В. П. ИВАНОВ, А. С. СЕРДОТЕЦКИЙ

ФОРМИРОВАНИЕ РАЗБРОСА РЕЗОНАНСНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЛОПАТОЧНЫХ ВЕНЦАХ

Для оценки запасов динамической прочности лопаток турбомашин необходимо иметь точные данные о действительных величинах вибрационных напряжений, возникающих в лопатках венца на различных режимах работы. Эти сведения можно получить только путем тензометрирования венца на работающем двигателе.

Как правило, результаты тензометрирования свидетельствуют, что вибрационное состояние венцов на каждом резонансе характеризуется большими различиями в величинах вибронапряжений в лопатках, принадлежащих одному венцу. Разброс напряжений, т. е. отношение величин максимальных и минимальных напряжений, имеет по наблюдениям величину порядка 2—3 и даже более. Очевидно, что такой разброс не может быть объяснен непосредственно различиями упруго-инерционных характеристик лопаток, получаемых за счет допусков на их изготовление.

Ряд исследователей [1, 6, 8, 9, 10] объясняет разброс резонансных напряжений в венцах связанным характером колебаний лопаток с не вполне идентичными динамическими характеристиками.

В настоящей работе исходя из тех же предпосылок разброс напряжений рассматривается как следствие малой асимметрии лопаточных венцов. При этом предполагается, что венец является единой упругой системой, обладающей поворотной симметрией. Такой подход позволяет распространить наши рассуждения на произвольные тела, обладающие поворотной симметрией, а также на осесимметричные тела (диски, круглые пластинки, мембраны и т. д.). Последние рассматриваются как поворотно-симметричные тела с бесконечно большим порядком симметрии.

Известно, что формы аксиальных колебаний поворотно-симметричных тел могут быть охарактеризованы по числу узловых диаметров m и окружностей n. Для тел вращения форма колебаний $U(\varphi, r)$ может быть представлена в виде

$$U(\varphi, r) = R(r)\ \sin\ (m\varphi+\delta),\ m=0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ \infty,$$

где φ — центральный угол тела, $R(r)$ — функция прогиба в радиальном направлении, δ — некоторая начальная фаза относительно начала отсчета, m — число волн в окружном направлении. Для тел, обладающих порядком поворотной симметрии S (например, венец с S лопатками), амплитуды компонент перемещений сходственных точек периодов (секторов венца с центральным углом $2\pi/S$) также определяются значениями (дискретными) гармонической функции. При этом число волн может быть $m=0, 1, 2, ..., \frac{S-1}{2}$ для S нечетного и $m=0, 1, 2, ... \frac{S}{2}$ для S четного.

В работах [4—6] показано, что линейно-упругим телам с поворотной симметрией (циклически-симметричным) и, в частности, лопаточным венцам присущ ряд вибрационных особенностей. Одной из них является то, что частоты собственных форм для $0<m<\frac{S}{2}$ обладают кратностью два, не менее, т. е. каждой собственной частоте соответствует пара идентичных взаимноортогональных форм колебаний:

$$W_{m\mathrm{I}} = R_{\mathrm{I}} \sin(m\varphi+\delta_{m\mathrm{I}}) \sin(p_{\mathrm{I}}^{\mathrm{в}} t + \alpha_{m\mathrm{I}});$$

$$W_{m\mathrm{II}} = R_{\mathrm{II}} \sin(m\varphi + \delta_{m\mathrm{II}}) \sin(p_{\mathrm{II}}^{\mathrm{в}} t+\alpha_{m\mathrm{II}}), \qquad (1)$$

где $p_{\mathrm{I}}^{\mathrm{в}}$, $p_{\mathrm{II}}^{\mathrm{в}}$ — кратные собственные частоты m-й формы с учетом вращения тела, α — фаза колебаний, зависящая от начальных условий, $|\delta_{m\mathrm{I}} - \delta_{m\mathrm{II}}| = \frac{\pi}{2}$ — условие, определяющее ортогональность идентичных форм.

