

значения (без влияния облитерации и вибрации). При проведении исследований имело место уменьшение расхода при возрастании перегрузки  $n$ .

Однако эти явления не отличаются стабильностью, что затрудняет получение аналитического выражения для количественной оценки влияния вибраций на течение жидкости в материале МР и требуют дальнейшего, более детального исследования.

## Л и т е р а т у р а

1. Латышев Л. А. и др. Экспериментальные исследования влияния вибраций трубопроводов на параметры текущих в них жидкостей. — Тр. МАН, 1965, вып. 119, с. 42—54.
2. Ломовцева Г. Г., Овчаренко И. Х. Влияние вибраций трубопровода на гидравлическое сопротивление диафрагм. — Тр. Ульяновский политехнический институт «Радиотехника», 1972, том VIII, вып. 3, с. 243—251.
3. Белов С. В. и др. Влияние вибраций конструкции на гидравлическое сопротивление дроссельных элементов. — Изв. вузов. Машиностроение, 1976, № 7, с. 62—65.
4. Кассандрова О. Н., Лебедев В. В. Обработка результатов наблюдений. М., «Наука», 1970, 104 с.
5. Изжеуров Е. А. Исследование гидродинамических характеристик материала МР. Сб. трудов КуАИ, 1972, вып. 57, с. 12—23.

УДК 620.178.311.6

А. А. Тройников, А. Г. Притулин

### ПЕТЛЯ ГИСТЕРЕЗИСА ВТУЛОЧНОГО АМОРТИЗАТОРА ИЗ МР ПРИ ПУЛЬСИРУЮЩЕМ СЖАТИИ

Втулочные амортизаторы обычно выполняются по схеме двустороннего гистерезисного упора [1] с одинаковыми предварительными встречными натягами упругих элементов. Петля гистерезиса такого амортизатора определяется суммированием петель отдельных элементов. Если характеристики этих элементов одинаковы, то суммарная петля будет симметричной [2].

Симметричная петля реализуется при циклическом нагружении амортизатора, если пренебречь его прогибом под действием веса или какой-либо другой постоянной нагрузки.

Однако при знакопеременном нагружении амортизатора в условиях постоянно действующей силы (например, силы, возникающей от воздействия линейных ускорений) нарушаются условия равенства предварительных натягов упругих элементов; условия деформирования и их характеристики становятся различными, а петля гистерезиса амортизатора становится несимметричной. Несимметричность петли выражается в изменении ее формы и смещении центра статического равновесия (по силе) в сторону упругого элемента с большим предварительным натягом. При увеличении постоянно действующей силы суммарная петля амортизатора стремится к петле отдельного элемента.

Для построения суммарной петли применен известный метод [1], основанный на суммировании петель отдельных элементов, с той лишь разницей, что суммируются петли упругих элементов с различными механическими характеристиками.

Таким образом, задача построения петли гистерезиса втулочного амортизатора при пульсирующем нагружении сводится к аналитическому выражению петель гистерезиса отдельных элементов при деформации сжатия и последующему их суммированию.

Рассмотрим некоторые особенности петли гистерезиса при циклическом сжатии отдельного упругого элемента (рис. 1).

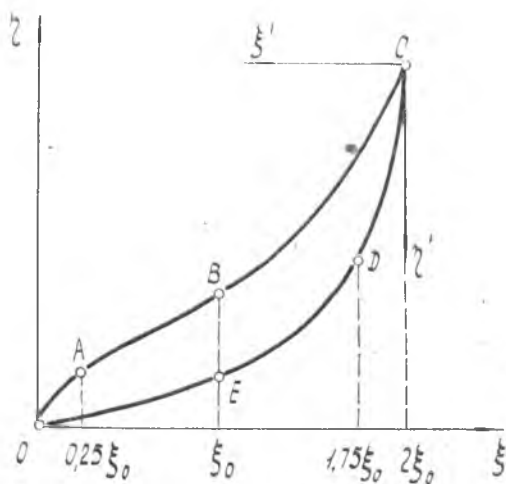


Рис. 1. Петля гистерезиса отдельного упругого элемента

В общем случае нагрузочная ветвь петли имеет участок мягкой характеристики, точку перегиба и участок жесткой характеристики; разгрузочная ветвь имеет участок, близкий к линейному (в конце процесса разгрузки), участок жесткой характеристики с высокой степенью нелинейности и вертикальной касательной при вершине (для больших амплитуд деформации). Можно принять, что процессы нагрузки и разгрузки при циклическом сжатии упругого элемента представляют собой функции непрерывные, непериодические и строго монотонные. Поэтому при выборе аппроксимирующей формулы были рассмотрены степенные, показательные, логарифмические, гиперболические и дробно-рациональные функции, достаточно простые и наиболее часто употребляемые [3], [4].

