УДК 629.78

Любимов В.В.

ВНЕШНЯЯ УСТОЙЧИВОСТЬ РЕЗОНАНСА ПРИ ДВИЖЕНИИ В АТМОСФЕРЕ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С АЭРОДИНАМИЧЕСК И ИНЕРЦИОННОЙ АСИММЕТРИЯМИ

Рассматривается движение асимметричного космического аппарата в атмосфер парат имеет аэродинамическую и инерционную малые асимметрии. Основное внимани боте сосредотачивается на изучении внешней устойчивости резонанса. При этом в н нансном случае определяется производная функции Ляпунова. Используя данную про ную, удается получить условия внешней устойчивости главного резонанса. Кроме того, сывается условие внешней полуустойчивости резонанса.

Не смотря на значительное число работ отечественных и зарубежных ученых п блеме резонансов и их устойчивости при движении космического аппарата (КА) в атмос в настоящее время некоторые вопросы остаются мало изученными. В частности, это от ся к вторичным резонансным эффектам и связанной с ними внешней устойчивостью ре сов. Данные явления получили свое название в работах Ю.А. Садова при рассмот двухчастотных систем с медленно изменяющимися переменными [1]. В данной работе дуется внешняя устойчивость главного резонанса при движении КА с малой аэродина ской и инерционной асимметриями в атмосфере.

В качестве исходных уравнений движения КА рассматривается нелинейная « частотная» система, полученная из полной нелинейной системы с помощью изве асимптотического метода [2].

Эта система является стандартной системой для применения метода усреднени относится к классу систем с несколькими медленными переменными и одной быстрой θ. В стандартной форме она имеет следующий вид:

$$\frac{dz}{dt} = \varepsilon Z(z,\theta,\varepsilon),$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega(z).$$

Здесь ε – малый параметр, характеризующий величину малой асимметрии аппа медленность изменения параметров движения центра масс, $z = \{\omega_x, \alpha\}$ - вектор медл переменных, ω_x – угловая скорость КА относительно продольной оси, $\alpha = \alpha_n$ – пространственный угол атаки, $\theta = \varphi_n - \pi/2$, φ_n - аэродинамический угол крена, $\omega(z) = \omega_x - \omega_{1,2}$, $Z(z,\theta,\varepsilon)$ – известные функции правых частей данных уравнений.

Функции $Z(z,\theta,\varepsilon)$ зависят: от обобщенных параметров асимметрии m^A и m^Δ, от частот «прямой» и «обратной» прецессий $\omega_{1,2} = (I_x\omega_x/2 \pm \omega_a)/\cos\alpha$ и от функции $F_a = -\frac{m_{zn}^\alpha qSL}{I} + \omega_{1,2}^2 - 2\omega_a\omega_{2,1}\cos\alpha$. Параметры асимметрии: $m^A = \sqrt{\left(m_1^A\right)^2 + \left(m_2^A\right)^2}$,

$m_1^A = -m_y^\Phi\omega^2 tg\alpha/m_{zn}$, $m_2^A = -m_z^\Phi\omega^2 tg\alpha/m_{zn}$, $\sin\theta_1 = m_1^A/m^A$, $\cos\theta_1 = -m_2^A/m^A$,

$m^\Delta = \sqrt{(\bar{I}_{yz})^2 + (\overline{\Delta I})^2}$, $\sin 2\theta_3 = \overline{\Delta I}/m^\Delta$, $\cos 2\theta_3 = -\bar{I}_{yz}/m^\Delta$, m_y^Φ, m_z^Φ - аэродинамические коэффициенты асимметрии формы, $I = (I_y + I_z)/2$, $\Delta I = (I_z - I_y)/2$, $\overline{\Delta I} = \Delta I/I$, $\bar{I}_{yz} = I_{yz}/I$ - динамическая асимметрия, m_{zn} - коэффициент восстанавливающего момента, $\omega_a = \sqrt{\bar{I}_x^2\omega_x^2/4 + \omega^2}$, $\omega^2 = -m_{zn}qSLctg\alpha/I$, q – скоростной напор, S и L – характерные размеры аппарата.

В этих уравнениях учитывается главный резонанс, которому соответствует условие: $\omega_x - \omega_{1,2}\cos\alpha \cong 0$. Из решения последнего уравнения находится резонансное значение угловой скорости ω_x^r:

$$\omega_x^r = \pm\frac{\omega}{\sqrt{1-\bar{I}_x}}$$

Знак в выражении в последнем выражении совпадает со знаком угловой скорости ω_x.

