УДК 534.647:629.7.036.3.001.4

В.И.Бояринцев, В.И.Костин

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНОЙ СОВОКУПНОСТИ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВИБРАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ОЦЕНКЕ ИНТЕНСИВНОСТИ КОЛЕБАНИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ МАШИН

При сравнении вибрационных нагрузок между собой и с допустимыми значениями (нормами), установленными для гармонической вибрации, используется приведение случайной вибрации к эквивалентной ей в некотором смысле гармонической /I-4/. Такое приведение осуществляется с использованием данных о энергосодержании колебаний и форме плотности распределения.

В работе /5/ показано, что любая оценка интенсивности колебаний R может быть однозначно выражена через две независимые между собой числовые характеристики m_I и m_{II} вибрационного процесса:

$$R=F(m_I, m_{II}),$$

где F - некоторый оператор преобразования.

Теоретически выбор той или иной пары характеристик m_I и m_{II} не имеет принципиального значения, поскольку никакие аналитические преобразования, выполняемые над случайным процессом, не изменяют содержащегося в нем количества информации. На практике измерение величин m_I и m_{II} неизбежно сопровождается погрешностями. Поэтому оценка R также будет содержать погрешность, величина которой зависит не только от частных погрешностей измерений характеристик m_I и m_{II}, но и от вида функционального преобразования F, выполняемого над исходными данными для получения оценки R.

Целью работы является определение совокупности числовых характеристик узкополосных вибрационных процессов, рациональной с точки зрения минимального влияния частных погрешностей измерений.

Наиболее обоснованными в теоретическом и экспериментальном плане оценками интенсивности, характеризующими сравнительную прочностную опасность узкополосной вибрации в рамках математической модели в виде суммы гармонического колебания и гауссовского шума, являются величины /3, 4/

$$R_1=\sqrt{2}\,c\,x_e \approx \sqrt{2}\,x_e\,exp(1{,}1\nu), \qquad (I)$$

$$R_2=\bar{A}+kS_A . \qquad (2)$$

здесь $c=\frac{\sqrt{2}}{\pi}\frac{e^H}{x_e}\approx e^{1{,}1\nu}$ - коэффициент, учитывающий форму плотности распределения вибрационного процесса и изменяющийся от I,0 (гармонический процесс) до I,86 (гауссовский случайный процесс); x_e - среднее квадратическое значение процесса; H - приведенная энтропия плотности распределения; $\nu=S_A/\bar{A}$ - коэффициент вариации амплитуд; S_A - среднее квадратическое значение огибающей вибрационного процесса; $\bar{A}$ - математическое ожидание огибающей; k - коэффициент, зависящий от прочностных свойств материала и конструкции и лежащий в пределах I,5...3,0.

В первом случае мерой эквивалентности узкополосного и гармонического процессов служит равенство информационного содержания, определяемое равенством приведенных энтропий плотностей распределений мгновенных значений гармонического (с амплитудой R_1) и оцениваемого процессов.

Эквивалентная гармоника с амплитудой R_2 при $k \geq$ I,7 представляет ту же (или бо́льшую) опасность с точки зрения возможности накопления усталостных повреждений, что и оцениваемый процесс.

Применим к равенствам (I) и (2) известные соотношения /5/

$$\frac{x_e}{\bar{x}}=\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\sqrt{1+\frac{S_A^2}{\bar{A}^2}}$$

и $$\bar{A}=\frac{\pi}{2}\,\bar{x} . \qquad (3)$$

Здесь $\bar{x}$ - математическое ожидание модуля процесса.

Соотношения (3) справедливы для любых узкополосных процессов. Они позволяют найти различные аналитические выражения для R_1 и R_2 , представленные в колонках табл. I и 2 соответственно. Из таблиц видно, что оценки могут быть получены на основе результатов измерений любой из четырех пар характеристик вибрационного процесса: $\bar{A}$ и

S_{II} , $\overline{\Pi}$ и ν , x_e и ν или x_e и $\bar{x}$.

