

А. М. СОЙФЕР

О РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ МАТЕРИАЛА МР

Изучение и описание деформационных свойств веществ в большинстве случаев осуществляется феноменологически, то есть обобщением экспериментальных характеристик с допущением, что вещества представляют собой сплошные среды. Сравнительно редко исследование и описание свойств веществ построено на рассмотрении их как результата общего действия и взаимодействия компонентов. К подобным направлениям исследований можно отнести быстро развивающуюся теорию дислокаций, механику зернистых сред и, в определенном смысле, статистическую теорию жидкостей, полимеров, прочности твердых тел.

Особенностью материала МР* является его двойственная природа. С одной стороны, он по своему поведению в изделии существенно не отличается от полимеров, т. е. от веществ квазисплошных. С другой стороны, материал МР представляет собой конструкцию, составленную из элементов, легко поддающихся измерению и определению их механических характеристик на макроскопическом уровне. Однако неупорядоченный характер расположения и взаимодействия этих элементов допускает только статистическое рассмотрение их интегральных свойств. Эти особенности материала МР позволяют называть его «статистической конструкцией».

Вполне закономерно изучать и описывать свойства МР феноменологически. Вместе с тем, рассмотрение его как совокупности большого числа малых элементов весьма привлекательно, оно открывает возможность предвидения свойств материала в изделии, управления механическими характеристиками, расчета и анализа прочности на основании сравнительно небольшого числа исходных параметров.

По понятным причинам создание расчетной модели и изучение

* Авторское свидетельство № 183174.

свойств материала МР было начато с установления зависимостей при циклическом сжатии. В настоящей статье излагаются первые этапы этой работы.

Основные исходные и вычисляемые данные материала

Диаметр проволоки — δ см, средний диаметр витка — d см, модули упругости исходного материала — E_n кг/см², G_n кг/см².

Относительный удельный вес материала МР в изделии

$$\gamma_0 = \frac{\gamma_{MP}}{\gamma_n},$$

где γ_{MP} — плотность материала МР;
 γ_n — плотность исходного материала.

Число витков в одном кубическом сантиметре — n ;

$$n = \frac{4\gamma_0}{\pi^2 d \delta^2}. \quad (1)$$

Коэффициенты жесткости и податливости витка, ось которого совпадает с направлением действующей силы (ориентация «Г») и нормальна силе (ориентация «В»), равны:

$$k_G = \frac{G_n \delta^4}{8d^3}, \quad e_G = \frac{1}{k_G},$$

$$k_B = \frac{E_n \delta^4}{5\pi^3}, \quad e_B = \frac{1}{k_B}. \quad (2)$$

$$k_B \cong 4,15 k_G.$$

Принимая простейшую схему — равновероятную ориентацию витков в трех взаимноперпендикулярных направлениях, имеем

$$n_B = \frac{2}{3} n \quad \text{и} \quad n_G = \frac{1}{3} n.$$

В действительности распределение витков различной ориентации неравномерно, большинство витков при прессовании укладываются своей плоскостью нормально направлению прессования, кроме того, ориентируются под различными углами к осям. Эти особенности должны учитываться поправочными коэффициентами.

Укладка витков в образце

Принимаем условно, что в кубическом образце можно выделить i столбиков в каждом из трех основных направлений, тогда

$$i = n^{2/3}. \quad (5)$$

Число витков в каждом столбике

$$\frac{n}{i} = n^{1/3} = n_{Г\text{ст}} + n_{В\text{ст}}; \quad n_{Г\text{ст}} = \frac{1}{3} n^{1/3}; \quad n_{В\text{ст}} = \frac{2}{3} n^{1/3}.$$

В действительности, как правило, и образце МР нельзя усмотреть упорядоченных столбиков. Однако, учитывая, что после прессовки образца происходит упругая отдача, возникают зазоры между витками, а при рабочем нагружении лишь постепенно наступит включение дополнительных контактов, схема работы совокупности витков в начале сжатия будет в среднем соответствовать принятой — в виде ряда столбиков. Это предположение удаляется от реальной картины при очень большой относительной плотности материала*.

