

ВЛИЯНИЕ ПЛОСКОГО ЭКРАНА НА ПОДЪЁМНУЮ СИЛУ ПЛАСТИНЫ

Введение. Современное развитие авиастроения включает в себя разработку и создание новых летательных аппаратов, использующих положительное влияние близости земли. Наряду с самолетами, которые испытывают эффект близости земли на режимах взлёта и посадки, существует целый класс летательных аппаратов, которые используют данный эффект на всех режимах полёта – это экранопланы. Целью работы является разработка вычислительного метода для расчёта аэродинамических характеристик двумерных тел с учётом влияния близости земли. Задача о движении аэродинамического профиля вблизи экрана имеет наряду с практическим и теоретический интерес, поскольку близость экрана изменяет характер зависимостей аэродинамических характеристик от угла атаки, которые имеют место в безграничном потоке. Зависимости коэффициента подъёмной силы от угла атаки для различных отстояний от экрана становятся нелинейными, что приводит к необходимости проводить расчёты для каждого сочетания угла атаки и отстояния от экрана. Для апробации новых методов расчёта необходимо иметь точные решения, которые имеются для задачи обтекания пластины несжимаемой идеальной жидкостью (НИЖ) вблизи экрана [1-4]. Точные решения основаны на применении теории функций комплексного переменного (ТФКП) и конформного преобразования. Расчёты подъёмной силы пластины вблизи экрана сводятся к вычислению тэта-функций [2, 4]. Другим эффективным методом расчёта задачи обтекания пластины вблизи плоского экрана является метод особенностей, в котором также используется ТФКП и запись комплексного потенциала [5, 6]. Особенностью методов [5, 6] является применение метода отражений. Однако у этого метода есть одно важное ограничение по применению, а именно: симметричное отражение профиля можно осуществить только для плоского экрана, что существенно сужает круг решаемых задач.

В работе использован численно-аналитический метод (ЧАМ) [7] для расчёта подъёмной силы пластины вблизи экрана. Отличительной особенностью данного подхода является моделирование экрана дискретными вихрями, что позволяет моделировать неплоские экраны, которые могут являться следствием образования волн на поверхности раздела сред или пограничного слоя на плоском экране.

Постановка задачи. Рассматривается безотрывное циркуляционное обтекание двумерного тела вблизи плоского неподвижного экрана (рис. 1). Среда считается НИЖ.

Используется ТФКП, в рамках которой запись комплексного потенциала W определяет решение задачи. Важными в ТФКП являются функции преобразования $f(z)$ двумерных контуров в физической плоскости z во внешность окружности в комплексной вспомогательной плоскости ζ (плоскость Римана). Для таких двумерных тел как пластина, эллипс и профиль Жуковского используется функция преобразования – функция Жуковского, которая для пластины имеет следующий вид

$$\zeta = f(z) = z + \sqrt{z^2 - a^2},$$

где $z = x + iy$ – комплексная переменная; x, y – абсцисса и ордината декартовой системы координат (рис. 1); $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица; a – полуширина пластины.

В рамках ЧАМ моделирование плоского неподвижного экрана выполняется с помощью набора точечных вихрей, равномерно распределённых по поверхности экрана. В этом случае комплексный потенциал течения записывается в виде [7]

$$W(\zeta) = \frac{1}{2} \left(\bar{V}_\infty \zeta + \frac{V_\infty R^2}{\zeta} \right) + \frac{1}{2\pi i} \sum_{j=1}^{m+1} \Gamma_j \ln \frac{(\zeta - \zeta_{vj}) \zeta}{\zeta - \bar{\zeta}_{vj} \frac{R^2}{\zeta}}, \quad (1)$$

где n – количество дискретных вихрей, размещённых на экране; $\Gamma_j, \zeta_{vj}, \bar{\zeta}_{vj}$ – соответственно интенсивность, комплексная и сопряжённая координата j -го вихря, расположенного во вспомогательной плоскости; $R = a$ – радиус окружности, на которую конформно отображается пластина; V_∞, \bar{V}_∞ – комплексная и сопряжённая скорости на бесконечности, соответственно.

Поле скоростей в физической плоскости определяется через производную от комплексного потенциала

$$\frac{dW}{dz} = \frac{dW}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dz} = \bar{v} = u - iv, \quad (2)$$

где u и v – компоненты скорости вдоль осей OX и OY , соответственно (рис. 1).

