2}^{i=n-2}\frac{1}{(n+k-i)\,[(n+k-i)^2-4]}\Bigg\}. \tag{1.7}$$

$$i = 3,\ 5,\ 7,\ \ldots\ n-2;\quad j = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots,\ (n-4);$$

Здесь $I = \frac{bh^3}{12}$ — момент инерции сечения прокладки, $\alpha^*_{\text{оп}}$ — коэффициент нагрузки предпоследнего этапа разгрузки, когда взаимные скольжения достигли n-ой контактной поверхности.

Запишем еще выражения полных взаимных скольжений в предпоследней $(n-2)$-ой и последней n-ой контактных плоскостях.

$$\overline{\Delta u}_{n-2} = \frac{hl^2}{2EI}\left(\xi - \frac{\xi^2}{2}\right)\left\{\left\{8\,(1+\alpha^*_{\text{оп}})\,\frac{P}{k^3+4n} + \frac{16q_0h}{3}\,\frac{1}{[n+k-(n-2)]\{[n+k-(n-2)]^2-4\}} + \frac{8}{3}\,\frac{q_0h}{[n+k-(n-2)]^2-4}\right\}\right\} \tag{1.8}$$

$$\overline{\Delta u}_n = \frac{hl^2}{2EI}\left(\xi - \frac{\xi^2}{2}\right)(1+\alpha^*_{\text{оп}})\,(2+k)\,\frac{2P}{k^3+4n}. \tag{1.9}$$

Суммарное взаимное скольжение в сечении ξ по всем контактным плоскостям консоли будет равно:

$$\Delta U(\xi) = 2\,(\overline{\Delta u_1} + \overline{\Delta u_3} + \overline{\Delta u_5} + \ldots + \overline{\Delta u_n}). \tag{1.10}$$

Подставив в (1,10) формулы (1,7), (1,8) и (1,9), получим

$$\Delta U(\xi) = \frac{hl^2}{EI}\left(\xi - \frac{\xi^2}{2}\right)\left\{\frac{2\,(2n+k)}{k^3+4n}(1+\alpha^*_{\text{оп}})\,P + \frac{8q_0h}{3}\sum_{i=1}^{i=n-2}\frac{n+k+i}{(n+k-i)\,[(n+k-i)^2-4]}\right\} i = 1,\ 3,\ 5,\ldots,\ (n-2). \tag{1.11}$$

Коэффициент нагрузки $\alpha^*_{\text{оп}}$ находится из реккурентных соотношений в следующем виде:

$$\alpha^*_{\text{оп}} = 1 - \frac{4q_0h\,(n+k)^3}{3\,[(n+k)^2-1]\,P} - \frac{4q_0h}{3P}\sum_{i=1}^{i=n-1}\frac{(n+k-i)^3+4i}{(n+k-i)\,[(n+k-i)^2-4]}. \tag{1.12}$$

$$i = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots,\ (n-2)$$

Подставив формулы (1.11) и (1.12) в (1.4), найдем величину энергии, рассеиваемой в системе за цикл в следующем виде

$$\Delta W = \frac{8q_0l^3h}{3EI\,(k^3+4n)}\left\{(2n+k)\left[P - \frac{2}{3}\,\frac{q_0h\,(n+k)^3}{(n+k)^2-1}\right] - \frac{2q_0h}{3}\sum_{i=1}^{i=n-2}\frac{(2n+k)\,[(n+k-i)^3+4i] - (k^3+4n)\,(n+k+i)}{(n+k-i)\,[(n+k-i)^2-4]}\right\} \tag{1.13}$$

$$i = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots\ (n-2)$$

За коэффициент поглощения многослойного пакета примем величину (см. фиг. 2)

$$\Psi = \frac{\text{пл. петли}}{\text{пл. } \Delta \text{ AOB}} = \frac{2\Delta W}{PV(1)}. \tag{1.14}$$

Здесь $v(1)$ наибольший прогиб на конце консоли в период нагрузки, находится из реккурентных соотношений в виде:

$$v(1) = \frac{2l^3}{9EI(k^3+4n)}\left\{6P - q_0h\left[\frac{4(n+k)^3 - k^3 - 4n}{(n+k)^2-1} + \right.\right. \tag{1.15}$$

$$\left.\left. + 4\sum_{i=1}^{i=n-2}\frac{(n+k-i)^3+4i-k^3-4n}{(n+k-i)[(n+k-i)^2-4]}\right\} \quad i = 1, 3, 5, \ldots, (n-2)$$