Усредняя эти уравнения по быстрой фазе θ в нерезонансном случае можно получить уравнения, описывающие эволюцию медленных переменных:

$$\left\langle\frac{d\omega_x}{dt}\right\rangle = \varepsilon^3\left\{\frac{\bar{m}^A m^\Delta f_2 f_3}{\Delta^3}\frac{\partial}{\partial\alpha}(\bar{m}^A f_3\frac{\partial\Delta}{\partial\alpha}) - \frac{\bar{m}^A m^\Delta f_3}{\Delta^2}\frac{\partial}{\partial\alpha}(\bar{m}^A f_3\frac{\partial f_2}{\partial\alpha}) + \right.$$

$$\left. + \frac{3(\bar{m}^A f_3)^2 m^\Delta}{\Delta^4}(\Delta\frac{\partial\Delta}{\partial\alpha}\frac{\partial f_2}{\partial\alpha} - f_2\left(\frac{\partial\Delta}{\partial\alpha}\right)^2)\right\}\frac{\cos(2\theta_1 - 2\theta_3)}{8},$$

$$\left\langle \frac{d\alpha}{dt} \right\rangle = \varepsilon^3 \left\{ \frac{\overline{m}^A m^\Delta f_3 f_1}{\Delta^3} \left[\frac{\partial}{\partial\alpha}(\overline{m}^A f_3) \frac{\partial\Delta}{\partial\alpha} - \overline{m}^A f_3 \frac{\partial^2\Delta}{\partial\alpha^2} \right] - \right.$$

$$- \frac{\overline{m}^A m^\Delta f_3}{\Delta^3} \frac{\partial}{\partial\alpha}(\overline{m}^A f_3 \Delta) \frac{\partial f_1}{\partial\alpha} + \frac{m^\Delta f_1}{\Delta^2} \left[\frac{\partial}{\partial\alpha}(\overline{m}^A f_3) \right]^2 -$$

$$- \frac{\overline{m}^A m^\Delta f_2}{\Delta^3} \frac{\partial f_3}{\partial\omega_x} \left[\frac{\partial}{\partial\alpha}(\overline{m}^A f_3)\Delta + 2\overline{m}^A f_3 \frac{\partial\Delta}{\partial\alpha} \right] + \frac{2(\overline{m}^A)^2 m^\Delta f_3}{\Delta^2} \frac{\partial f_2}{\partial\alpha} \frac{\partial f_3}{\partial\alpha} +$$

$$+ \frac{(\overline{m}^A)^2 m^\Delta f_3^2}{2\Delta^4} \frac{\partial\Delta}{\partial\omega_x} \left[7 f_2 \frac{\partial\Delta}{\partial\alpha} - 4\Delta \frac{\partial f_2}{\partial\alpha} \right] +$$

$$\left. + \frac{(\overline{m}^A)^2 m^\Delta f_3^2}{2\Delta^4} \left[2\Delta^2 \frac{\partial^2 f_1}{\partial\alpha^2} - f_1 \left(\frac{\partial\Delta}{\partial\alpha} \right)^2 \right] \right\} \frac{\cos(2\theta_1 - 2\theta_3)}{8},$$

где $f_1 = \dfrac{2\omega_a \omega_{1,2} \sin\alpha}{F_a}(\omega_x + \dfrac{\omega_{1,2}^2 \sin^2\alpha}{2\omega_a})$, $f_2 = \dfrac{\omega_{1,2}^2 \sin^2\alpha}{\overline{I}_x}$, $f_3 = \dfrac{2\omega_a \omega^2}{F_a}$.

Пусть функция Ляпунова $V = \Delta^2$. Тогда условие внешней устойчивости главного зонанса имеет вид [3]: $\left\langle \dfrac{dV}{dt} \right\rangle = 2\Delta(\dfrac{\partial\Delta}{\partial\omega_x}\left\langle \dfrac{d\omega_x}{dt} \right\rangle + \dfrac{\partial\Delta}{\partial\alpha}\left\langle \dfrac{d\alpha}{dt} \right\rangle) < 0$. Напротив, если $\left\langle \dfrac{dV}{dt} \right\rangle > 0$, резонанс является внешне неустойчивым.

Анализируя производную функции Ляпунова $\left\langle \dfrac{dV}{dt} \right\rangle$ можно получить также усл того, что резонанс $\Delta = 0$ сохраняет тенденцию своего влияния на переменные ω_x и α в п делах нерезонансных участков движения, т.е. является либо внешне устойчивым ($\left\langle \dfrac{dV}{dt} \right\rangle < 0$), либо внешне неустойчивым (при $\left\langle \dfrac{dV}{dt} \right\rangle > 0$). Это условие имеет вид:

$$|f_4| > |f_5|,$$

где $f_4 = \dfrac{\partial\Delta}{\partial\omega_x} f_6 + \dfrac{\partial\Delta}{\partial\alpha} f_7$, $f_5 = \dfrac{\partial\Delta}{\partial\omega_x} f_8 + \dfrac{\partial\Delta}{\partial\alpha} f_9$,

$$f_6 = \frac{\overline{m}^A m^\Delta f_3}{\Delta^2} \frac{\partial}{\partial\alpha}(\overline{m}^A f_3 \frac{\partial f_2}{\partial\alpha}) + \frac{3(\overline{m}^A f_3)^2 m^\Delta f_2}{\Delta^4} \left(\frac{\partial\Delta}{\partial\alpha} \right)^2,$$

