

И. Д. ЭСКИН, Е. А. ПАНИН

**МЕТОД РАСЧЕТА
ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ТРУБОПРОВОДА
С УПРУГО-ДЕМПФИРУЮЩЕЙ ОПОРОЙ
В ВИДЕ МНОГОСЛОЙНОГО ПАКЕТА**

Во многих инженерных задачах, связанных с расчетом вынужденных колебаний гидравлических систем трубопроводов летательных аппаратов с упруго-демпфирующими опорами (УДО), большое внимание уделяется определению оптимальной жесткости УДО, обеспечивающей минимальные напряжения в трубопроводе [1].

Нами разработан иной подход к определению оптимальных условий работы системы «трубопровод — УДО». В основу расчета положены условия обеспечения возможно большей длительности работы системы с допустимым уровнем напряжений и конструктивности трубопровода и УДО.

В качестве примера расчета выбрана наиболее часто встречающаяся в практике схема прямого трубопровода с заземленными концами и промежуточной УДО, выполненной в виде многослойного пакета, возбуждаемая кинематически через опоры [2].

Основными характеристиками и параметрами системы с УДО, подлежащими выяснению, являются: безразмерные параметры, однозначно определяющие настройку системы с УДО; предельная рабочая настройка системы с УДО, определяемая в зависимости от допускаемого напряжения трубопровода и нормы вибрации на изделии; расположение опасного сечения трубопровода; ширина рабочего диапазона настроек системы с УДО; зоны неустойчивой работы системы; оптимальная настройка системы с УДО; оптимальное расположение УДО в зависимости от спектра собственных колебаний в рабочем диапазоне частот; рабочий интервал относительной жесткости r ; наименьшее значение максимального

относительного напряжения трубопровода; резонансные частоты системы; абсолютные значения максимальных напряжений системы и УДО, величина сдвливающей нагрузки p , геометрические размеры, материал УДО и трубопровода, число пластин УДО.

Условные обозначения, используемые в работе, те же, что и в [2].

Настройка системы с УДО при заданных n , k , a и r однозначно определяется параметрами σ_{\max} и β .

Под предельной рабочей настройкой системы УДО понимается такая величина $\sigma_{\max} = H$, при которой в опасном сечении трубопровода при воздействии на систему виброскорости возбуждения, равной норме N вибрации на изделия, величина наибольшего напряжения достигла допускаемой.

Из (4) [2] найдем:

$$H = \frac{[\sigma]_{\Gamma}}{2N} \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{d^2}{D^2}\right) g}{E_{\Gamma} \gamma_0}}, \quad (1)$$

где $[\sigma]_{\Gamma}$ — допустимое напряжение в трубопроводе,

$N = \omega L$ — норма вибрации на изделия, выражаемая в единицах виброскорости,

γ_0 — удельный вес материала трубопровода,

D и d — наружный и внутренний диаметры трубопровода.

Для рассматриваемой системы опасным сечением является сечение у заделки в большем пролете.

Для определения ширины рабочего диапазона настроек системы с УДО параметров и размеров трубопровода и УДО для заданных n , k , a , r строятся зависимости $\sigma_{\max}(\beta)$ и $\alpha(\beta)$ в опасном сечении для всех форм колебаний в рабочем диапазоне частот.

Расчет ведется следующим образом:

В случае I ($\alpha_{0j} = 1$) из (22) [2] для значений $j = 1, 3, 5, \dots, n$ находятся средние относительные жесткости УДО K_j .

Из (7) [2] находятся частотные коэффициенты a_j ($j = 1, 3, 5, \dots, n$).

Зная коэффициенты a_j из (19) [2], определяются амплитуды относительной возбуждающей силы β_j и из (21) [2] находятся значения максимального относительного напряжения в опасном сечении трубопровода.