Выбор пары характеристик, обеспечивающей минимальную погрешность R_1 и R_2 при заданных погрешностях характеристик, проведем, используя известную зависимость дисперсии $D[R]$ результата косвенных измерений величины R от дисперсий $D[m_I]$ и $D[m_{II}]$ величин m_I и m_{II} , получаемых путем прямых измерений:

$$D[R]=\left(\frac{\partial R}{\partial m_I}\right)^2 D[m_I]+\left(\frac{\partial R}{\partial m_{II}}\right)^2 D[m_{II}].$$

Перейдя в этом уравнении к относительным погрешностям $\delta R = \sqrt{D[R]}/R;\ \delta[m_I]=\sqrt{D[m_I]}/m_I;\ \delta[m_{II}]=\sqrt{D[m_{II}]}/m_{II}$, имеем

$$\delta^2[R]=\left(\frac{\partial F}{\partial m_I}\right)^2 \frac{m_I^2}{R^2}\delta^2[m_I]+\left(\frac{\partial F}{\partial m_{II}}\right)^2 \frac{m_{II}^2}{R^2}\delta^2[m_{II}]. \qquad (4)$$

Задавая в соответствии с табл. I и 2 конкретный вид оператора F , по формуле (4) можно найти величину δR для любой пары числовых характеристик m_I и m_{II} .

Вопрос о критерии влияния частных погрешностей $\delta[m_I]$ и $\delta[m_{II}]$ решается следующим образом.

Представим уравнение (4) в виде

$$\delta^2 R = h_I^2\,\delta^2[m_I] + h_{II}^2\,\delta^2[m_{II}], \qquad (5)$$

где $h_1=\frac{\partial F}{\partial m_I}\frac{m_I}{R}$ и $h_{II}=\frac{\partial F}{\partial m_{II}}\frac{m_{II}}{R}$ - соответственно коэффициенты влияния частных погрешностей. Чем меньше величины h_I и h_{II} , тем предпочтительнее пара характеристик, так как заданное значение δR можно обеспечить при бóльших значениях частных погрешностей.

Геометрической интерпретацией уравнения (5) служит эллипс, оси которого совпадают с осями координат. Длины его полуосей численно равны $\delta R/h_I$ и $\delta R/h_{II}$, а площадь -

$$Q = \pi\frac{\delta^2 R}{h_I\, h_{II}}.$$

В случае очень слабого влияния частных погрешностей произведение $h_I h_{II} \to 0$, а площадь $Q \to \infty$. При очень сильном влиянии частных погрешностей $h_I h_{II} \to \infty$ и, значит, $Q \to 0$. Поэтому величина

Т а б л и ц а I

Аналитические выражения показателя интенсивности через различные пары измеряемых характеристик колебания и коэффициенты влияния их частных погрешностей

Вид аналитического выражения показателя R_1	Измеряемые характеристики		Коэффициенты влияния частных погрешностей	
	m_I	m_{II}	h_I	h_{II}
$\sqrt{\bar{A}^2+S_A^2}\,exp(1{,}1S_A/\bar{A})$	$\bar{A}$	S_A	$\frac{1-1{,}1\nu(1+\nu^2)}{1+\nu^2}$	$\nu\frac{\nu+1{,}1(1+\nu^2)}{1+\nu^2}$
$\bar{A}\sqrt{1+\nu^2}\,exp(1{,}1\nu)$	$\bar{A}$	ν	1	$\nu\frac{\nu+1{,}1(1+\nu^2)}{1+\nu^2}$
$\sqrt{2}\,x_e\,exp(1{,}1\nu)$	x_e	ν	1	$1{,}1\nu$
$\sqrt{2}\,x_e\,exp\left(1{,}1\sqrt{\frac{8x_e}{\pi^2\bar{x}^2}-1}\right)$	x_e	$\bar{x}$	$1{,}1\frac{1+\nu^2}{\nu}+1$	$1{,}1\frac{1+\nu^2}{\nu}$

Т а б л и ц а 2

Аналитические выражения показателя интенсивности через различные пары измеряемых характеристик колебания и коэффициенты влияния их частных погрешностей

Вид аналитического выражения показателя R_2	Измеряемые характеристики		Коэффициенты влияния частных погрешностей	
	m_I	m_{II}	h_I	h_{II}
$\bar{A}+kS_A$	$\bar{A}$	S_A	$\frac{1}{1+k\nu}$	$\frac{k\nu}{1+k\nu}$
$\bar{A}(1+k\nu)$	$\bar{A}$	ν	1	$\frac{k\nu}{1+k\nu}$
$x_e\frac{\sqrt{2}(1+k\nu)}{\sqrt{1+\nu^2}}$	x_e	ν	1	$\frac{\nu(k-\nu)}{(1+\nu^2)(1+k\nu)}$
$\frac{\pi}{2}\bar{x}+k\sqrt{2x_e^2-\frac{\pi^2}{4}\bar{x}^2}$	x_e	$\bar{x}$	$\frac{k(1+\nu^2)}{\nu(1+k\nu)}$	$\frac{k-\nu}{\nu(1+k\nu)}$

$$q = h_I h_{II} \tag{6}$$

характеризует совокупное влияние погрешностей $\delta[m_I]$ и $\delta[m_{II}]$ на результирующую погрешность измерений δR и, следовательно, может быть принята в качестве искомого критерия. Его использование позволяет ранжировать пары измеряемых характеристик вибрации по степени влияния их погрешностей.