Подставив (1.13) и (1.15) в (1.14) для коэффициента поглощения, окончательно получим следующее выражение:

$$\Psi = \frac{24q_0h\left\{(2n+k)\left[P - \frac{2}{3}\frac{q_0h(n+k)^3}{(n+k)^2-1}\right] - \frac{2q_0h}{3}\sum_{i=1}^{i=n-2}\frac{(2n+k)[(n+k-i)^3+4i] - (k^3+4n)(n+k+i)}{(n+k-i)[(n+k-i)^2-4]}\right\}}{P\left\{6P - q_0h\left[\frac{4(n+k)^3-k^3-4n}{(n+k)^2-1} + 4\sum_{i=1}^{i=n-2}\frac{(n+k-i)^3+4i-k^3-4n}{(n+k-i)[(n+k-i)^2-4]}\right]\right\}} \tag{1.16}$$

$$i = 1, 3, 5, \ldots, (n-2).$$

Как известно [1] кривая зависимости величины энергии рассеивания от давления P на контактных плоскостях имеет максимум. В нашем случае

$$\Delta W_{\max} = \frac{P^2l^3}{EI}\times$$

$$\times\frac{2n+k}{(k^3+4n)\left[\frac{(n+k)^3}{(n+k)^2-1} + \sum_{i=1}^{i=n-2}\frac{(n+k-i)^3+4i-\frac{k^3+4n}{2n+k}(n+k+i)}{(n+k-i)[(n+k-i)^2-4]}\right]} \tag{1.17}$$

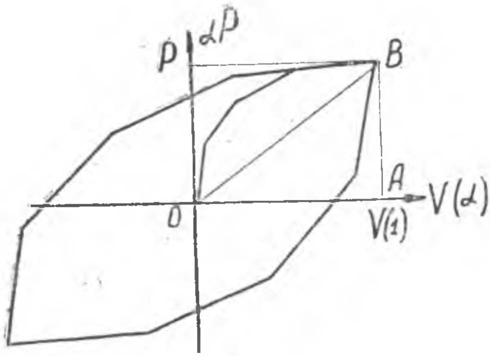
$$i = 1, 3, 5, \ldots (n-2)$$

и оптимальное значение сдавливающей удельной нагрузки P:

$$P_{\text{опт}} = \frac{3P}{4fbh\left[\frac{(n+k)^3}{(n+k)^2-1} + \sum_{i=1}^{i=n-2}\frac{(n+k-i)^3+4i-\frac{k^3+4n}{2n+k}(n+k+i)}{(n+k-i)[(n+k-i)^2-4]}\right]}. \tag{1.18}$$

$$i = 1, 3, 5, \ldots, (n-2).$$

Определим максимальное напряжение пакета. Вследствие того, что на каждом этапе нагружения прогиб пакета из непроскользнувших слоев равен прогибу каждого из j сдвинувшихся слоев, действующая нагрузка распределится между ними пропорционально их жестокостям на изгиб и наибольшее напряжение возникает в накладках пакета многослойной консоли у заделки. Определяем это напряжение.



Фиг. 2.

$$\sigma_{\text{н}} = \frac{hl}{I}\left\{\frac{P_k}{k^3+4n} - \frac{q_0 h(n+k)}{3[(n+k)^2-1]}\left[\frac{2(n+k)^2 k}{k^3+4n} - 1\right] - \right.$$

$$\left. - \frac{2q_0 h}{3(k^3+4n)} \sum_{i=1}^{i=n-2} \frac{\kappa[(n+k-i)^3+4i]-(k^3+4n)(n+k-i)}{(n+k-i)[(n+k-i)^2-4]}\right\} \qquad (1.19)$$

$$i = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots\ (n-2)$$

Если величина нагрузки P такова, что в данном пакете взаимные скольжения достигают только j-ой контактной плоскости, то циклическая энергия рассеивания запишется равенством:

$$\Delta W_j = \frac{16}{9}\,\frac{q_0{}^2 h^2 l^3}{EI} \sum_{i=1}^{i=j-2} \frac{n+k+i}{(n+k-i)[(n+k-i)^2-4]} \qquad (1.20)$$

$$j = 3,\ 5,\ 7,\ \ldots,\ n;\quad i = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots,\ (j-2)$$

