Г. В. Лазуткин, В. Н. Трубин, А. А. Тройников

О ПОДОБИИ ДИССИПАТИВНЫХ СИСТЕМ ПО УПРУГО-ФРИКЦИОННЫМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ

Процессы нагрузки и разгрузки полей петель гистерезиса можно представить в виде полиномов:

$$P_k^{(j)(q)} = \sum_{i=0}^{n} t_{ik}^{(j)(q)}\, Y^i, \tag{1}$$

$$Y_k^{(j)(q)} = \sum_{\gamma=0}^{b} a_{\gamma k}^{(j)(q)} \cdot P^{\gamma}, \tag{2}$$

где $i=0, 1, 2, \ldots, n$; $\gamma=0, 1, 2, \ldots, b$ — порядок полиномов; $\kappa = 1, 2, 3, \ldots c-1, c, c+1, \ldots, m$ — номер петли; $j=$н, р — соответственно индексы процессов нагрузки и разгрузки; $q=1, 2, 3, \ldots, \varepsilon$ — номер исследуемой системы; ε — количество исследуемых систем; P — сила, вызывающая деформацию Y.

Пусть существуют критериальные координаты η—ξ, в которых процессы (1), (2) описываются выражениями, не зависящими от номера исследуемой системы. Ставится задача: найти условия подобия процессов (1), (2), при соблюдении которых выполняются равенства

$$\eta_k^{(j)} = \sum_{i=0}^{n} c_{ik}^{(j)} \cdot \xi^i, \tag{3}$$

$$\xi_k^{(j)} = \sum_{\gamma=0}^{b} d_{\gamma k}^{(j)} \cdot \eta^{\gamma}, \tag{4}$$

где $\eta_k^{(j)} = \dfrac{P_k^{(j)(q)}}{t_{\text{ос}}^{(q)}}$ — относительная сила,

$\xi_k^{(j)} = \dfrac{Y_k^{(j)(q)}}{a_{\text{ос}}^{(q)}}$ — относительная деформация,

$a_{\text{ос}}^{(q)}$, $t_{\text{ос}}^{(q)}$ — коэффициенты подобных преобразований.

Безразмерные выражения для (1), (2) можно записать в виде:

$$\frac{P_k^{(j)(q)}}{t_{\text{ос}}^{(q)}} = \sum_{i=0}^{n} \frac{t_{ik}^{(j)(q)}}{t_{\text{ос}}^{(q)}} \cdot Y^i, \tag{5}$$

$$\frac{Y_k^{(j)(q)}}{a_{\text{ос}}^{(q)}} = \sum_{\gamma=0}^{b} \frac{a_{\gamma k}^{(j)(q)}}{a_{\text{ос}}^{(q)}}\, P^{\gamma}. \tag{6}$$

Приравнивая правые части выражений (3), (5) и (4), (6), находим необходимые и достаточные условия подобия процессов (1), (2):

$$\sum_{i=0}^{n} \frac{t_{ik}^{(j)(q)}}{t_{\text{ос}}^{(q)}} \cdot Y^{i} = \sum_{i=0}^{n} c_{ik}^{(j)} \cdot \xi^{i}, \tag{7}$$

$$\sum_{\gamma=0}^{b} \frac{a_{jk}^{(j)(q)}}{a_{\text{ос}}^{(q)}} \cdot P^{\gamma} = \sum_{\gamma=0}^{b} d_{\gamma k}^{(j)} \cdot \eta^{\gamma}, \tag{8}$$

и окончательно

$$\left. \begin{aligned} c_{jk}^{(j)} &= t_{ik}^{(j)(q)} \frac{a_{\text{ос}}^{i(q)}}{t_{\text{ос}}^{(q)}} \\ d_{\gamma k}^{(j)} &= a_{\gamma k}^{(j)(q)} \frac{t_{\text{ос}}^{\gamma(q)}}{a_{\text{ос}}^{(q)}} \end{aligned} \right\} \tag{9}$$