Каждая из перечисленных функций проверялась на возможность ее применения в качестве аппроксимирующей методом «выравнивания». Погрешность при выравнивании оценивалась по «средней» методом, изложенным в [4]. Анализ погрешностей показал, что требованиям точности в большей мере удовлетворяют степенная и показательная функции, причем степенная обеспечивает наилучшее приближение при малых амплитудах деформации, а показательная — при больших. Можно предположить, что произведение этих функций позволит получить наилучшее приближение аппроксимирующей формулы к экспериментальным процессам при наименьшем количестве коэффициентов. Наиболее распространенным видом такой зависимости является

$$Y = ax^b e^{cx}.$$

Выразим параметры аппроксимирующих зависимостей процессов нагрузки и разгрузки отдельного элемента через относительные величины

$$\begin{aligned} \eta_{in} &= a_n \cdot \xi^{b_n} \cdot e^{c_n \cdot \xi}; \\ \eta_{pr} &= \eta_{im} - a_p (2\xi_0 - \xi)^{b_p} e^{c_p (2\xi_0 - \xi)}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\eta_{im} = a_n (2\xi_0)^{b_n} e^{c_n \cdot 2\xi_0}$  — наибольшая относительная сила нагружения для данной петли гистерезиса;

$$\eta_{in} = \frac{P_n}{T_{0.3}} \text{ — относительная сила нагружения;}$$

$$\eta_{pr} = \frac{P_p}{T_{0.3}} \text{ — относительная сила разгружения;}$$

- $P_n, P_p$  — сила нагружения и разгружения;  
 $\xi = \frac{Y}{Y_{0,3}}$  — относительная деформация;  
 $\xi_0 = \frac{Y_0}{Y_{0,3}}$  — относительная амплитуда деформации;  
 $Y, Y_0$  — деформация и наибольшая деформация цикла;  
 $T_{0,3}, Y_{0,3}$  — коэффициенты подобных преобразований по силе и перемещению;  
 $a_n, b_n, c_n$  — коэффициенты аппроксимирующих функций нагрузочной и разгрузочной ветвей петли гистерезиса.

Для определения коэффициентов аппроксимирующих функций рассмотрим вначале требования точности, предъявляемые к петле гистерезиса отдельного элемента, а затем определим узлы аппроксимации.

Зависимости (1) должны точнее приближаться к экспериментальным данным на вершине петли в точках  $C$  (при  $\xi = 2\xi_0$ , см рис. 1),  $B$  и  $E$  (при  $\xi = \xi_0$ ). В первом случае обеспечивается замкнутость петли, во втором — точность определения коэффициентов подобных преобразований. Кроме того, для обеспечения минимальных погрешностей в областях с большой нелинейностью петли необходимо добиться наилучшего приближения аппроксимирующей функции к экспериментальным данным в начале процессов нагрузки и разгрузки петли. Поэтому в качестве узлов аппроксимации следует выбрать точки  $A, B, C$  (для процесса нагрузки) и  $C, D, E$  (для процесса разгрузки).

Для определения коэффициентов аппроксимирующих функций воспользуемся методом «выбранных точек». Прологарифмировав (1), составим систему трех уравнений для процесса нагрузки в координатах  $\eta - \xi$ :

$$\begin{aligned}
 \ln \eta_c &= \ln a_n + b_n \ln 2 \xi_0 + 2 \xi_0 c_n; \\
 \ln \eta_B &= \ln a_n + b_n \ln \xi_0 + \xi_0 c_n; \\
 \ln \eta_A &= \ln a_n + b_n \ln 0,25 \xi_0 + 0,25 \xi_0 c_n
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

и для процесса разгрузки в координатах  $\eta' - \xi'$ :

$$\begin{aligned} \ln \eta_0 &= \ln a_p + b_p \ln 2 \xi_0 + 2 \xi_0 c_p; \\ \ln \eta_E &= \ln a_p + b_p \ln \xi_0 + \xi_0 c_p; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\ln \eta_D = \ln a_p + b_p \ln 0,25 \xi_0 + 0,25 \xi_0 c_p.$$

Разрешим (2), (3) относительно искомым коэффициентов, подставим экспериментальные значения координат точек  $A, B, C, D, E$  и запишем окончательный результат в виде аппроксимирующих зависимостей:

$$k_1 = 0,84 \xi_0^{-0,543} e^{-0,0836 \xi_0};$$

$$k_2 = 0,1666 \lg \frac{\pi(3 - \xi_0)}{7,25} + 0,4;$$

$$k_3 = \frac{0,0098}{(\xi_0 + 0,1)^3} - \frac{0,098}{(\xi_0 + 0,1)^2} - \frac{0,0382}{\xi_0 + 0,1} + 0,362; \quad (4)$$

$$k_4 = \exp (\ln \eta_m - k_5 \ln 2 \xi_0 - k_6 2 \xi_0);$$

$$k_5 = 0,0496 \lg \frac{\pi}{8} (3,8 - \xi_0) + 0,37;$$

$$k_6 = \frac{0,00221}{(\xi_0 + 0,05)^3} - \frac{0,0414}{(\xi_0 + 0,05)^2} - \frac{0,056}{\xi_0 + 0,05} - 0,0246$$

( $k_4$  находится из условия  $\eta_n = \eta_p$  при  $\xi = 2 \xi_0$ ).