а коэффициент поглощения:

$$\Psi_j = \frac{24 \sum\limits_{i=1}^{i=j-2} \frac{n+k+i}{(n+k-i)[(n+k-i)^2-4]}}{\left[\frac{(n+k)^3}{(n+k)^2-1} + \sum\limits_{i=1}^{i=j-2} \frac{(n+k-i)^3+4i}{(n+k-i)[(n+\kappa-i)^2-4]}\right] \times \left[\frac{1}{(n+k)^2-1} + 4 \sum\limits_{i=1}^{i=j-2} \frac{1}{(n+k-i)[(n+k-i)^2-4]}\right]}. \qquad (1.21)$$

$$j = 3,\ 5,\ 7,\ \ldots,\ n \quad i = 1,\ 3\ 5,\ \ldots,\ (j-2).$$

Номер контактной плоскости j, в которой при данной величине силы P начнутся взаимные скольжения, определяется из следующего равенства:

$$P = \frac{2}{3} q_0 h \left[\frac{(n+k)^3}{(n+k^2-1)} + \sum_{i=1}^{i=j-2} \frac{(n+k-i)^3 + 4i}{(n+k-i)\left[(n+k-i)^2-4\right.} \right] \qquad (1.22)$$

$$i = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots,\ (j-2)$$

максимальное напряжение в накладках у заделки

$$\sigma_{nj} = \frac{q_0 h^2 l}{3I} \left[\frac{n+k}{(n+k)^2-1} + 2 \sum_{i=1}^{i=j-2} \frac{1}{(n+k-i)^2-4} \right] \qquad (1.23)$$

$$j = 3,\ 5,\ 7,\ \ldots,\ n,\ i = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots,\ (j-2).$$

Положив в приведенных выше формулах $K = 2$ и $n + 2 = m$, получим решение для многослойной консоли, составленной из m одинаковых слоев.

Приведем некоторые основные соотношения для этого случая.

Циклическая энергия рассеивания:

$$\Delta W = \frac{8 q_0 h l^3}{9EIm} \left\{ \frac{3}{2}(m-1)P - q_0 h \left[\frac{m^3}{m+1} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \sum_{i=1}^{i=m-4} \frac{(m-1)\left[(m-i)^3 + 4i\right] - 2m(m+i)}{(m-i)\left[(m-i)^2-4\right]} \right] \right\}. \qquad (1.24)$$

$$i = 1,\ 3,\ 5,\ 7,\ \ldots,\ (m-4).$$

Коэффициент поглощения:

$$\Psi = \frac{24 q_0 h \left[(m-1)\left(P - \frac{2}{3} q_0 h \frac{m^3}{m^2-1} \right) - \frac{2 q_0 h}{3} \sum\limits_{i=1}^{i=m-4} \frac{(m-1)\left[(m-i)^3 + 4i\right] - 2m(m+i)}{(m-i)\left[(m-i)^2-4\right]} \right.}{P\left[3P - 2 q_0 h (m+1)\right]}. \qquad (1.25)$$

$$i = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots,\ (m-4)$$

Максимальное напряжение в крайнем m-ом слое пакета консоли будет равно:

$$\sigma_m = \frac{hl}{3I} \left[\frac{3}{2} \frac{P}{m} - q_0 h \left(\frac{m}{m+1} + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{i=m-4} \frac{(m-i)^3 + 4i - 2m(m-i)}{(m-i)\left[(m-i)^2-4\right]} \right) \right]. \qquad (1.26)$$

$$i = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots,\ m-4.$$

Положив в формулах (1. 13) и (1. 16) $n=1$, получим выражение рассеянной энергии и коэффициента поглощения в пакете, набранном из двух накладок и одной прокладки между ними:

$$\Delta W = \frac{8}{3}\,\frac{q_0 h l^3}{EI}\,\frac{k+2}{k^3+4}\cdot\left[P - \frac{2}{3}\,\frac{q_0 h\,(\kappa+1)^3}{k\,(k+2)}\right]; \tag{1.27}$$

$$\Psi = \frac{8q_0 h\,(k+2)\left[P - \frac{2}{3}\,q_0 h\,\frac{(k+1)^3}{(\kappa+2)}\right]}{P\,[2P - q_0 h\,(k+2)]}. \tag{1.28}$$

Положив в формуле (1. 27) $K=2$, получим выражение рассеянной энергии для консоли, составленной из трех одинаковых слоев, приведенное в работе [I].