Принимая разделение витков по ориентациям в столбиках таким же, как во всем образце, находим коэффициент податливости столбика

$$e_{ст} = e_{в} n_{вст} + e_{г} n_{гст} \quad (6)$$

Начальный модуль упругости материала МР

Рассматривается кубик объемом 1 см^3 . По соображениям, указанным выше, не учитываются силы трения и считается, что перекрестного сцепления витков смежных столбиков не имеется. Тогда модуль упругости в начале сжатия будет

$$E_0 = \frac{i}{e_{ст}} = \frac{n^{2/3}}{e_{в} n_{вст} + e_{г} n_{гст}} \cong \frac{n^{1/3}}{1,62 e_{в}} \quad (7)$$

Подставляя в (7) значения $e_{в}$ и n из (1) и (2), получим:

$$E_0 = C_0 E_{и} \sqrt[3]{\left(\frac{\delta}{\alpha}\right)^{10} \gamma_0} \quad (8)$$

$$C_0 = 0,0914.$$

Напомним, что это значение C_0 справедливо лишь при полной изотропии образца. Если в каком-либо направлении витки ориентации «Г» будут преобладать, то модуль упругости E_0 в этом направлении уменьшится, в двух других направлениях возрастет.

Изменение модуля упругости при сжатии образца

Рассматривается чисто упругая деформационная характеристика материала без учета трения между отдельными соприкасающимися элементами внутри образца.

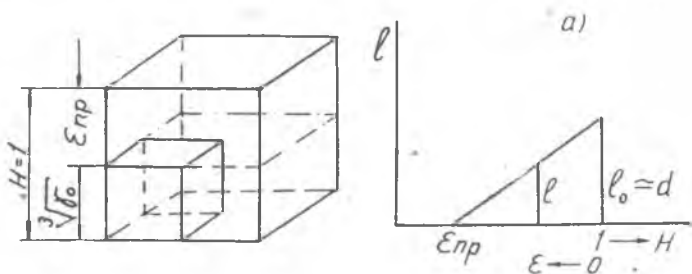
По мере сжатия число точек касания увеличивается. Считаем, что пределом упругих деформаций при всестороннем сжатии 1 см^3 материала МР будет объем, численно равный относительному

* Критерием соответствия образца принятому предположению служит возможность осуществления замкнутого цикла пульсирующего сжатия (при коэффициенте асимметрии $r=0$).

удельному весу материала — $\gamma_0 \text{ см}^3$ (см. фиг. 1). Следовательно, предельное значение относительной деформации

$$\epsilon_{\text{пр}} \cong 1 - \sqrt[3]{\gamma_0}. \quad (9)$$

Зависимость (9) для одноосного напряженного состояния является приближенной ввиду наличия поперечных деформаций и невозможности полностью устранить без пластических деформаций мелкие неплотности.



Фиг. 1.

С уменьшением объема, с увеличением числа точек касания уменьшается свободная длина между ними, которая определяет жесткость на изгиб элементарных балочек. Этот пролет уменьшается от некоторого размера l_0 , имеющего порядок диаметра витка d в начальных условиях до $l=0$ при $\epsilon_{\text{пр}}$. Принимая зависимость l от ϵ по прямой (см. фиг. 1а), находим

$$\frac{l}{l_0} = \frac{\epsilon_{\text{пр}} - \epsilon}{\epsilon_{\text{пр}}} = 1 - \frac{\epsilon}{\epsilon_{\text{пр}}}. \quad (10)$$

Учитывая, что жесткость балочки обратно пропорциональна кубу пролета, а сила, приложенная к элементарной балочке, уменьшается также в обратной зависимости от числа контактов или, что тоже обратно пропорционально l , имеем

$$\frac{dP'}{d\epsilon} = E_0 \left(\frac{l_0}{l} \right)^4 = \frac{E_0}{\left(1 - \frac{\epsilon}{\epsilon_{\text{пр}}} \right)^4}. \quad (11)$$

Интегрируя это выражение, разлагая скобку в биномиальный ряд с удержанием двух первых членов и определяя постоянную интегрирования из условия, что при $\epsilon=0$ $P'=0$, получим