Определим погрешность оценки интенсивности при использовании выражения для R_1 в случае, когда измеряются характеристики огибающей: $m_I = \bar{A}$; $m_{II} = S_A$ В соответствии с табл. I (строка I) оператор преобразования характеристик m_I и m_{II} имеет вид

$$F = R_1 = \sqrt{\bar{A}^2 + S_A^2}\, exp(1.1 S_A/\bar{A}). \tag{7}$$

Вычисление частных производных для подстановки в уравнение(4) дает следующий результат:

$$\frac{\partial F}{\partial m_I} = \frac{\partial\left[\sqrt{\bar{A}^2+S_A^2}\, exp(1.1S_A/\bar{A})\right]}{\partial \bar{A}} = \frac{1-1.1\nu(1+\nu^2)}{\sqrt{1+\nu^2}}e^{1.1\nu},$$
$$\frac{\partial F}{\partial m_{II}} = \frac{\partial\left[\sqrt{\bar{A}^2+S_A^2}\, exp(1.1S_A/\bar{A})\right]}{\partial S_A} = \frac{\nu+1.1(1+\nu^2)}{\sqrt{1+\nu^2}}e^{1.1\nu}. \tag{8}$$

Отношения m_I/R_I и m_{II}/R_1 равны

$$\frac{m_I}{R_1} = \frac{1}{\sqrt{1+\nu^2}\,e^{1.1\nu}},$$
$$\frac{m_{II}}{R_1} = \frac{\nu}{\sqrt{1+\nu^2}\,e^{1.1\nu}}. \tag{9}$$

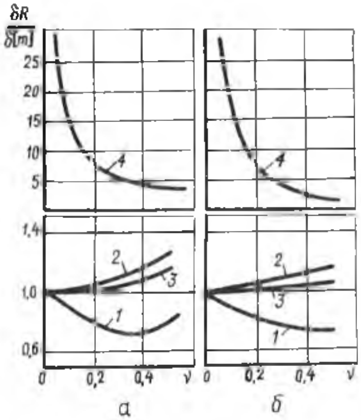
После подстановки выражений (7), (8) и (9) в формулу (4) находим

$$\delta^2 R_1 = \left[\frac{1-1.1\nu(1+\nu^2)}{1+\nu^2}\right]^2 \delta^2[\bar{A}] + \left[\nu\frac{\nu+1.1\nu(1+\nu^2)}{1+\nu^2}\right]^2 \delta^2[S_A].$$

Здесь коэффициенты влияния частных погрешностей равны

$$h_I = \frac{1-1.1\nu(1+\nu^2)}{1+\nu^2},$$

$$h_{II} = \nu\frac{\nu+1.1(1+\nu^2)}{1+\nu^2}.$$



Р и с. I. Зависимости относительных погрешностей измерений различных пар характеристик вибрации от коэффициента вариации вибрационного процесса для случая $\delta[m_I]=\delta[m_{II}]$: а – оценка интенсивности R_1 ; б – оценка интенсивности R_2 (при K = I,7); I- $\bar{A}$, SA ; 2- $\bar{A}$, ν; 3- x_e, ν; 4- x_e, $\bar{x}$

Аналогичным образом вычисляются погрешности оценки интенсивности при использовании других пар характеристик. Результаты вычислений h_I и h_{II} для показателей R_1 и R_2 сведены соответственно в табл. I и 2.

На рис. I представлены зависимости относительных погрешностей $\delta R/\delta[m]$ при выражении R_1 и R_2 через различные пары характеристик для случая, когда $\delta[m_I]=$ $=\delta[m_{II}]=\delta[m]$.