При вынужденных колебаниях возбуждаются одновременно обе формы. Результирующее движение $W(r, \varphi, t)$ является суперпозицией парных форм $W = W_{m\mathrm{I}} + W_{m\mathrm{II}}$ и совпадает с каждой порождающей формой с точностью до начальных фаз и постоянного сомножителя c по амплитуде:

$$W = cR \sin(m\varphi+\delta) \sin(p^{\mathrm{в}} t+\alpha). \qquad (2)$$

Угловая ориентация δ формы W определяется или начальными условиями при свободных колебаниях, или местом приложения возбуждающей силы при вынужденных колебаниях.

Основным источником возбуждения резонансных колебаний лопаточных венцов в ГТД является окружная неравномерность газового потока, относительно которой вращается венец. Пусть относительно оси тела с частотой ω вращается система статических усилий, действующих в аксиальном направлении. Произвольное (в окружном направлении), вращающееся распределение внешних сил $P(\varphi)$, действующих на тело, может быть представлено разложением в ряд Фурье:

$$P = P_0 + \sum_{k=0}^{\infty} P_k \sin(k\omega t + \beta_k), \tag{3}$$

где k — номера гармоник, возбуждения, β_k — начальные фазы.

Из сопоставления выражений (2) и (3) следует, что для возникновения резонансных колебаний по форме m необходимо не только совпадение частот $k\omega$ и $p^{\text{в}}_m$, но и наличие в спектре возбуждения гармоники P_k с номером $k = m$. Работа A_k внешних сил P_k при резонансе тела вращения по m-й форме может быть записана в виде

$$A_k = 2\pi \int_0^{\rho} R_m(r) P_k(r)\, dr \int_0^{2\pi} \cos(m\varphi + \delta) \cos k\varphi\, d\varphi, \tag{4}$$

где ρ — наружный радиус тела. При $P_k \neq 0$ выражение (4) отлично от нуля только для $k = m$. Для тел с поворотной симметрией равнозначное выражение может быть получено после замены интегрирования суммированием.

В условиях вращающегося возбуждения в теле на резонансе будут одновременно поддерживаться обе парные формы колебаний. Фазовые соотношения между формами при этом такие, что результирующим движением будет бегущая волна, вращающаяся в сторону возбуждения с его скоростью. Амплитуды всех точек тела вращения, лежащих на одной окружности, или амплитуды сходственных точек периодов для тела с поворотной симметрией будут в условиях бегущей волны одинаковы.

Вышесказанное имеет место для тел, обладающих идеально строгой симметрией, поворотной либо осевой. Реальные тела, конструктивно будучи симметричными, практически неизбежно в большей или меньшей степени асимметричны. Применительно к лопаточным венцам источником асимметрии является, в первую очередь, неидентичность характеристик отдельных лопаток, а также окружные несовершенства диска.

Если симметрия тела не вполне совершенна, то могут наблюдаться качественные отличия в колебаниях по сравнению со строго симметричным. Одно из таких отличий заключается в том, что обе формы в парах оказываются однозначно (с точностью до фазы π/m) сориентированы относительно асимметрии. Условие взаимной ортогональности форм при этом сохраняется.

Ориентация форм происходит таким образом, что влияние данной асимметрии на одну из форм оказывается наибольшим, а на другую — наименьшим.

Другим отличием является то, что введение асимметрии в тело изменяет собственные частоты колебаний по сравнению со строго симметричным телом. Поскольку асимметрия по-разному влияет на формы в паре, то частоты изменяются на различную величину и происходит расщепление (или расслоение) кратных частот и соответствующих собственных форм. Расщепление частот позволяет наблюдать формы в каждой паре по отдельности.

Наконец, асимметрия вызывает искажение собственных форм, так что они уже не могут быть представлены (в окружном направлении) гармоническими функциями.