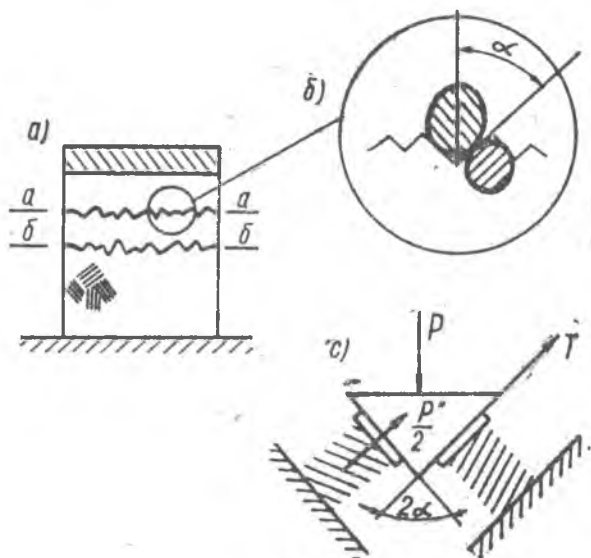
$$P' \cong \frac{E_0 \epsilon^3}{\left(1 - \frac{\epsilon}{\epsilon_{\text{пр}}} \right)^3} \quad (12)$$

или

$$P' = C_1 \frac{\epsilon}{(1 - C_2 \epsilon)^3}. \quad (12a)$$

Внутреннее трение в материале МР

Хаотическое расположение витков обуславливает контакт между ними в виде сцепления и скольжения. Сцепление изменяет жесткость материала, а скольжение создает внутреннее трение. Силы трения суммируются с упругими силами. Рассмотрим образец, подверженный действию внешней сжимающей силы (см. фиг. 2а). Распределение давления в любом поперечном сечении (исключая опорные поверхности) вследствие подвижности состав-



Фиг. 2.

ляющих будет более или менее равномерным. Однако отдельные элементы или агрегаты, в виде небольших групп сцепленных элементов, будут смещаться по некоторым поверхностям скольжения. Образующие этих поверхностей могут составлять с направлением действия внешней силы углы α , лежащие в пределах $0 \leq \alpha \leq \mu$, где μ — коэффициент трения скольжения.

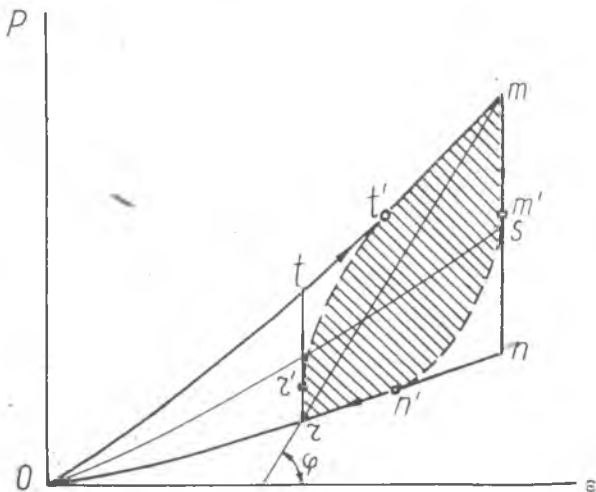
На основании соображений, изложенных выше, схема механизма возникновения сил трения может быть представлена в виде клиновидного элемента (см. фиг. 2с), на который действуют внешняя сила P , силы упругости от смежных элементов и сила трения T . Из этой схемы следует, что внешняя сила может быть выражена в обобщенном виде как

$$P = P' (1 \pm f). \quad (13)$$

Здесь f — условный коэффициент трения, учитывающий истинный коэффициент трения между витками, геометрию агрегатов и ха-

рактическую характеристику тензора давления внутри материала, являющуюся функцией его строения. Как показали эксперименты, для данного образца коэффициент остается постоянным в широких пределах деформаций.

Сказанное выше позволяет представить деформационную кривую цикла пульсирующего сжатия образца из материала МР в виде гистерезисной петли, изображенной на фиг. 3.



Фиг. 3.

Кривая OS изображает чисто упругую деформационную характеристику $P' = \Phi(\epsilon)$.

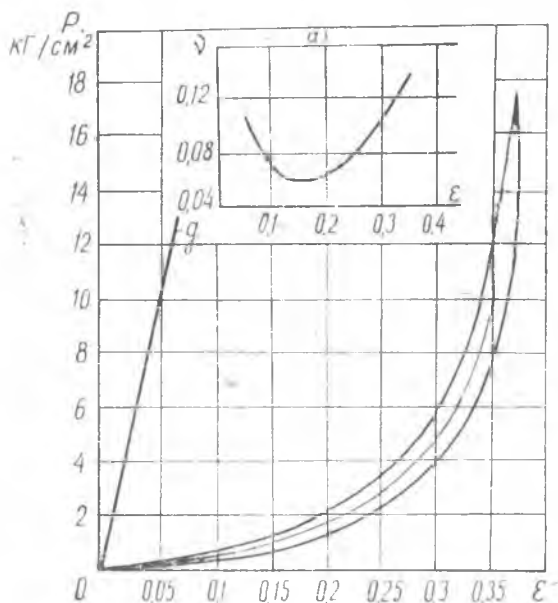
Петля $rtmn$ отражает цикл, начальная точка которого отлична от $P = 0, \epsilon = 0$.

