

2. Иванов В. П., Сердотецкий А. С. Формирование разброса резонансных напряжений в лопаточных венцах. В настоящем сборнике.
3. Като Т. Теория возмущений линейных операторов. М., «МИР», 1972.
4. Маделунг Э. Математический аппарат физики (справочное руководство). М., «Наука», 1968.
5. Reilich F. Störungstheorie der Spektralzerlegung. I—V, Math. Ann. B. 113 (1937), 116 (1939), 117 (1940), 118 (1942).

А. И. КРЮКОВ

ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СКОМПЕНСИРОВАННОЙ ТРУБОПРОВОДНОЙ СИСТЕМЫ

Одним из распространенных средств повышения надежности трубопроводных систем является применение компенсаторов перемещения, выполненных из гибких металлических или фторопластовых рукавов (МР). Наличие упругой вставки (компенсатора) позволяет устранить монтажные и термические деформации трубопроводов, эффективно воздействовать на частотный спектр коммуникации и в ряде случаев использовать диссипативный эффект проволочной оплетки компенсатора.

Динамические характеристики таких систем отличаются рядом особенностей, которые можно рассмотреть на расчетной схеме трубопровода с компенсатором (рис. 1).

Полагая, что изгибная жесткость компенсатора и его осевые деформации при колебаниях пренебрежимо малы, а вся система не имеет статического прогиба от силы веса, получаем следующие уравнения упругой линии для жесткого трубопровода МР [1]

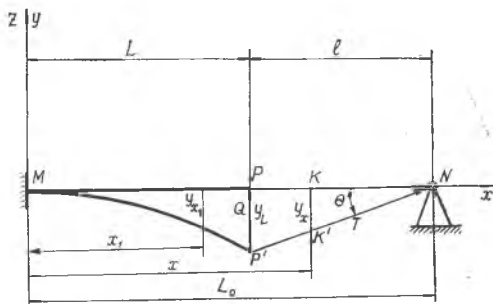
$$X_L(x) = A(\operatorname{ch} \gamma x - \cos \gamma x) + B(\operatorname{sh} \gamma x - \sin \gamma x) \quad (1)$$

и для компенсатора PN

$$X_I(x) = K \sin \frac{\omega}{a} (L_c - x), \quad (2)$$

где $X_L(x)$ и $X_I(x)$ — функции смещения стержня MP , соответствующего жесткому трубопроводу и нити PN , моделирующей условия работы компенсатора;

Рис. 1.
Расчетная схема
трубопровода
с компенсатором



A, B, K — произвольные постоянные, величины которых определяются условием сопряжения системы в точке P ;

$a = \sqrt{\frac{T_0}{\mu l}}$ — параметр, зависящий от силы продольного натяжения системы T_0 и погонной массы компенсатора μl ;

γ — корень характеристического уравнения частот.

Значение корней определяется при решении следующего характеристического уравнения:

$$\frac{\operatorname{ch} \gamma L \cdot \cos \gamma L + 1}{\operatorname{ch} \gamma L \cdot \sin \gamma L - \operatorname{sh} \gamma L \cos \gamma L} + \frac{1}{\gamma} \frac{T_0}{EI} \sqrt{\frac{EI}{T_0} \frac{\mu l}{\mu_L}} \operatorname{ctg} \left(l \gamma^2 \sqrt{\frac{EI}{T_0} \frac{\mu l}{\mu_L}} \right) = 0. \quad (3)$$

В уравнение (3) вошли следующие дополнительные обозначения:

EI — изгибная жесткость трубопровода MP ;

μ_L — его погонная масса.

Спектр собственных частот совместных колебаний трубопровода с компенсатором определяется по формуле

$$\omega_i = \gamma_i^2 \sqrt{\frac{EI}{\mu_L}} \quad (i = 1, 2, 3, \dots). \quad (4)$$

Функциональная зависимость частоты ω от параметров системы вследствие трансцендентности уравнения (3) выражена неявно. Для наглядного представления их влияния на частотный спектр решение этого уравнения проведем графическим методом.

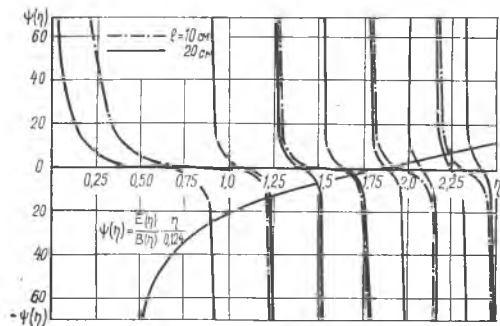


Рис. 2.
Графическое решение
уравнения частот (5).
- - - - при $l = 10$ см,
— при $l = 20$ см

Рассмотрим коммуникацию со следующими параметрами:
 $\mu_L = \mu_l$; $T_0 = 1$ кг; $EJ = 1,04 \cdot 10^5$ кг·см²; $L = 40$ см; $l = 10$ см.