В случае II ($\alpha_{0n} < 1$) средняя относительная жесткость K принимает все значения в интервале:

$$[K]_{j=n} \geq K \geq [K]_{\mu=\infty} = \frac{3}{2B_1 r}. \quad (2)$$

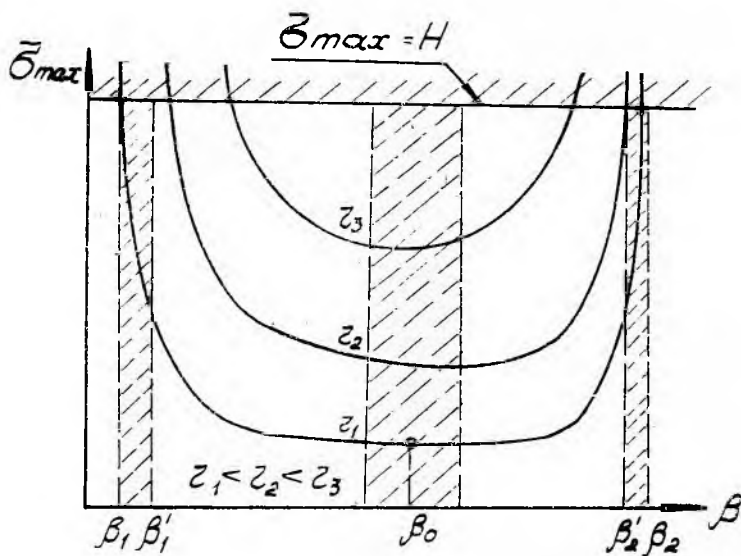
Для каждого K в интервале (2) из (7) [2] и (27) [2] находятся α и β . Затем из (26) [2] определяется максимальное относительное

напряжение в трубопроводе. Вид зависимости $\bar{\sigma}_{\max}(\beta)$ показан на фиг. 1.

Границами рабочих настроек системы с УДО являются величины β_1 и β_2 , при которых $\bar{\sigma}_{\max} = H$ (фиг. 1). Полная ширина рабочего диапазона системы с УДО измеряется параметром $\Theta = \frac{\beta_2}{\beta_1}$ [3].

Зоны $\beta_1 - \beta_1'$ и $\beta_2 - \beta_2'$ являются неустойчивыми, т. к. небольшое изменение величины f_p или возбуждающей нагрузки вызывает недопустимое приращение относительного максимального напряжения.

За оптимальную настройку системы с УДО не всегда можно принять минимальное значение $\bar{\sigma}_{\max}$, т. к. оно может лежать в зоне неустойчивой работы (в области полностью расслоенного пакета).



Фиг. 1.

Поэтому зону оптимальных настроек следует располагать в интервале медленно меняющихся значений $\bar{\sigma}_{\max}$ (в зоне неполностью расслоенного пакета УДО). Причем, величина $\Theta_2 = \frac{\beta_2}{\beta_0}$ будет характеризовать запас по эффективному демпфированию системы*, а

* Т. е. Θ_2 характеризует допустимое изменение величины f_p вследствие приработки УДО или различных случайных влияний.

величина $\Theta_1 = \frac{\beta_0}{\beta_1}$ определять ширину рабочего диапазона системы с УДО*.

Так как при работе УДО на изделии в ней вследствие износа, релаксации и т. д. будут изменяться коэффициент трения на контактных поверхностях пакета f и удельная сдвливающая нагрузка p , т. е. произведение fp , величина Θ_1 будет определенным образом характеризовать длительность работы системы с УДО на изделии с допустимым уровнем напряжений. Можно утверждать, что при любом виде кинематического возбуждения системы (L-Const, $L_1 + q\omega^2$ -const, N-const) чем больше величина Θ_1 , тем в большее число раз может меняться величина произведения fp без нарушения работоспособности системы и, хотя неизвестен закон изменения величины fp во времени, при прочих равных условиях длительность работы системы на изделии будет тем больше, чем больше величина Θ_1 .

Для наиболее эффективного демпфирования одной формы колебания УДО должна располагаться в сечении, совершающем колебания с наибольшим прогибом. Для эффективного демпфирования нескольких резонансов оптимальное расположение УДО определяется расчетным путем.

Для форм колебаний, попадающих в диапазон рабочих частот, для различных n, k, a, r строятся кривые $\alpha(\beta)$ и $\sigma_{\max}(\beta)$. За оптимальное месторасположение УДО, определяемое координатой a_0 для данных n, k и r , выбирается такое, которое обеспечивает достаточные величины Θ_1 у всех форм колебаний в рабочем диапазоне частот.