Для нахождения неизвестных интенсивностей вихрей Γ_j вводятся по экрану контрольные точки, в которых удовлетворяются условия непротекания. Особенностью расчётной схемы является корректность расположения контрольной точки вблизи заданной кромки пластины при отстоянии от экрана $H \rightarrow 0$. Это обеспечивает согласованность граничных условий и хорошую обусловленность системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

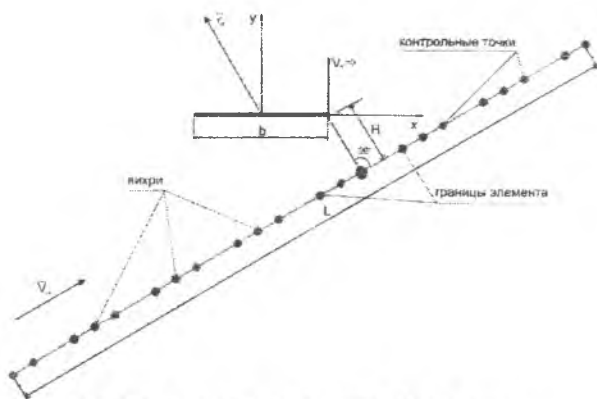


Рис. 1. Расчётная схема пластины вблизи экрана

Задача сводится к решению СЛАУ, физический смысл которой состоит в удовлетворении условий непротекания в контрольных точках. Для обеспечения циркуляционного обтекания используется гипотеза Жуковского-Чаплыгина-Кутта об ограниченности скорости на задней кромке. Дополнительный $(n+1)$ -ый вихрь располагается во вспомогательной плоскости в центре окружности. На основании комплексного потенциала (1) составляется СЛАУ вида

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{\Gamma} = \mathbf{R}, \quad (3)$$

в которой матрица аэродинамического влияния \mathbf{A} заполняется на основании коэффициентов при Γ_j комплексного потенциала (1); $\mathbf{\Gamma}$ – вектор-столбец неизвестных интенсивностей; \mathbf{R} – вектор-столбец правых частей, образованный коэффициентами, полученными из первых двух слагаемых комплексного потенциала (1). Система решается стандартными методами. После нахождения неизвестных интенсивностей можно построить поле скоростей по формуле (2). Интегрирование дифференциального уравнения для линий тока

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \quad (4)$$

позволяет построить картину течения в виде распределения линий тока.

Подъемная сила по формуле Жуковского определяется выражением

$$Y_a = -\rho |V_\infty| \Gamma,$$

где ρ – плотность среды.

Используя коэффициент подъемной силы в виде

$$C_{y0} = \frac{2\gamma_a}{\rho V_\infty^2 b}$$

где $b = 2a$ – хорда пластины, и введённую безразмерную циркуляцию

$$\bar{\Gamma} = \frac{\Gamma}{V_\infty b}$$

можно записать формулу для вычисления коэффициента подъёмной силы пластины в виде

$$C_{y0} = -2\bar{\Gamma}$$

Результаты расчёта. Линии тока течения около пластины вблизи экрана, построенные на основании интегрирования дифференциального уравнения (4), показаны на рис. 2. На рис. 2 также показаны точки: передняя критическая точка (точка торможения) и начальная точка итераций по методу Мюллера для её определения. На рис. 2 также приведён эллиптический контур, по которому производилось интегрирование для вычисления суммарной циркуляции Γ , которая также для сравнения определялась на основании теоремы Стокса интенсивностью вихря Γ_{n+1} . Для верификации математической модели использовалось известное аналитическое решение для плоской пластины [4], обтекаемой под углом атаки вблизи плоского экрана. Результаты сравнения расчётов по ЧАМ и точному решению представлены в виде относительного коэффициента подъёмной силы

$$\bar{C}_{y0} = \frac{C_{y0\text{ЧАМ}}}{C_{y0\text{точ}}}$$

где $C_{y0\text{точ}} = 2\pi \sin \alpha$ – коэффициент подъёмной силы, вычисленный по точной теории для обтекания пластины безграничным потоком [2–4]; $C_{y0\text{ЧАМ}}$ – коэффициент подъёмной силы, рассчитанный для пластины, расположенной на отстоянии H от экрана.

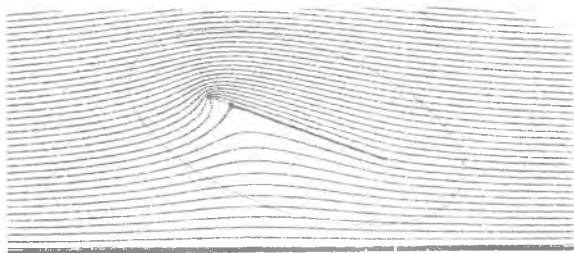


Рис. 2. Обтекание пластины под углом атаки 20 градусов вблизи экрана

На рис. 3 представлены результаты сравнения точного [4] и ЧАМ, где введено обозначение $\bar{H} = H/b$ – относительное отстояние пластины от экрана.

