

2. Миневичев В. Л. Выбор рационального распределения температур в сечении охлаждаемой лопатки газовой турбины. — Тезисы докладов IV научно-технической конференции, Куйбышев, 1976, с. 101—103.
3. Экспериментальный метод и его приложения. М., «Мир», 1967. 248 с.
4. Шнейдер П. Инженерные методы расчета теплопроводности. М., ИЛ, 1960, 458 с.
5. Кондратьев Г. М. Тепловые измерения. М.-Л., Машгиз, 1957, 244 с.
6. Айзенштадт В. С., Лепешинский Н. А. Система линейного программирования для ЕС ЭВМ. Минск, 1975, 40 с.

УДК 534.624.07

А. С. Сердотецкий

#### ОБ ОЦЕНКЕ СВЯЗАННОСТИ КОЛЕБАНИЙ В ЛОПАТОЧНЫХ ВЕНЦАХ

Известно, что при определенных условиях колеблющиеся лопатки турбомашин допустимо рассматривать как динамически изолированные, предполагая диски (барабаны) жесткими. Долгое время оставаясь доминирующим, такой подход для новых современных конструкций становится некорректным. Причина заключается в том, что лопаточные венцы современных турбомашин выполняются все более тонкими, менее жесткими и что в конструкцию вводятся различного рода бандажные связи. В этих условиях упруго-динамическое взаимодействие лопаток оказывается столь сильным, что накладывает на колебания не только количественные, но и качественные особенности. О необходимости учета динамического взаимодействия отдельных элементов свидетельствует тенденция развития методов вибрационных расчетов венцов как единых упругих систем, на что обращается внимание, в частности, в работе [1].

К настоящему времени не выработаны критерии, которые бы количественно оценивали существенность динамического взаимодействия лопаток и позволяли обосновать выбор расчетной методики. Ниже излагается попытка применительно к лопаточным венцам использовать понятие связанности коле-

баний как оценку упруго-инерционного взаимодействия. Вопросы аэродинамического взаимодействия лопаток в потоке в настоящей статье не обсуждаются.

Л. И. Мандельштам, рассматривая колебания двух почти одинаковых математических маятников [2], а затем С. П. Спрелков, в аналогичной задаче [3], отмечают, что взаимодействие между двумя парциальными системами может быть отражено через коэффициент связанности  $\sigma$ :

$$\sigma = \gamma \frac{2 p_1 p_2}{|p_1^2 - p_2^2|}, \quad (1)$$

где  $p_1$  и  $p_2$  — парциальные частоты каждой системы,  $\gamma$  — коэффициент связи систем, зависящий от упругих и инерционных связей между ними. Связанность двух систем при некоторой постоянной связи между ними тем больше, чем меньше разница частот  $p_1$  и  $p_2$ .

Выражения, подобные (1), могут быть составлены и для большего числа взаимодействующих систем, однако в таком случае они приобретают весьма громоздкий и неудобный для использования вид.

В лопаточном венце имеет место динамическое взаимодействие всех элементов системы с распределенными параметрами. Поэтому непосредственное составление выражений, аналогичных (1), представляется затруднительным и следует прибегнуть к некоторым упрощениям.

Для реальных лопаточных венцов характерна практически неизбежная неидентичность лопаток в комплекте, что порождает специфические вибрационные особенности [1], [4]—[7]. К таким особенностям относится, в частности, то, что каждому типу собственного движения венца соответствует пара идентичных собственных форм с близкими, но не равными (расщепленными) частотами. Неидентичность лопаток определяет асимметрию венца и величину расщепления парных частот [7]. Кроме того, неидентичность влияет и на динамическое взаимодействие между лопатками как отдельными колебательными системами. Например, чем сильнее отличаются две какие-либо лопатки в венце, тем, очевидно, значительнее различие в частотах, на которых для каждой из них достигаются максимумы вибронпряжений, и тем слабее будет динамическое взаимодействие между лопатками. Последнее зависит так же от динамических характеристик элементов венца, обеспечивающих это взаимодействие, — от обода и лопотна диска и бандажных связей. Вместе с тем, данные характерис-

тики определяют собственный спектр\* венца в целом. Следовательно, взаимодействие лопаток (связанность) в венце интегрально может быть оценено через частотный спектр венца и величины расщепления частот его парных форм I и II. При этом под двумя колебательными системами, рассмотренными Мандельштамом, будем подразумевать: венец, совершающий колебания по некоторой форме I; тот же венец, но совершающий колебания по парной форме II. В таком допущении содержится известная условность, однако позволяющая воспользоваться структурой формулы (1) Мандельштама.