Для того, чтобы УДО эффективно гасила колебания системы, относительная жесткость трубопровода r не должна превышать величины, определяемой из условия:

$$\min \bar{\sigma}_{\max} = N \quad (3)$$

Кривые $\alpha(\beta)$ и $\bar{\sigma}_{\max}(\beta)$ (фиг. 1) являются основой расчета абсолютных параметров и размеров системы с УДО.

Рассмотрим практически важные случаи расчета системы трубопровод — УДО:

1. Определим параметры и размеры трубопровода и УДО таким образом, чтобы при известной норме вибрации изделия N в рабочем диапазоне частот обеспечивалась (при прочих равных условиях) возможно большая длительность работы системы на изделии и, естественно, на протяжении всего ресурса была обеспечена прочность трубопровода и УДО. Причем УДО и трубопровод должны иметь конструктивные размеры.

* Принято, что коэффициент трения f_k (произведение $f_k p$) УДО, выработавшей ресурс, больше коэффициента трения f_0 (произведение $f_0 p$) в начале работы УДО. Если $f_k < f_0$, зона оптимальных настроек сдвигается в сторону меньших j и ширина рабочего диапазона настроек системы с УДО определяется величиной Θ_1 , а запас по эффективному демпфированию — величиной Θ_2 .

Пусть заданы материал трубопровода и УДО, число пакетов s , коэффициент трения на контактных поверхностях пакета f , диаметры трубопровода D и d , формы колебания в рабочем диапазоне частот. Следовательно, считаем также известными величины E_T , J_T , E — модуль упругости материала пакета.

Величинами n , k , r задаемся в интервале [4]: $n = 9 - 31$, $k = 2 - 5$ и $r = 0 - 0,5$.

Так как для данных значений n , k , r и исследуемых форм колебаний кривые $\bar{\sigma}_{\max}(\beta)$, $\alpha(\beta)$ для различных значений a построены, определяем a_0 .

Габаритными размерами УДО l , b_n задаемся исходя из конструктивных норм гидравлических систем летательных аппаратов.

Примем за конечную рабочую настройку системы с УДО ($\bar{\sigma}_{jk \max}$, β_{jk}) ближайшее к величине H значение $\bar{\sigma}_{j \max}$, удовлетворяющее условию:

$$\bar{\sigma}_{j \max} \leq H. \quad (4)$$

Следовательно, при конечной настройке системы в случае, когда виброскорость возбуждения равна норме N , максимальное напряжение в опасном сечении трубопровода меньше или равно допустимому, а максимальное напряжение в УДО равно допустимому $[\sigma]$.

Выбираем начальную рабочую настройку системы с УДО ($\bar{\sigma}_{j_0 \max}$, β_{j_0}) (фиг. 1) в зоне оптимальных настроек системы. Известные размеры и параметры системы: l_T , h , T_{jk} , T_{j_0} , L_{jk} , L_{j_0} , ω_{jk} , ω_{j_0} найдем, решив простую систему нелинейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \beta_{jk} - \frac{q l_T \omega_{jk}^2 L_{jk}}{s T_{jk}} &= 0 \\ \beta_{j_0} - \frac{q l_T \omega_{j_0}^2 L_{j_0}}{s T_{j_0}} &= 0 \\ \alpha_{jk}^2 - \omega_{jk} l_T^2 \sqrt{\frac{q}{E_T l_T}} &= 0 \\ \alpha_{j_0}^2 - \omega_{j_0} l_T^2 \sqrt{\frac{q}{E_T l_T}} &= 0 \\ N - L_{jk} \omega_{jk} &= 0 \\ N - L_{j_0} \omega_{j_0} &= 0 \\ r - \frac{E_T l_T l^3}{l_T^3 \bar{d} s E b_n h^3 A_{10}} &= 0 \\ [\sigma] - \bar{m} T_{jk} \frac{l}{b_n h^2} \frac{A_{10}^{j-2}}{B_8} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь [3]:

$$A_{10} = (n + k)^3;$$

$$A_{10}^{i-2} = \frac{n+k}{(n+k)^2-1} + 2 \sum_{l=1}^{i-2} \frac{1}{(n+k-l)^2-4} \quad (i = 1, 3, 5, \dots, j_k - 2);$$