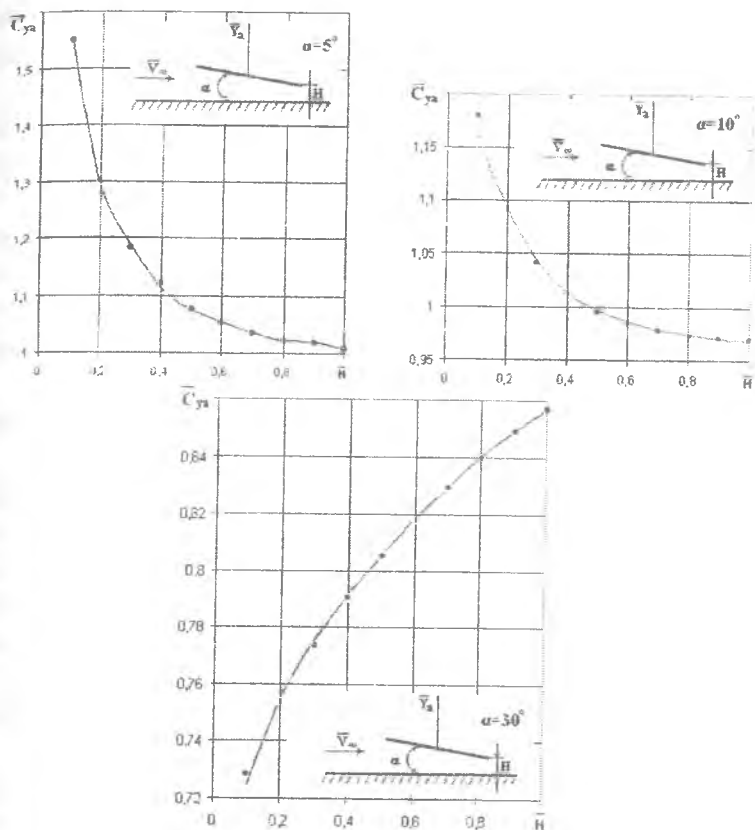


Рисунок 3 – Сравнение результатов расчёта по ЧАМ с точным решением [4]
 • – точное решение [4]; — — расчёт по ЧАМ

Сравнение, приведённое на рис. 3, показывает высокую точность расчёта по ЧАМ (относительная погрешность менее 2%). Расчёты показали, что для достижения такой точности на поверхности экрана достаточно разместить 1000 дискретных вихрей, а размеры экрана должны быть не менее $10b$. Подъёмная сила пластины по мере приближения к экрану увеличивается для углов атаки 5° и 10° и превышает значение той же величины при обтекании безграничным потоком. Так при угле атаки $\alpha = 5^\circ$ и относительном отстоянии от экрана $\bar{H} = 0,2$ превышение относительного коэффициента

подъёмной силы составляет примерно 30%. При больших углах атаки коэффициент подъёмной пластины вблизи экрана, напротив, уменьшается. Например, при обтекании пластины под углом атаки 30° и относительном отстоянии от экрана $\bar{H} = 0,2$ наблюдается уменьшение относительного коэффициента подъёмной силы, которое составляет примерно 25%. Подобные результаты для пластины получены также в работах [1. 3-6]. Таким образом, моделирование экрана дискретными вихрями в рамках ЧАМ позволяет с достаточно высокой точностью решать задачи обтекания пластины вблизи экрана.

Библиографический список

1. Tomotika S. The forces acting on aerofoil approximate Joukowski type in a stream bounded by a plan wall //The Quarterly J. of Mechanics and Applied Mathematics – 1951. – V.4.
2. Седов, Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики [Текст]/ Л.И. Седов – М.: Наука, 1980 – 448 с
3. Басин, М.А. Гидроаэродинамика крыла вблизи границы раздела сред [Текст]/ М.А. Басин, В.П. Шадрин. – Л.: Судостроение, 1980. – 304 с.
4. Терентьев, А. Г., Каргузова Т. В. Численное исследование обтекания профиля вблизи экрана //Иzv. национ. акад. наук и искусств Чув. рес. – 1996. – №6. – С.94-104.
5. Ивантеева, Л.Г. Расчёт аэродинамических характеристик профиля вблизи экрана при заданных значениях его геометрических параметров [Текст]/ Л.Г. Ивантеева, С.И. Коновалов, Г.А. Павловец // Учёные записки ЦАГИ. – 1980. – Т. XI. – №2. – С. 1-9.
6. Горелов, Д.Н. Движение профиля вблизи экрана [Текст]/ Д.Н. Горелов, С.И. Горлов // Прикл. мех. и техн. физ. – 1995 – №1. – С. 47-52.
7. Фролов, В.А. Численно-аналитический метод решения задач потенциального течения около группы двумерных тел [Текст]/ В.А. Фролов // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. – 2004. – №1 (5). – С. 52-60.