При подстановке этих величин в уравнение (3) имеем

$$\frac{0,124 (\operatorname{ch} \gamma L \cdot \cos \gamma L + 1)}{\gamma L (\operatorname{ch} \gamma L \cdot \sin \gamma L - \operatorname{sh} \gamma L \cdot \cos \gamma L)} + 0,124 \cdot \operatorname{ctg} 2(\gamma L)^2 = 0. \quad (5)$$

Обозначив первое слагаемое в уравнении (5) через $\Psi(\gamma L)$, получим в координатах $\Psi(\gamma L) - \gamma L$ семейство котангенсоид и линию $\Psi(\eta)$, точки пересечения которых при проектировании на ось абсцисс дадут искомое значение корней (рис. 2). Для сравнения на этом же графике построены котангенсоиды $\operatorname{ctg} \Lambda \eta^2$, соответствующие $l = 20$ см.

Проведенные построения дают возможность установить характер влияния различных параметров на собственные частоты.

Из графика следует, что величины получаемых корней γL , а, следовательно, и частот колебаний ω , будут в основном определяться периодом изменения котангенсоид.

При увеличении длины компенсатора период уменьшается и значения величин γL падают. При увеличении продольного усилия T_0 период увеличивается и значение корней повышается.

Отличительной особенностью скомпенсированных трубопроводов являются меньшие частоты собственных колебаний по сравнению с частотами колебаний жестких трубопроводов. Это связано с наличием в системе такого элемента, который, увеличивая податливость коммуникаций, приводит к появлению в спектре частот совместных колебаний системы парциальных резонансов компенсатора, относящихся, как правило, к первым оборотам системы.

Некоторые особенности динамики скомпенсированного трубопровода можно обнаружить при рассмотрении характера его упругой линии. Для этого обозначим прогиб в точке $x=L$ через δ , тогда $X_I(L) = \delta$.

Из уравнения (2) получаем

$$K \sin \frac{\omega}{a} l = \delta,$$

откуда

$$K = \frac{\delta}{\sin \frac{\omega}{a} l}. \quad (6)$$

Привлекая условия сопряжения системы в точке P , имеем:

$$X_L(L) = X_I(L),$$

подставляя сюда (1) и (2), получаем

$$A(\operatorname{ch} \gamma L - \cos \gamma L) + B(\operatorname{sh} \gamma L - \sin \gamma L) = K \sin \frac{\omega}{a} l. \quad (7)$$

С учетом обозначения (6) из равенства (7) получаем значение произвольной постоянной A , выраженное через B :

$$A = \frac{\delta - B(\operatorname{sh} \gamma L - \sin \gamma L)}{\operatorname{ch} \gamma L - \cos \gamma L}. \quad (8)$$

Для точки P будет справедливо

$$EI \frac{d^3 X_L(L)}{dx^3} + T_0 \frac{dX_I(L)}{dx} = 0,$$

что при подстановке (1), (2) и (6) дает

$$A(\operatorname{sh} \gamma L - \sin \gamma L) + B(\operatorname{ch} \gamma L + \cos \gamma L) - \delta \frac{T_0}{EI} \frac{1}{\gamma^3} \frac{\omega}{a} \operatorname{ctg} \frac{\omega}{a} l = 0, \quad (9)$$

откуда

$$A = \frac{\delta \frac{T_0}{EI} \frac{1}{\gamma^3} \frac{\omega}{a} \operatorname{ctg} \frac{\omega}{a} l - B(\operatorname{ch} \gamma L + \cos \gamma L)}{\operatorname{sh} \gamma L - \sin \gamma L}. \quad (10)$$

Приравнявая (8) и (10) и разрешая полученное равенство относительно B , имеем:

$$B = \delta \left[\frac{(\operatorname{sh} \gamma L - \sin \gamma L) - \frac{T_0}{EI} \frac{1}{\gamma^3} \frac{\omega}{a} (\operatorname{ch} \gamma L - \cos \gamma L) \operatorname{tg} \frac{\omega}{a} l}{(\operatorname{sh} \gamma L - \sin \gamma L)^2 - (\operatorname{ch}^2 \gamma L - \cos^2 \gamma L)} \right]. \quad (11)$$