$\bar{m} = 1$; $\bar{d} = 4$ — для шарнирноопертого пакета УДО (фиг. 3а) [2];

$\bar{m} = 4$; $\bar{d} = \frac{1}{4}$ — для консольного пакета УДО (фиг. 3в) [2];

$\bar{m} = 2$; $\bar{d} = 1$ — для пакета с заделанными концами и упруго-подвижной заделкой одного конца (фиг. 3с) [2];

$\bar{m} = \frac{1}{2}$; $\bar{d} = 16$ — для пакета с заделанными концами (фиг. 3д) [2].

$$l_T = \frac{s \beta_{jk} [\sigma] b_{\Pi} l B_6 \sqrt{\frac{E_T I_T}{q}}}{\alpha_{jk}^2 \bar{m}^{i-2} A_{10} N \sqrt[3]{E^2 E_T I_T b_{\Pi}^2 \bar{d}^2 r^2 A_{10}^2 s^2}}, \quad (6)$$

$$h = \frac{l}{l_T} \sqrt[3]{\frac{E_T I_T}{E b_{\Pi} \bar{d} r s A_{10}}}, \quad (7)$$

$$T_{jk} = \frac{b_{\Pi} h^2 B_6 [\sigma]}{\bar{m} l A_{10}}, \quad (8)$$

$$T_{j0} = \frac{\beta_{jk} \alpha_{j0}^2}{\beta_{j0} \alpha_{jk}^2} T_{jk}, \quad (9)$$

$$\omega_{jk} = \frac{\alpha_{jk}^2}{l_T^2 \sqrt{\frac{q}{E_T I_T}}}, \quad (10)$$

$$\omega_{j0} = \frac{\alpha_{j0}^2}{l_T^2 \sqrt{\frac{q}{E_T I_T}}}, \quad (11)$$

$$L_{jk} = \frac{N}{\omega_{jk}}, \quad (12)$$

$$L_{j0} = \frac{N}{\omega_{j0}}. \quad (13)$$

Наибольшее напряжение в трубопроводе в опасном сечении при рабочей настройке системы найдем из (4) [2] в виде

$$\sigma_{j0}^{(T) \max} = \frac{1}{2} \bar{\sigma}_{j0} \max N D \sqrt{\frac{q E_T}{I_T}}. \quad (14)$$

Наибольшее напряжение в УДО при рабочей настройке системы определяется из соотношения [4]:

$$\sigma_{j_0 \max} = \bar{m} T_{j_0} \frac{l}{b\pi h^2} \frac{A_{10}^{j-2}}{B_6^4} \quad (15)$$

Толщина пакета УДО определяется из соотношения

$$h_0 = h(n + k). \quad (16)$$

Из (13) [2] найдем удельную сдвливающую нагрузку между слоями пакета при начальной рабочей настройке:

$$p = \frac{T_{0j} A_5}{b\pi fh A_4}. \quad (17)$$

Для $j_k \leq j \leq j_0$ можно записать:

$$\bar{\sigma}_{j_0 \max} \leq \bar{\sigma}_j \max \leq \bar{\sigma}_{j_k \max} \quad (18)$$

и

$$\bar{\sigma}_j \max = \frac{[\sigma]_T}{\frac{1}{2} N_j^* D} \sqrt{\frac{qE_T}{I_T}}. \quad (19)$$

Из (18) и (19) следует, что

$$N_j^* > N. \quad (20)$$

При любой виброскорости возбуждения $N_1 = \text{const}$ с ростом j величина T_j убывает быстрее, чем растет величина A_{10}^{j-2} и, следовательно, величина наибольшего напряжения в УДО с ростом j уменьшается. Так как при конечной рабочей настройке напряжения в трубопроводе и УДО меньше или равны допустимому и $N_j^* > N$, можно утверждать, что при действии на систему виброскорости возбуждения, равной норме N , наибольшие напряжения в трубопроводе и УДО во всем рабочем диапазоне настроек меньше, чем при конечной настройке. При оптимальной настройке системы эти напряжения получаются наименьшими в рабочем диапазоне.