б) Четное число слоев в пакете консоли. В задаче, изложенной в п. а) примем число прокладок n — четным. В отличие от предыдущей задачи первое проскальзывание произойдет по 0-ой контактной поверхности, лежащей на оси симметрии балки и дальше до момента, когда нагрузка достигнет величины $\alpha_{02}p$, будут совместно изгибаться два одинаковых пакета. Дальнейшее развитие процесса нагрузки аналогично рассмотренному выше случаю. Поэтому мы не будем подробно излагать способ решения задачи, а приведем сразу основные соотношения.

Коэффициент нагрузки:

$$\alpha^*_{\text{оп}} = 1 - 2\alpha_{\text{оп}} = 1 - \frac{2}{3}\,\frac{q_0 h}{P}\,\frac{(n+k)\,[2\,(n+\kappa)-3]}{n+k-2} -$$

$$- \frac{4q_0 h}{3P}\sum_{i=2}^{i=n-2}\frac{(n+k-i)^3+4i}{(n+k-i)\,[(n+k-i)^2-4} \tag{1,29}$$

$$i = 2,\ 4,\ 6,\ \ldots,\ (n-2).$$

Величина циклической рассеянной энергии:

$$\Delta W = \frac{8}{3}\,\frac{q_0 l^3 h}{EI\,(\kappa^3+4n)}\left\{\left\{(2n+k)\left[P - \frac{q_0 h}{3\,(n+k)\,(n+k-2)}\right.\right.\right. \times$$

$$\left.\times\left\{(n+k)^2\,[2\,(n+k)-3] - \frac{\kappa^3+4n}{2n+\kappa}\right\}\right] -$$

$$\left.\left. - \frac{2q_0 h}{3}\sum_{i=2}^{i=n-2}\frac{(2n+k)\cdot[(n+k-i)^3+4i] - (k^3+4n)\,(n+k-i)}{(n+k-i)\,[(n+k-i)^2-4]}\right\}\right\} \tag{1.30}$$

$$i = 2,\ 4,\ 6,\ \ldots,\ (n-2).$$

Наибольший прогиб:

$$v\,(1) = \frac{2l^3}{9EI\,(k^3+4n)}\left\{6P - q_0 h\left[\frac{2\,(n+k)^2\,[2\,(n+k)-3] - \kappa^3 - 4n}{(n+k-2)\,(n+k)}\right.\right. +$$

$$\left.\left. + 4\sum_{i=2}^{i=n-2}\frac{(n+k-i)^3+4i-k^3-4n}{(n+\kappa-i)\,[(n+k-i)]^2-4}\right\}. \tag{1.31}$$

$$i = 2,\ 4,\ 6,\ \ldots,\ (n-2).$$

Подставив формулы (1.30) и (1.31) в выражение (1.14), получим величину коэффициента поглощения

$$\Psi = \frac{24 q_0 h \left\{ \left\{ (2n+k) \left[P - \frac{q_0 h}{3(n+k)(n+k-2)} \left\{ (n+k)^2 [2 \times (n+k) - 3] - \frac{k^3+4n}{2n+k} \right\} - \frac{2q_0 h}{3} \times \sum_{i=2}^{i=n-2} \frac{(2n+k)[(n+k-i)^3+4i] - (k^3+4n)(n+k+i)}{(n+k-i)[n+k-i)^2-4]} \right\} \right\}}{P \left\{ 6P - q_0 h \left[\frac{2(n+k)^2 [2(n+k)-3] - k^3 - 4n}{(n+k-2)(n+k)} + 4 \sum_{i=2}^{i-n-2} \frac{(n+k-i)^3 + 4i - k^3 - 4n}{(n+k-i)[(n+k-i)^2-4]} \right] \right\}} \tag{1.32}$$

$$i = 2, 4, 6, \dots, (n-2).$$

Наибольшее напряжение в накладках у заделки:

$$\sigma_{н} = \frac{hl}{I(k^3+4n)} \left\{ \left\{ \frac{q_0 h}{3(n+k)[n+k-2)} \left\{ (k^3+4n)(n+к-1) - (n+k)^2 k [2(n+k)-3] \right\} + P \cdot к - \frac{2q_0 h}{3} \sum_{i=2}^{i=n-2} \frac{k[(n+k-i)^3+4i] - (k^3+4n)(n+k-i)}{(n+k-i)[(n+k-i)^2-4} \right\} \right\} \tag{1.33}$$

$$i = 2, 4, 6, \dots, n-2.$$

Положив в выражениях (1.30)$\div$(1.33) $K=2$ и $n+2=m$, получим решение для многослойной консоли, составленной из четного числа m — одинаковых слоев. Положив в формуле (1.30) $n=0$ и $\frac{k}{2}h = h$, получим значение рассеянной энергии для двухслойной консоли, составленной из двух одинаковых слоев с толщиною h, т. е. получим решение задачи Гудмана-Клампа [1].