В сущности, указания на расщепление спектров круглых пластинок и мембран с несовершенствами имеются у Рэлея [7], однако, возможность такого явления до настоящего времени упускается из рассмотрения.

При тех малых степенях асимметрии, которые имеют место в реальных лопаточных венцах, расщепление и искажение форм могут быть также малы. Тем не менее, как будет показано ниже, в условиях вращающегося возбуждения они определяют возникновение значительного разброса резонансных напряжений, а, кроме того, увеличивают число возможных резонансов венца.

При вращающемся возбуждении тела с расщепившимися частотами резонансы по обеим парным формам достигаются не одновременно, но в пределах общей резонансной зоны. Реализация двух форм, раздвинутых в фазово-частотном отношении, создает сложную картину распределения амплитудных деформаций и обусловливает разброс напряжений (условно названный нами разбросом I рода).

Расчеты показывают, что по сравнению со строго симметричным телом возможно в одних сходственных точках увеличения напряжений до 20%, а в других — падение до 50%. В результате разброс напряжений достигает 2 — 2,5.

Эксперименты, проведенные на тонком круглом диске, подтвердили существование разброса I рода. Для возбуждения диска была создана специальная установка ВС-2, имитирующая с помощью воздушных струй вращающееся возбуждение венца в ГТД. Разброс резонансных напряжений по окружности диска в 2,4 раза появлялся уже при расщеплении кратных частот на 0,02%. Примечательно, что указанное расщепление вызывалось той естественной асимметрией, которая имелась в весьма точно изготовленном диске [4—6].

Установлено, что окружное распределение напряжений определяется гармоникой возбуждения (P_k в формуле (3) и направлением вращения возбудителя. Последнее обстоятельство объясняется тем, что при реверсе возбудителя изменяется фазовая последовательность возбуждения парных форм.

Исследование разброса резонансных напряжений на реальных полноразмерных рабочих колесах компрессоров ГТД осуществлялось с помощью установки ВС-3. Эксперименты показали, что для объяснения закономерностей формирования распределений напряжений в венцах и их разброса недостаточно учета только разброса I рода.

Определенное влияние на распределение напряжений оказывает искажение форм колебаний, вызываемое асимметрией. Разброс напряжений, определяемый искажением собственных форм, будем условно именовать разбросом II рода. Искажение собственных форм по сравнению с синусоидой может быть весьма существенно, особенно в случае частотной близости других форм [8].

Расчеты, проведенные нами, показывают, что при очень малых степенях асимметрии преобладающее влияние на формирование общего разброса в венце оказывает разброс I рода. При возрастании асимметрии усиливающееся влияние начинает оказывать также разброс II рода. Асимметрия натурных лопаточных венцов, как показывают эксперименты, такова, что разброс напряжений определяется совместным воздействием разбросов I и II родов.

Следствием искажения собственных форм является не только возникновение разброса II рода. Поскольку форма отлична от синусоидальной, то для ее возбуждения не обязательно соблюдение условия $k=m$ к выражению (4). Возбуждение данной искаженной формы будет возможно при совпадении номеров одной из гармоник разложения формы в ряд Фурье и гармоники возбуждения. В этом заключается возможность возбуждения k-ми гармониками m-й формы колебаний не только при $k=m$, но и при $k\neq m$.

Это явление было подтверждено экспериментально на модели лопаточного венца с асимметрией. При возбуждении модели шестой гармоникой ($k=6$) были получены интенсивные колебания, соответствующие не только форме с шестью узловыми диаметрами ($m=6$), но и форме с пятью узловыми диаметрами ($m=5$).

Особенностью спектра собственных частот лопаточных венцов является его большая густота [5]. Поэтому даже при моногармоническом возбуждении могут возникать колебания не только по одной форме, но и по двум и более, если частоты этих форм достаточно близки и сами формы искажены. Разброс напряжений в венце будет в таком случае определяться дополнительно разбросом, условно названным разбросом III рода.