Соответственно выражение для коэффициента связанности в венце  $\sigma_m$  для какого-либо типа колебаний с  $m$  узловыми диаметрами запишем в виде произведения коэффициента связи  $\gamma_m$  на сомножитель, характеризующий неидентичность лопаток через частотную расстройку парных форм  $m$  I и  $m$  II с собственными частотами  $p_{mI}$  и  $p_{mII}$ :

$$\sigma_m = \gamma_m \frac{2 p_{mI} p_{mII}}{|p_{mI}^2 - p_{mII}^2|}, \quad (2)$$

где

$$m = \begin{cases} 1, 2, \dots, \frac{S}{2} - 1 & \text{для четного } S, \\ 1, 2, \dots, \frac{S-1}{2} & \text{для нечетного } S. \end{cases}$$

Из выражения (2) видно, что связанность колебаний по данной форме тем выше, чем меньше расщепление частот вследствие асимметрии венца. При этом на расщепление, кроме степени неидентичности лопаток, влияет также порядок расстановки лопаток в наборе; т. е. закон распределения асимметрии [6], [7]. Для идеально симметричного венца с идентичными лопатками и упруго-деформируемой связью между ними ( $\gamma_m > 0$ ) коэффициент связанности обращается в бесконечную величину. Однако для реального венца величина связанности может быть только конечной.

Коэффициент связи  $\gamma_m$  определяется конструкцией и геометрическими размерами диска (или барабана), а также

\* Спектр аксиальных колебаний венца может быть классифицирован по видам собственных форм [1], [7]: по  $m$  — числу узловых диаметров,  $m = 0, 1, \dots, \frac{S}{2}$  для  $S$  четного и  $m = 0, 1, \dots, \frac{S-1}{2}$  для  $S$  нечетного ( $S$  — число лопаток в венце); по типу движения лопаток; по числу узловых окружностей, которые в лопаточных венцах обычно реализуются на лопатках и могут рассматриваться как тип движения лопаток; по  $j$  — номеру формы в паре,  $j = I, II$ .

формой колебаний, так как от нее зависит податливость системы [1]. Характерная зависимость «частоты-формы» для рабочего колеса компрессора ТВД приведена на рис. 1. Приведенные графики отражают также зависимость «податливость системы-формы колебаний системы».

Формы колебаний, соответствующие зонам I (рис. 1), в которых наблюдается интерференция собственных форм различных семейств [1], а также непарные формы с числом узловых диаметров  $m = \frac{S}{2}$ , если  $S$  — четное, и  $m=0$  для любых  $S$ , из нашего рассмотрения исключаются.

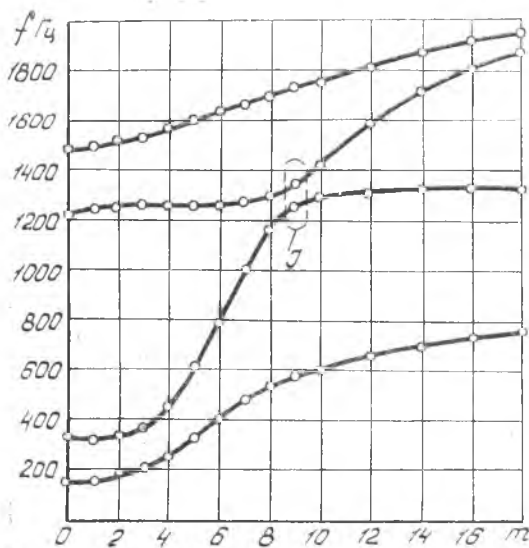


Рис. 1. Типичный частотный спектр рабочего колеса компрессора ТВД ( $S = 39$ )

Зависимость коэффициента связи от различных факторов в большинстве случаев можно обобщенно оценить формальной производной от дискретной функции  $p^2(m)$ , выраженной через частоты соседних форм из этого же семейства, т. е. форм с тем же видом колебаний лопаток и числом узловых окружностей, но отличающихся на единицу по числу узловых диаметров  $m$ :

$$\gamma_m = \Gamma \frac{|p^2(m+1) - p^2(m-1)|}{2}, \quad (3)$$

где  $\Gamma$  — некоторый постоянный коэффициент пропорциональности, зависящий от цилиндрической жесткости обода на периферии.