Интересно отметить, что вышеприведенные функции для четного и нечетного n, начиная с $n=3$ есть уравнения одних и тех же кривых. Этот факт иллюстрирует полное физическое сродство четной и нечетной задачи. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать только нечетную задачу.

Использовав полученное выше решение для консольного многослойного пакета, легко получить решения для шарнирноопертой балки и стержня с защемленными концами и упруго-подвижной заделкой одного конца.

В каждом из этих случаев многослойный пакет можно рассматривать как две консоли длиной $\frac{l}{2}$, нагруженные в первом случае силой $\frac{P}{2}$ и во втором P.

Приведем основные соотношения. При этом для краткости записи члены, зависящие только от n и k в формулах (1.12)$\div$(1.16), которые без изменения войдут в наши соотношения, обозначим индексами $A_1 \div A_8$.

в) Балка на двух шарнирных опорах. Циклическая сила приложена в середине пролета.

Рассеянная энергия

$$\Delta W = \frac{1}{3}\frac{q_0 h l^3}{EI}\left[A_1\left(P - \frac{4}{3} q_0 h A_2\right) - \frac{4}{3} q_0 h A_3\right] \qquad (1.34)$$

$$i = 1, 3, 5, \ldots, (n-2).$$

Наибольший прогиб

$$v(1) = \frac{l^3}{36EI}\left(\frac{1}{2} A_4 P - q_0 h A_5)\right) \qquad (1.35)$$

$$i = 1, 3, 5, \ldots, (n-2).$$

Коэффициент поглощения

$$\Psi = \frac{24 q_0 h\left[A_1\left(P - \frac{4}{3} q_0 h A_2\right) - \frac{4}{3} q_0 h A_3\right]}{P\left(\frac{1}{2} P A_4 - q_0 h A_5)\right)} \qquad (1.36)$$

$$i = 1, 3, 5, \ldots, (n-2).$$

Наибольшее напряжение в накладках в середине пролета

$$\sigma_н = \frac{hl}{4I}(PA_6 - 2q_0 h A_7). \qquad (1.37)$$

$$i = 1, 3, 5, \ldots, (n-2).$$

Коэффициент нагрузки α^*_{on} будет равен

$$\alpha^*_{on} = 1 - \frac{8}{3}\frac{q_0 h}{P} A_8 \qquad (1.38)$$

$$i = 1, 3, 5, \ldots, n-2.$$

г) Стержень с заделанными концами и упруго-подвижной заделкой. Циклическая сила αP приложена к упруго-подвижной заделке.

Рассеянная энергия будет равна.

$$\Delta W = \frac{2}{3}\frac{q_0 h l^3}{EI}\left[A_1\left(P - \frac{2}{3} q_0 h A_2\right) - \frac{2}{3} q_0 h A_3\right] \qquad (1.39)$$

$$i = 1, 3, 5, \ldots, (n-2).$$

В 4 раза меньше, чем у консоли.

Наибольший прогиб будет равен

$$v(1) = \frac{l^3}{18EI}(A_4 P - q_0 h A_5) \qquad (1.40)$$

$$i = 1, 3, 5, \ldots, n-2.$$

Коэффициент поглощения запишется формулой (1.16).
Наибольшее напряжение в накладках у заделки.

$$\sigma_{н} = \frac{hl}{2I}(PA_6 - q_0 hA_7); i = 1, 3, 5, \ldots, (n-2). \qquad (1.41)$$

Коэффициент нагрузки α^*_{on} запишется формулой (1.12).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Н. Г. Калинин, Ю. А. Лебедев, В. И. Лебедева, Я. Г. Пановко, Г. И. Страхов*, Конструкционное демпфирование в неподвижных соединениях. Издательство Академии Наук Латвийской ССР, Рига, 1960.