Таким образом, преимущественная причина, вызывающая разброс резонансных напряжений в лопаточных венцах при связанных колебаниях, заключается во всегда имеющей место малой асимметрии этих венцов. Асимметрия определяется несовпадением динамических характеристик отдельных лопаток и несовершенством диска в окружном направлении.

Предпосылкой возникновения разброса является номинальная кратность частот большинства собственных форм колебаний венцов.

Можно указать три пути возникновения разброса:

1. Асимметрия по-разному влияет на частоты парных собственных форм, вследствие чего частоты расщепляются. При резонансных колебаниях под воздействием вращающегося возбуждения одновременно колебательное движение по двум расщепившимся формам создает разброс I рода.

2. Синусоидальность собственных форм искажается асимметрией, что влечет за собой появление разброса II рода.

3. Даже моногармоническое возбуждение может вызывать колебания по нескольким собственным формам, если формы искажены. Суперпозиция одновременно возбужденных форм с близкими частотами, но с различным числом волн деформации по окружности еще более усложняет картину распределений напряжений между лопатками. В этом заключается источник разброса III рода.

В общем случае разбросы I, II и III родов могут совместно усугублять суммарный разброс резонансных напряжений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агишев Б. М. О разбросе динамических напряжений в лопатках турбомашин в условиях резонанса. Труды ВВИА им. Жуковского. 1961, вып. 841, № 3, стр. 25—40.

2. Бауэр В. О., Шорр Б. Ф. Влияние расстройки частот лопаток на резонансные колебания. В сб.: «Прочность и динамика авиационных двигателей». «Машиностроение», 1971, вып. 6, стр. 75—98.

3. Шипов Р. А. Исследование влияния динамической неоднородности кольцевой решетки на резонансные колебания ее профилей. Там же, стр. 98—113.

4. Иванов В. П. Некоторые вопросы колебаний лопаточных венцов и других упругих тел, обладающих циклической симметрией. Там же, стр. 113—132.

5. Иванов В. П. Исследование колебаний лопаточных венцов авиационных турбомашин. Автореферат докторской диссертации. КуАИ, М., 1970.

6. Сердотецкий А. С. Теоретическое и экспериментальное исследование причин разброса резонансных напряжений у циклически симметричных тел. Труды КуАИ, 1972, вып. 57, стр. 64—76.

7. Стретт Дж. В. (Рэлей). Теория звука. ГИТТЛ. М., 1940, т. 1.

8. Иванов В. П., Сердотецкий А. С. О собственных формах и частотах поворотно-симметричной системы с несовершенствами. В настоящем сборнике.

9. Wagner I. T. Conpling of turbomachine blade vibrations through the rotor. Trans. ASME, ser. A, 1967, vol. 89, No. 4, p. 58—71.

10. Dye R. C. F., Henry T. A. Vibration amplitudes of compressor blades resulting from scatter in blade natural f requencies. Trans. ASME, ser. A, 1967, voe. 89, No, 4, p. 42—50.

В. П. ИВАНОВ, А. С. СЕРДОТЕЦКИЙ

О СОБСТВЕННЫХ ФОРМАХ И ЧАСТОТАХ ПОВОРОТНО-СИММЕТРИЧНОЙ СИСТЕМЫ С НЕСОВЕРШЕНСТВАМИ

Известно [1], что при свободных колебаниях строго симметричных лопаточных венцов амплитуды сходственных точек описываются в окружном направлении гармонической функцией центрального угла с целым числом волн m:

$$0 \leqslant m \leqslant \frac{S}{2} \text{ для } S \text{ четного;}$$

$$0 \leqslant m \leqslant \frac{S-1}{2} \text{ для } S \text{ нечетного,}$$

где s — число лопаток. Для чисел волн $m \neq 0, \frac{S}{2}$ существуют пары идентичных взаимноортогональных форм с равными, т. е. кратными собственными частотами.