

УДК 532.526.5

Буренко М.В., Шахов В.Г.

ВЛИЯНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ ДВИЖЕНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ НА ЕГО СОПРОТИВЛЕНИЕ ТРЕНИЯ

Теория нестационарного пограничного слоя, начавшая развиваться почти одновременно с теорией стационарного слоя, значительно отстаёт от последней по степени разработки методов расчёта. Причина сравнительной сложности решения задач нестационарного пограничного слоя заключается в наличии в его уравнениях наряду с членами, выражающими конвективное ускорение, ещё дополнительного члена – локального ускорения [1]

Первые исследования в области теории нестационарного пограничного слоя были выполнены вскоре после появления теории Прандтля его сотрудником Блазиусом, который рассмотрел вопрос о внезапном приведении покоящегося цилиндрического тела в равномерное движение, а также равномерно ускоренное движение. Голдстейн и Розенхед дополнили решение Блазиуса расчётом следующего приближения. Гёртлер дал решение задачи о пограничном слое на цилиндрическом теле при степенном законе возрастания скорости движения со временем. Ватсон обобщил решение Гёртлера на случай любого не целого показателя степени и экспоненциального закона возрастания скорости. Представляющую особую сложность задачу о приведении в движение пластинки в своей плоскости рассмотрели В. В. Струминский и Л. А. Розин [2, 3].

В работе была исследована задача решения уравнений ламинарного пограничного слоя с применением метода конечных разностей.

Для интегрирования уравнений двумерного нестационарного слоя используется функция тока и преобразование Фолкнера-Скэн [4]. Таким образом, уравнение движения и граничные условия записываются следующим образом:

$$(bf'')' + P_1 f f'' - P_2 (f')^2 + P_3 = x \left(f' \frac{\partial f'}{\partial x} - f'' \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{1}{u_0} \frac{\partial f'}{\partial t} \right);$$

$$\eta = 0: f = f' = 0; \quad \eta = \eta_e: f' = u_e, u_0,$$

где $f = f(\eta, x, t)$ – безразмерная функция тока; b – безразмерная эффективная вязкость; t – время; x – продольная координата, отсчитываемая вдоль поверхности обтекаемого тела; $\eta = y / u_0^{1/2}(x)$ – переменная Блазиуса; η_e – значение η на внешней границе по-

граничного слоя; y – координата, отсчитываемая по нормали к обтекаемой поверхности; ν – коэффициент кинематической вязкости жидкости; $u_e = u_e(x, t)$ – скорость невязкого течения на внешней границе пограничного слоя; $u_0 = u_0(x)$ – скорость невязкого течения на внешней границе пограничного слоя в момент времени $t = 0$; штрих над переменной f означает производную по переменной η ;

$$P_1 = \frac{P_2 + 1}{2}; P_2 = \frac{x}{u_e} \frac{\partial u_e}{\partial x}; P_3 = \frac{x}{u_e^2} \left(u_e \frac{\partial u_e}{\partial x} + \frac{\partial u_e}{\partial t} \right)$$

Данное уравнение представим в виде системы уравнений первого порядка. Для этого введём новые независимые переменные $U(\eta, x, t), V(\eta, x, t)$:

$$\begin{aligned} f' &= U, \\ U' &= V, \end{aligned}$$

$$(bV)' + P_1 fV - P_2 U^2 + P_3 = x \left(U \frac{\partial U}{\partial x} - V \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{1}{u_0} \frac{\partial U}{\partial t} \right)$$

Для конечно-разностной сетки «куб» в пространстве x, t, η (рис. 1) конечно-разностные аналоги двух дифференциальных уравнений второго порядка и дифференциального уравнения первого порядка приводятся в [5].

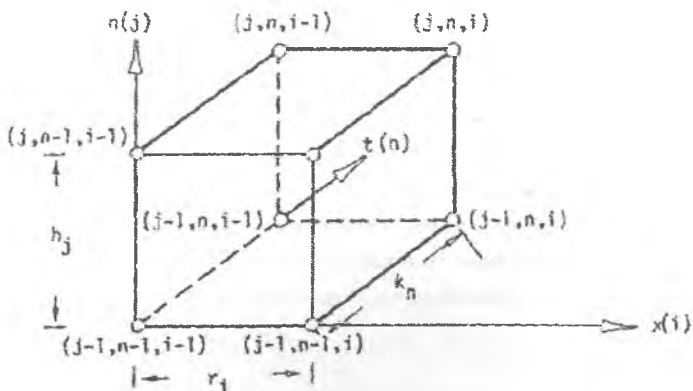


Рис. 1. Конечно-разностная сетка для схемы «куб»

Окончательно преобразованная система записывается в матрично-векторной форме. В разработанной программе, составленной на алгоритмическом языке Fortran, данная система решается методом матричной прогонки [5].