Для c-тых петель при выполнении условий (9) коэффициенты подобных преобразований должны удовлетворять условиям

$$\left. \begin{aligned} \xi_{\text{с}}^{(j)} &= \sum_{\gamma=0}^{b} d_{\gamma \text{с}}^{(j)} \cdot \eta^{\gamma} \\ \eta_{\text{с}}^{(j)} &= \sum_{i=0}^{n} c_{i\text{с}}^{(j)} \, \xi^{i} \end{aligned} \right\} \tag{10}$$

Эти условия соблюдаются и при вершинах петель:

$$\xi_{\text{с}} = \xi_{\text{с}}^{(j)} = \xi_{\text{с}}^{(\text{н})} = \xi_{\text{с}}^{(\text{р})} = \text{const},$$

$$\eta_{\text{с}} = \eta_{\text{с}}^{(j)} = \eta_{\text{с}}^{(\text{н})} = \eta_{\text{с}}^{(\text{р})} = \text{const}.$$

В связи с этим коэффициенты подобного преобразования отдельных петель находятся из условия

$$\left. \begin{aligned} \xi_{\text{с}} &= \text{const} \\ \eta_{\text{с}} &= \text{const} \end{aligned} \right\} \tag{11}$$

Для полей q петель в интервале (Y_m, Y_{m+z}) можно указать непрерывные функции

$$a_k^{(q)} = f_1(Y_k^{(q)}) \text{ и } t_k^{(q)} = f_2(P_k^{(q)}),$$

где $a_k^{(q)}$ и $t_k^{(q)}$ — отрезки, отсекаемые от осей абсцисс и ординат k-тыми нагрузочными и разгрузочными процессами.

Если любому значению $\xi_m \leqslant \xi_c \leqslant \xi_{m+z}$ уравнения $f_1(Y_k^{(q)} - \frac{Y_k^{(q)}}{\xi_c}) = 0$ или $\eta_m \leqslant \eta_c \leqslant \eta_{m+z}$ уравнения $f_2(P_k^{(q)}) - \frac{P_k^{(q)}}{\eta_c} = 0$, соответствует единственный, не равный нулю, корень, то величины $\xi_c = \frac{Y_c}{a_{oc}}$, $\eta_c = \frac{P_c}{t_{oc}}$ однозначно определяют координаты вершины петель, а по найденному корню находятся коэффициенты преобразования.

В ряде случаев при решении конкретных задач не требуется нахождения обобщенного поля петель, а лишь отдельных его параметров. При этом задача значительно упрощается, а подобие этих характеристик рассматривается как необходимое условие для подобия всего поля петель гистерезиса.

А. А. Тройников

К ВОПРОСУ О ПРОЧНОСТИ МАТЕРИАЛА МР ПРИ СЖАТИИ

Разрушение материала МР при сжатии сопровождается выпучиванием отдельных элементов или групп, появлением бочкообразности, приводящей иногда к потере устойчивости испытуемого образца.

Такой вид разрушения характерен для пластичных материалов, поэтому выбор условий для нахождения критической силы нагружения представляет определенные трудности. Одним из возможных вариантов нахождения этой силы могут служить условия, при которых наблюдается наибольшая упругая деформация при нагружении испытуемого образца. Такой подход удобен в тех случаях, когда материал МР применяется в качестве упруго-демпфирующих элементов для амортизаторов и демпферов.

Выбрав параметры, определяющие прочностные свойства материала, можно записать уравнение для критической силы нагружения

$$P_{кр.} = \varphi_1(\rho_c, \rho_з, d, t, \delta, E_н, \sigma_{тн}, S), \qquad (1)$$

где ρ_c — плотность материала $(0{,}7 \div 2{,}8)$ г/см^3,

$\rho^з$ — плотность заготовки $(0{,}3 \div 0{,}8)$ г/см^3,

d — внешний диаметр спирали $(5\delta \div 15\delta)$,

δ — диаметр проволоки $(0{,}09 \div 0{,}5)$ мм,

t — шаг вытяжки спирали $(0{,}75d \div 1{,}25d)$,

E_u — модуль упругости проволоки $(1{,}5 \div 1{,}8) . 10^5$ кг/м сек^2,

$\sigma_{тu}$ — предел текучести проволоки $(500 \div 1500)$ кг/м сек^2,

S — площадь поперечного сечения образца $(2 \div 80)$ см^2.