Обращает на себя внимание аномальное поведение коэффициентов влияния при паре характеристик $x_e, \bar{x}$ при ν = 0 величины h_I и h_{II} неограниченно возрастают. Объяснение этому факту может быть дано с помощью рис. 2, на котором представлена зависимость (3), преобразованная к виду

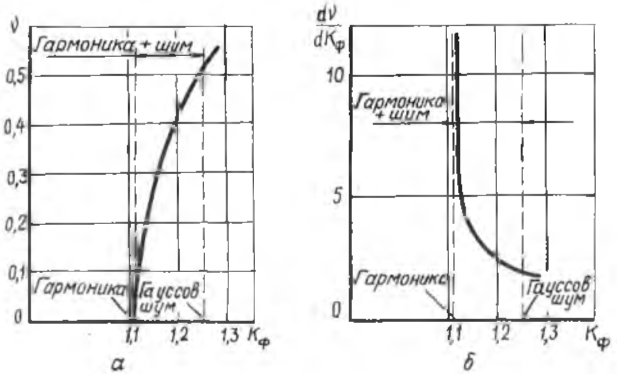
$$\nu=\frac{\sqrt{8K_\varphi^2-\pi^2}}{\pi},$$

где $K_\varphi=x_e/\bar{x}$ – коэффициент формы колебания.

На этом же рисунке изображена производная $d\nu/dK_\varphi$. На рис.2 видно, что даже незначительные погрешности экспериментального определения величин x_e и $\bar{x}$ в узкой области K_φ $\approx$ I,I (гармоника) приводят к существенным изменениям ν , а следовательно, и коэффициентов влияния h_I и h_{II} . По этой причине практическое использование пары характеристик x_e и $\bar{x}$ представляется некорректным.

Формулы табл. I и 2 могут быть использованы для назначения частных погрешностей измерений $\delta[m_I]$ и $\delta[m_{II}]$ исходя из допустимой величины δR при заданном значении ν .

В табл. 3 представлены числовые значения критерия q , рас-



Р и с. 2. Зависимость коэффициента вариации (а) и его производной $d\nu/dK_ф$ (б) от коэффициента формы колебания

считанные по формуле (6) для ν = 0,523 (гауссов случайный процесс). Значения коэффициента k в соответствии с результатами работ /4, 2/ принимались равными I,7 и 3,0. Величины коэффициентов влияния h_I и h_{II} брались из табл. I и 2.

Т а б л и ц а 3

Значения критерия q при ν = 0,523

Пара измеряемых характеристик	Показатель интенсивности		
	R_1	R_2 при $k = 1,7$	R_2 при $k = 3,0$
$\bar{A}$, S_A	0,I7	0,25	0,24
$\bar{A}$, ν	0,79	0,24	0,6I
x_e, ν	0,57	0,49	0,75
x_e, $\bar{x}$	9,9	2,6	5,2

Анализ данных, приведенных в табл. 3, показывает, что для рассматриваемых оценок интенсивности вибрации рациональной с точки зрения влияния погрешностей измерений является пара характеристик $\bar{A}$ и S_A , поскольку для нее величина критерия q минимальна. Использование характеристик мгновенных значений процесса x_e и

x наименее целесообразно ввиду высоких требований к точности их измерений. Промежуточное положение занимают пары $\bar{A}, \nu$ и x_e, ν.

Проведенное исследование показывает необходимость обязатель - ной проверки влияния частных погрешностей на погрешность результата при выборе измеряемых характеристик вибрации в случаях, когда показатель интенсивности является результатом косвенного измерения.

Библиографический список

1. Вибрация энергетических машин: Справочное пособие /Под ред. Н.В.Григорьева. - Л.: Машиностроение, 1974. - 464 с.

2. Случайные колебания /Под ред. С.Кренделла. - М.: Мир, 1967. - 356 с.

3. К о с т и н В.И. Сравнительная оценка интенсивности вибрации с переменной во времени амплитудой эквивалентным значением виброскорости гармонических колебаний //Проблемы прочности. -1974. - № 9. - С. 103-109.

4. К о с т и н В.И., С у н д у к о в Е.В. К вопросу об оценках интенсивности узкополосной негармонической вибрации //Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов. - Куйбышев: КуАИ, 1977. - Вып. 4. - С. 139-145.

5. Б о я р и н ц е в В.И., К о с т и н В.И. О связи между оценками интенсивности узкополосной вибрации //Вопросы теории и расчета рабочих процессов в тепловых двигателях. - Уфа: Уфим.авиац. ин-т, 1981. - Вып. 5. - С. 125-135.