Можно записать:

$$\frac{[\sigma_j \max]_{N_1}^{(T_1)}}{[\sigma_j \max]_N^{(T)}} = \frac{N_1}{N}$$

и

$$\frac{[T_j]_{N_1}}{[T_j]_N} = \frac{N_1}{N},$$

то есть

$$\frac{[\sigma_j \max]_{N_1}^{(T)}}{[\sigma_j \max]_N^{(T)}} \stackrel{\Delta}{=} \frac{[\sigma_j \max]_{N_1}}{[\sigma_j \max]_N} = \frac{N_1}{N}. \quad (21)$$

Поэтому при действии на систему любой виброскорости $N_1 \leq N$ прочность трубопровода и УДО будет обеспечена во всем диапазоне рабочих настроек системы с УДО.

В результате первого расчета уточняются номера форм колебаний, попадающих в рабочий интервал. После уточнения величины a_0 может быть выбрана другой и расчет повторен для всех резонансов в рабочем диапазоне частот.

2. Определим для заданных габаритных размеров УДО l, b_n, h_0 , числа пакетов s , коэффициента трения f , диаметров D и d трубопровода при известной норме вибрации изделия N и рабочем диапазоне частот наибольшую длину трубопровода таким образом, чтобы обеспечивалась достаточная ширина рабочего диапазона Θ_1 и прочность трубопровода и УДО во всем диапазоне рабочих настроек системы при любой виброскорости $N_1 \leq N$.

Величинами n, κ, r задаемся. Тогда из (16) и (7) найдем длину трубопровода

$$l_T = \frac{l}{h_0} \sqrt{\frac{E_T I_T}{E b_{\Pi} \bar{d} r s}}. \quad (22)$$

Задаваясь различными положениями опоры a , определяем все собственные частоты, лежащие в диапазоне рабочих частот, для трубопровода длиной l_T и промежуточной упругой опорой, с жесткостью, равной жесткости C_1 УДО, когда в ней проскользнул один слой:

$$C_1 = \frac{b_{\Pi} \bar{d} h^3 E [(n + \kappa - 1)^3 + 4]}{4l^3} \quad (23)$$

и трубопровода с упругой опорой с жесткостью равной жесткости C_{1n} УДО, когда в ней проскользнули все слои:

$$C_{1n} = \frac{b_{\Pi} \bar{d} h^3 E (\kappa^3 + 4n)}{4l^3}. \quad (24)$$

Так как кривые $\alpha(\beta)$ и $\bar{\sigma}_{\max}(\beta)$ для заданных n, κ, r, a этих номеров форм колебаний построены, выбираем a_0 .

Затем, приравняв (22) и (6), определяем условие для нахождения конечной рабочей настройки системы с УДО

$$\frac{\beta_{jk}}{\alpha_{jk}^2 A_{10}^{j-2}} = \frac{N \bar{m}}{h_0 s B_6 [\sigma]} \sqrt{\frac{q}{E_T I_T}} \sqrt[3]{E_T^2 I_T^2 E b_{\Pi} \bar{d} r s A_{10}^2} = D^*. \quad (25)$$

Возможен случай, когда для заданных n, κ, r и a_0 левая часть соотношения (25) ни при каких $j (j = 1, 3, 5, \dots, n)$ не будет равна правой части соотношения, т. е. величина D^* будет в данном случае заключена между величинами

$$\frac{\beta_{j1}}{\alpha_{j1}^2 A_{10}^{j-2}} \quad \text{и} \quad \frac{\beta_{(j1-2)}}{\alpha_{(j1-2)}^2 A_{10}^{j-2}}.$$

Тогда за конечную рабочую настройку системы $(\bar{\sigma}_{jk \max}, \beta_{jk})$ выбирается настройка $(\bar{\sigma}_{j1 \max}, \beta_{j1})$. Оптимальная настройка системы $(\bar{\sigma}_{j0 \max}, \beta_{j0})$ выбирается совершенно аналогично случаю 1. Затем определяется ширина рабочего диапазона системы с УДО