Для тех семейств собственных форм венца, при которых лопатки движутся по первому изгибному тону в направлении максимальной жесткости (рис. 1 и [1]), податливость системы и  $\gamma_m$  оказываются наибольшими, для сложных пластинчатых колебаний — невелики. С увеличением числа  $m$  податливость и  $\gamma_m$  убывают. Для идеального венца с недеформируемым ободом, частотный спектр которого вырождается в  $p_m = \text{const}$  и совпадает с частотой жестко заземленной лопатки, а также для абсолютно податливого обода (разобщенные лопатки,  $p_m = \text{const}$  и совпадает с частотой свободной лопатки), коэффициент связи обращается в нуль.

Входящие в выражения (2) и (3) значения частот могут быть определены для конкретных венцов экспериментально либо теоретически [1], [7]. В выражении (3) частоты  $p_{(m-1)}$  и  $p_{(m+1)}$  предполагаются нерасщепленными. В реальном венце с неидентичными лопатками частоты  $p$  расщеплены на  $p_1$  и  $p_2$ ; можно показать [7], что приближенно

$$p_{(m\pm 1)} = V^{1/2}(p^2_{(m\pm 1)1} + p^2_{(m\pm 1)2}).$$

Для определенности коэффициенты  $\gamma$  и  $\sigma$  могут рассматриваться в относительном виде:  $\gamma_m/\gamma_{m^*}$  и  $\sigma_m/\sigma_{m^*}$ , где  $m^*$  —

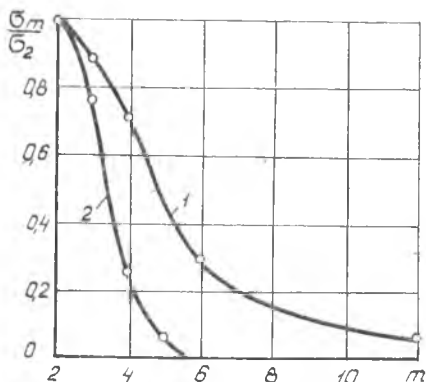


Рис. 2. Зависимость относительного коэффициента связанности от формы колебаний системы: 1—рабочее колесо компрессора ТВД ( $S = 39$ ); 2—модель лопаточного венца ( $S = 12$ )

номер какой-либо формы, относительно которой оценивается связанность на других формах. На рис. 2 приводятся зависимости величины коэффициента связанности от формы колебаний для рабочего колеса компрессора ТВД и модели лопаточного венца [7], отнесенной к величине связанности на форме колебаний  $m = 2$ . Величины частот определялись из эксперимента. Из графиков видно, что для различных форм колебаний значения коэффициента связанности и, соот-

ответственно, динамическое взаимодействие лопаток могут существенно отличаться.

Предлагаемые коэффициенты связи и связанности для лопаточных венцов, определенные в известной мере условно, позволяют получить относительные оценки упругого взаимодействия лопаток в зависимости от конструктивных изменений и формы колебаний венца.

## Л и т е р а т у р а

1. *Иванов В. П.* Некоторые вопросы колебаний лопаточных венцов и других упругих тел, обладающих циклической симметрией. — В сб.: Прочность и динамика авиационных двигателей. М., «Машиностроение», 1971, вып. 6, с. 113—132.
2. *Мандельштам Л. И.* Лекции по теории колебаний. М., «Наука», 1972, 470 с.
3. *Стрелков С. П.* Введение в теорию колебаний. М., «Наука», 1964, 344 с.
4. *Иванов В. П., Сердотецкий А. С.* Формирование разброса резонансных напряжений в лопаточных венцах. — В сб.: Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов. Куйбышев, 1975, вып. 2 (73), с. 28—34.
5. *Сердотецкий А. С.* Теоретическое и экспериментальное исследование причин разброса резонансных напряжений у циклически симметричных тел. — Тр./Куйбышевский авиационный институт, 1972, вып. 57, с. 64—76.
6. *Иванов В. П., Сердотецкий А. С.* О собственных формах и частотах поворотно-симметричной системы с несовершенствами. — В сб.: Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов, Куйбышев, 1975, вып. 2 (73), с. 34—44.
7. *Сердотецкий А. С.* Исследование разброса резонансных напряжений в лопаточных венцах авиационных ГТД. Автореф. канд. дис. Куйбышевский авиац. ин-т, 1977, 24 с.

УДК 678.5:539.4.015

Н. Д. Степаненко, Б. Н. Ковешников

### ВЗАИМОСВЯЗЬ МЕЖДУ ВИБРАЦИОННЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ СТЕКЛОПЛАСТИКОВ

В литературе отсутствуют сведения о взаимосвязи между усталостными, демпфирующими и упругими характеристиками стеклопластиков. Установив эти взаимосвязи, можно значительно сократить время доводки деталей ГТД: рабочих и на-