Подставляя K и B в равенство (7), получаем значение последней произвольной постоянной:

$$A = \frac{\delta}{\operatorname{ch} \gamma L - \cos \gamma L} \times \left[1 - \frac{(\operatorname{sh} \gamma L - \sin \gamma L) - \frac{T_0}{EI} \frac{1}{\gamma^3} \frac{\omega}{a} (\operatorname{ch} \gamma L - \cos \gamma L) \operatorname{ctg} \frac{\omega}{a} l (\operatorname{sh} \gamma L - \sin \gamma L)}{(\operatorname{sh} \gamma L - \sin \gamma L)^2 - (\operatorname{ch}^2 \gamma L - \cos^2 \gamma L)} \right].$$

Обозначим через Π выражение, заключенное в квадратные скобки уравнения (11):

$$\Pi = \frac{(\operatorname{sh} \gamma L - \sin \gamma L) - \frac{T_0}{EI} \frac{1}{\gamma^3} \frac{\omega}{a} (\operatorname{ch} \gamma L - \cos \gamma L) \operatorname{ctg} \frac{\omega}{a} l}{(\operatorname{sh} \gamma L - \sin \gamma L)^2 - (\operatorname{ch}^2 \gamma L - \cos^2 \gamma L)}. \quad (12)$$

С учетом обозначения (12) получаем

$$B = \delta \Pi$$

и

$$A = \frac{\delta}{\operatorname{ch} \gamma L - \cos \gamma L} [1 - \Pi (\operatorname{sh} \gamma L - \sin \gamma L)].$$

Полученные значения коэффициентов A , B и K позволяют представить упругие линии скомпенсированного трубопровода в виде следующих уравнений:

$$X_L(x) = \frac{\delta (\operatorname{ch} \gamma x - \cos \gamma x)}{(\operatorname{ch} \gamma L - \cos \gamma L)} [1 - \Pi (\operatorname{sh} \gamma L - \sin \gamma L)] + \delta \Pi (\operatorname{sh} \gamma x - \sin \gamma x) \quad (13)$$

и

$$X_l(x) = \delta \frac{\sin \frac{\omega}{a} (L_c - x)}{\sin \frac{\omega}{a} l}. \quad (14)$$

Из уравнений (13) и (14) следует, что смещения консоли $X_L(x)$ и компенсатора $X_l(x)$ зависят от соотношения аргумента $\frac{\omega l}{a}$ котангенса (в формуле (12)) и синуса (в формуле (14)) по кратности с целым числом π . При $\frac{\omega l}{a} = n\pi$ (15) (где n — целое число) амплитуды колебаний неограниченно возрастают.

Привлекая в это соотношение значения круговой частоты ω и параметра a , получаем выражение, позволяющее отыскивать опасный режим колебания рассматриваемой системы:

$$\gamma^2 \sqrt{\frac{EI}{T_0} \frac{\mu_l}{\mu_L}} = \frac{n\pi}{l}. \quad (16)$$

Проведенные эксперименты совместных колебаний трубопровода с компенсатором выявили резонансные режимы, при которых амплитуда колебаний системы достигает значительных величин.

Используя приведенные в настоящей работе расчетные уравнения, можно заранее предвидеть и не допускать наступление резонанса для вновь проектируемых компенсированных трубопроводных систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крюков А. И. Частотные характеристики трубопроводов с компенсаторами. Известия вузов «Авиационная техника», 1968, № 4, стр. 47—53.

Ю. С. ВОРОБЬЕВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ЛОПАТОК ТУРБОМАШИН

При статических и вибрационных расчетах турбинных и компрессорных лопаток необходимо знать большое число геометрических характеристик их поперечных сечений. Причем для определения таких характеристик, как координаты центра изгиба, коэффициенты формы поперечного сечения при сдвиге, жесткость на кручение, — должно быть известно распределение касательных напряжений в поперечном сечении стержня при его деформации. Поэтому рассмотрена задача об изгибе с кручением призматического бруса несимметричного поперечного сечения. Брус рассматривается в произвольной правой системе координат xuz . Ось z проходит по нейтральной оси недеформированного бруса, а оси x и y — по главным центральным осям инерции одного из торцовых поперечных сечений.

Обозначим через $u_1(z)$ и $v_1(z)$ перемещения нейтральной оси в направлениях x и y при изгибе, $u_2(z)$, $v_2(z)$ — соответствующие перемещения при сдвиге, $\theta(z)$ — угловые перемещения относительно центра изгиба при кручении бруса.