$\Theta_1^* = \frac{\beta_{j0}}{\beta_{jk}}$. Из второго уравнения системы (5) и (10) определяется обобщенная сила трения

$$T_{j0} = \frac{\alpha_{j0}^2 N \sqrt{qE_T l_T}}{s^2 \beta_{j0} l_T}. \quad (26)$$

Из (17) определяется удельная сдвигивающая нагрузка между слоями пакета и из (14) и (15) определяются наибольшие напряжения в трубопроводе и УДО при начальной рабочей настройке системы. Параметры ω_{j0} , ω_{jk} , L_{j0} , L_{jk} , T_{jk} определяются из соотношений (9), (10), (11), (12), (13).

Подставив в (14) и (15) вместо $\sigma_{j0 \max}$ $\sigma_{jk \max}$ и вместо T_{j0} T_{jk} , определим наибольшие напряжения в трубопроводе и УДО при конечной рабочей настройке системы. Эти напряжения меньше или равны допустимым. Как и в предыдущем случае первым расчетом уточняются номера форм колебаний, попадающих в рабочий диапазон. Затем производятся окончательные расчеты, в результате которых определяется оптимальный вариант системы с данной УДО.

В заключение отметим следующее.

В настоящее время во многих инженерных задачах основные характеристики системы с УДО строятся в виде кривых $\bar{\sigma}(K)$, где $\bar{\sigma}$ — безразмерное напряжение и K — безразмерная жесткость [1]. Причем, абсолютные параметры и размеры системы определяются по оптимальной настройке системы $(\bar{\sigma}_0, K_0)$ из условия, что при этой настройке наибольшее напряжение в системе равно допустимому.

В системах с УДО, где одним из основных регуляторов величины наибольшего напряжения является коэффициент трения f (произведение $f\rho$), целесообразнее основные характеристики системы строить в виде кривых $\bar{\sigma}(\beta)$, т. к. безразмерный параметр β дает более наглядную связь с коэффициентом трения (например, в случае постоянной амплитуды возбуждающей силы $L l_T g \omega^2 = \text{const}$ параметр β обратно пропорционален произведению $f\rho$).

Начальная рабочая настройка системы по допустимому напряжению при существующих нормах коэффициента запаса прочности летательных аппаратов не всегда сможет обеспечить достаточную длительность работы системы (особенно у систем с небольшой шириной рабочего диапазона Θ_1 — с «острой» настройкой).

Определение абсолютных параметров и размеров системы с УДО по двум настройкам — конечной и начальной — должно обеспечить большую длительность работы системы на изделии.

Рассмотренный в работе подход к решению задачи о выборе параметров и размеров системы с УДО применим для широкого класса систем с УДО, т. к. предельная рабочая настройка (H, β_1) , конечная рабочая настройка $(\bar{\sigma}_{jk \max}, \beta_{jk})$ и начальная (оптимальная) настройка $(\bar{\sigma}_{j0 \max}, \beta_{j0})$ могут быть определены при весьма общих

допущениях относительно законов изменения амплитуд возмущающих сил и коэффициента трения во времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. А. Панин. Вынужденные колебания заземленного с двух концов прямого трубопровода с промежуточным упруго-гистерезисным хомутом. К кн.: Рассеяние энергии при колебаниях упругих систем. Изд. АН УССР, Киев, 1966.

2. Е. А. Панин, И. Д. Эскин — См. статью «Вынужденное колебание трубопровода...» в настоящем сборнике.

3. И. Д. Эскин. Вынужденные колебания системы с одной степенью свободы с многослойными демпфирующими элементами. «Вибрационная прочность и надежность авиационных двигателей». Труды КуАИ, вып. XXX, 1967.

4. И. Д. Эскин. Поперечный изгиб многослойного пакета с сухим трением на контактных поверхностях циклической силой. «Вибрационная прочность и надежность авиационных двигателей». Труды КуАИ, вып. XXX, 1967.