$$f_8 = \frac{\overline{m}^A m^\Delta f_2 f_3}{\Delta^3} \frac{\partial}{\partial\alpha}(\overline{m}^A f_3 \frac{\partial\Delta}{\partial\alpha}) + \frac{3(\overline{m}^A f_3)^2 m^\Delta}{\Delta^3} \frac{\partial\Delta}{\partial\alpha} \frac{\partial f_2}{\partial\alpha},$$

$$f_7 = -\frac{\overline{m}^A m^\Delta f_3}{\Delta^2}\frac{\partial}{\partial\alpha}(\overline{m}^A f_3)\frac{\partial f_1}{\partial\alpha} + \frac{m^\Delta f_1}{\Delta^2}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha}(\overline{m}^A f_3)\right]^2 -$$

$$-\frac{\overline{m}^A m^\Delta f_2}{\Delta^2}\frac{\partial f_3}{\partial\omega_x}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha}(\overline{m}^A f_3)\right] + \frac{2(\overline{m}^A)^2 m^\Delta f_3}{\Delta^2}\frac{\partial f_2}{\partial\alpha}\frac{\partial f_3}{\partial\alpha} +$$

$$+\frac{(\overline{m}^A)^2 m^\Delta f_3^2}{2\Delta^4}\frac{\partial\Delta}{\partial\omega_x}\left[7 f_2\frac{\partial\Delta}{\partial\alpha}\right] + \frac{(\overline{m}^A)^2 m^\Delta f_3^2}{2\Delta^4}\left[2\Delta^2\frac{\partial^2 f_1}{\partial\alpha^2} - f_1\left(\frac{\partial\Delta}{\partial\alpha}\right)^2\right],$$

$$f_9 = \frac{\overline{m}^A m^\Delta f_3 f_1}{\Delta^3}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha}(\overline{m}^A f_3)\frac{\partial\Delta}{\partial\alpha} - \overline{m}^A f_3\frac{\partial^2\Delta}{\partial\alpha^2}\right] - \frac{(\overline{m}^A)^2 m^\Delta f_3^2}{\Delta^3}\frac{\partial\Delta}{\partial\alpha}\frac{\partial f_1}{\partial\alpha} -$$

$$-\frac{\overline{m}^A m^\Delta f_2}{\Delta^3}\frac{\partial f_3}{\partial\omega_x}\left[2\overline{m}^A f_3\frac{\partial\Delta}{\partial\alpha}\right] - \frac{2(\overline{m}^A)^2 m^\Delta f_3^2}{\Delta^3}\frac{\partial\Delta}{\partial\omega_x}\left[\frac{\partial f_2}{\partial\alpha}\right].$$

Напротив, при выполнении условия $|f_4| < |f_5|$ резонанс $\Delta = 0$ является внешне полуустойчивым. На рис. 1 и рис. 2 изображаются эволюции функции Ляпунова при внешне устойчивом и внешне полуустойчивом резонансе, соответственно.

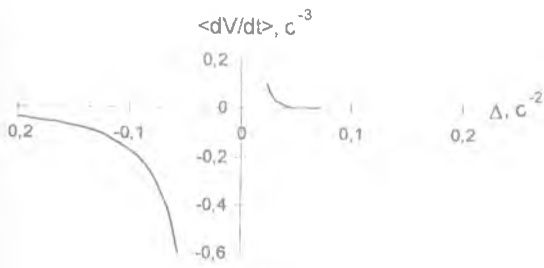

Рис.1

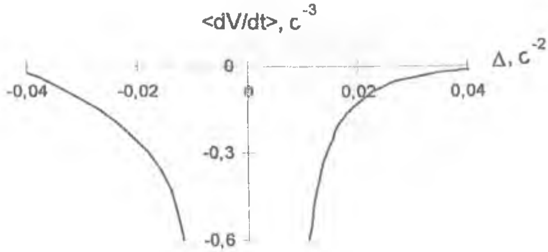

Рис.2

Таким образом, получены условия внешней устойчивости и неустойчивости гла резонанса при движении КА с малой аэродинамической и инерционной асимметриями мосфере. Эти условия интересны с теоретической точки зрения. Кроме того, они явл практически значимыми, так как позволяют избежать негативного влияния резонанса, проектирование КА производится с их учетом.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Садов Ю.А. Вторичные резонансные эффекты в механических системах // Извести СССР. Механика твердого тела. М.: 1990. Вып.4. с.20-24.

2. Белоконов В.М., Белоконов И.В., Заболотнов Ю.М. Ускоренный расчет траектории с ния в атмосфере неуправляемых КА с учетом их движения относительно центра масс // мические исследования. М.: 1983. Т.21. Вып.4. с.512-521.

3. Любимов В.В. Внешняя устойчивость резонанса в нелинейной системе с медленно няющимися переменными // Известия РАН. Механика твердого тела. М.: 2002. В с.52-58.