Подставляя уравнение (4) в (1), найдем выражение процессов нагрузки и разгрузки в обобщенных координатах ( $\eta - \xi$ ):

$$\eta_{in} = k_1' \cdot \xi^{k_2} \cdot e^{k_3 \xi};$$

$$\eta_p = \eta_m - k_4' (2 \xi_0 - \xi)^{k_5} e^{k_6 (2 \xi_0 - \xi)},$$

$$\text{где } k_1' = k_1 \cdot k_0, \quad k_4' = k_4 \cdot k_0, \quad k_0 = \frac{1,68}{\sqrt[3]{\Delta}}$$

( $k_0$  — коэффициент, учитывающий влияние предварительного натяга упругого элемента), и в абсолютных ( $P - Y$ ):

$$P_n = \frac{1,68}{\sqrt[3]{\Delta}} \cdot T_{0,3} \cdot k_1 \left( \frac{Y}{Y_{0,3}} \right)^{k_2} e^{k_3 \left( \frac{Y}{Y_{0,3}} \right)};$$

$$P_p = \frac{1,68}{\sqrt[3]{\Delta}} T_{0,3} \left[ P_0 - K_4 \left( \frac{Y_0 - Y}{Y_{0,3}} \right)^{k_5} e^{k_6 \left( \frac{Y_0 - Y}{Y_{0,3}} \right)} \right], \quad (5)$$

где  $P_0 = k_1 \left( \frac{Y_0}{Y_{0,3}} \right)^{k_2} e^{k_3 \frac{Y_0}{Y_{0,3}}}$  — наибольшее значение силы нагружения для данного цикла;  $P_n, P_p$  — силы нагружения и

разгрузки упругого элемента;  $\bar{\Delta} = \frac{\Delta}{Y_0}$  — относительный натяг;  $\Delta$  — натяг упругого элемента;  $Y_d$  — допустимая деформация упругого элемента.

Для построения суммарной петли амортизатора приведем зависимости, описывающие процессы нагрузки и разгрузки (5), к виду, удобному для сложения. Перенесем начало координат по оси абсцисс в середину петли и повернем новую систему координат на  $180^\circ$ . Предположим, что исходная и преобразованная петли описывают процессы деформирования упругих элементов, собранных в амортизатор с различными встречными натягами. Просуммировав эти процессы попарно [1], запишем аналитическое выражение процесса циклического деформирования амортизатора в условиях постоянно действующей силы (несимметричная петля):

$$P_n = \frac{1,68}{\sqrt{\Delta'}} T'_{0,3} k_1 \left( \frac{A_0 + A}{Y'_{0,3}} \right)^{k_2} e^{k_3 \left( \frac{A_0 + A}{Y'_{0,3}} \right)} + \frac{1,68}{\sqrt{\Delta''}} T''_{0,3} \left[ k_{10} \left( \frac{A_0 + A}{Y_{0,3}} \right)^{k_{11}} e^{k_{12} \left( \frac{A_0 + A}{Y_{0,3}} \right)} - P_{c2} \right]; \quad (6)$$

$$P_p = \frac{1,68}{\sqrt{\Delta'}} T'_{0,3} \left[ P_{c1} - k_4 \left( \frac{A_0 - A}{Y'_{0,3}} \right)^{k_5} e^{k_6 \left( \frac{A_0 - A}{Y'_{0,3}} \right)} \right] - \frac{1,68}{\sqrt{\Delta''}} T''_{0,3} k_7 \left( \frac{A_0 - A}{Y_{0,3}} \right)^{k_8} e^{k_9 \left( \frac{A_0 - A}{Y_{0,3}} \right)},$$

$$\text{где } P_{c1} = k_1 \left( \frac{2A_0}{Y'_{0,3}} \right)^{k_2} e^{k_3 \left( \frac{2A_0}{Y'_{0,3}} \right)};$$

$$P_{c2} = k_7 \left( \frac{2A_0}{Y_{0,3}} \right)^{k_8} e^{k_9 \left( \frac{2A_0}{Y_{0,3}} \right)};$$

$L$  — деформация амортизатора;

$A_0$  — амплитуда деформации (индекс «штрих» и коэффициенты  $k_1 \div k_6$  относятся к образцу с меньшим натягом, «два штриха» и коэффициенты  $k_7 \div k_{12}$  — с большим).

Зависимости (6) позволяют описать процесс деформирования амортизатора, упругие элементы которого имеют различные геометрические размеры, форму и структурные параметры материала. При этом расхождение расчетных и экспериментальных данных не превышает 10%.

## Л и т е р а т у р а

1. Волк И. М. Демпфирование колебаний при помощи двустороннего гистерезисного упора.—Изв. АН ССР. Механика и машиностроение, 1962, № 3, с. 95—105.
2. Бузицкий В. Н., Тройников А. А. Расчет втулочных амортизаторов. — В сб.: Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов. КуАИ, 1976, вып. 3, с. 15—21.
3. Гутер Р. С., Овчинский Б. В. Элементы численного анализа и математической обработки результатов опыта. М. «Наука», 1970, с. 432.
4. Данилина И. И. и др. Численные методы. М., «Высшая школа», 1976, с. 361.