Площадь любой петли дает в определенном масштабе значение энергии, рассеянной за один цикл вследствие трения.

Тангенс угла ϕ между прямой rm , соединяющей наименьшую и наивысшую точки цикла и ось абсцисс, характеризует обобщенную жесткость данного цикла, значение которой с достаточной точностью может быть положено в основу определения собственных частот системы, включающей упруго-демпфирующий элемент, работающий по данному циклу.

Нужно заметить, что на основании петли пульсирующего цикла сжатия могут быть построены деформационные графики для ряда других случаев, в частности, для двусторонних упоров, втулок при наличии любого предварительного натяга.

Цилиндрические образцы из МР различной плотности подвергались циклическому сжатию. Замерялись действующая сила и деформация. В отдельных случаях замерялась и поперечная деформация. Результаты измерений наносились на диаграмму в координатах «удельное давление сжатия P кг/см² — относительная деформация ϵ » (фиг. 4).



Фиг. 4.

близок к коэффициенту трения металла о металл. Эти результаты хорошо подтверждают принятую модель связи между упругостью, силами трения и полным сопротивлением сжатию материала МР.

Значительно различаются расчетные и экспериментальные абсолютные значения начального модуля упругости E_0 , что объясняется влиянием действительной укладки на жесткость образца.

При обработке большого числа циклов оказалось, что выражение (12а) весьма точно отражает действительную характеристику упругого сопротивления. Более того, коэффициенты C_1 и C_2 также имеют значения, близкие к вычисленным.

У весьма податливых образцов кривая упругого сопротивления иногда не укладывается в зависимость (12а). После введения поправки на изменение площади поперечного сечения образца вследствие поперечной деформации (см. фиг. 4а) характеристики приблизились к вычисленным.

Существенные особенности действительной петли проявляются на участках перехода от сжатия к разгрузке (см. на фиг. 3 участок $m'n'$) и в цикле без полной разгрузки — на участках перехода от разгрузки к нагрузке $r'l'$. Эти особенности связаны с большой податливостью элементов. В начале разгрузки образца сила трения без заметной деформации может достичь нулевого значения, что выражается вертикальным участком петли от точки разгрузки до линии чисто упругой характеристики*. Сила трения обратного знака может возникнуть только при перестройке витков, сопровождающейся постепенным их перемещением и деформацией образца в целом. При сжатии неполностью разгруженного образца также должна происходить перестройка витков. Так как в этом случае материал менее плотен, то на перегруппировку затрачивается большая деформация.

Следует отметить, что тренировка образца в заданных пределах нагружения уменьшает затягивание перестройки для данного цикла.

Эти явления подобны происходящим в щетине щетки, при изменении направления движения ее с трением по некоторой поверхности. В дальнейшем, видимо, можно будет в расчетной модели учесть эту особенность гистерезисных петель материала МР. Пока же влияние участков $m'n'$ и $r'l'$ на площадь петли можно учитывать при помощи эмпирических «коэффициентов полноты цикла».

Следует отметить, что указанное отступление идеализированного цикла от реального не сказывается практически на обобщенной жесткости цикла.

ВЫВОДЫ

1. Предложенная расчетная модель материала МР достаточно точно отражает важнейшие свойства деформационных диаграмм при циклическом сжатии.

2. Зависимости, положенные в основу модели, не являются формальными, а базируются на представлении материала как «статической конструкции». Известные реологические модели не могут описать деформационных свойств материала МР.

3. Полученные зависимости и коэффициенты могут быть использованы для динамических расчетов систем, содержащих детали из МР типа прокладок, втулок, шайб, двусторонних упоров и других деталей, материал которых работает на циклическое сжатие.

4. Установленные зависимости позволят аналитически выразить основные параметры, необходимые для динамических расчетов системы с упруго-демпфирующими связями при широком

* Этот вертикальный участок достаточно четко выражен в диаграммах действительных циклов.

варьировании исходных данных, что открывает возможности поисков оптимальных вариантов.

5. Изложенные результаты являются исходными для разработки методов прочностных и деформационных расчетов деталей из МР в более сложных условиях нагружения.