Программа была протестирована для случая обтекания круглого цилиндра. По-

лученные результаты полностью соответствуют результатам аналогичных исследований, приведённых в работах Себиси

Далее были исследованы случаи обтекания профилей NACA различной толщины. В первую очередь было найдено распределение скоростей на поверхности этих профилей для стационарного обтекания $u_0(x)$. Как и в [5], было принято, что $u_e(x, t) = u_0(1 + B \cos \omega t)$, а затем с помощью разработанной программы уравнения нестационарного пограничного слоя были проинтегрированы для случая обтекания профилей NACA-0012, NACA-0018, NACA-0021, NACA-0024. Здесь B – безразмерная амплитуда колебаний, а ω – их частота.

Были найдены все соответствующие характеристики потока: величина местного коэффициента поверхностного трения $C_f(x, t) = 2V(0, x, t) / \sqrt{R_x}$, толщина вытеснения

$$\delta^*(x, t) = (x / \sqrt{R_x}) \int_0^{\infty} (1 - U) d\eta,$$

толщина потери импульса

$$\delta^{**}(x, t) = (x / \sqrt{R_x}) \int_0^{\infty} U(1 - U) d\eta,$$

формпараметр $H = \delta^* / \delta^{**}$ и коэффициент полного сопротивления трения

$$C_f(t) = \int_0^{x_c} C_f(x, t) dx,$$

где $R_x = u_0 x / \nu$, x_c – координата окончания интервала интегрирования вдоль обтекаемой поверхности.

Построены соответствующие графики функций (рис. 2, 3 и 4), на которых показана зависимость указанных выше величин от расстояния, отмеряемого вдоль контура профиля, для различных моментов времени.

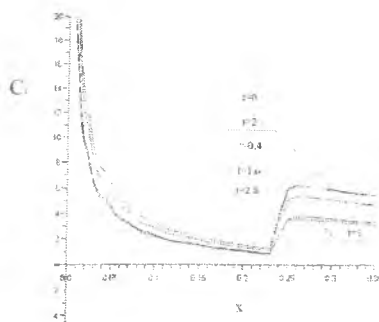
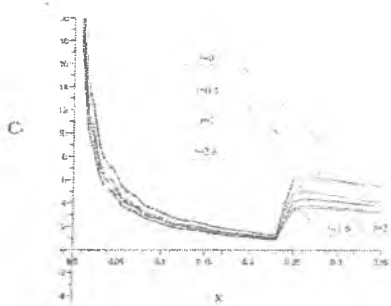


Рис. 2. Зависимость коэффициента сопротивления трения C_f от x для профиля NACA – 0024, $B = 0.125$, $\omega = \frac{\pi}{2}$ (слева) и $\omega = \pi$ (справа)

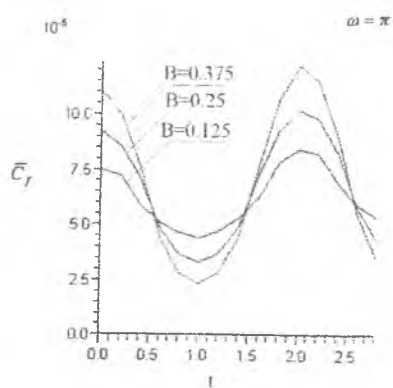
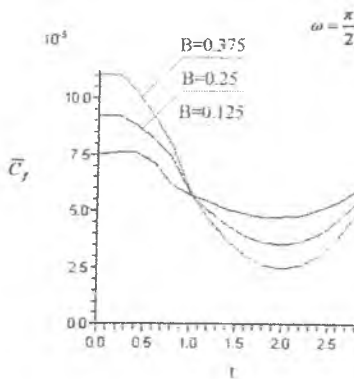


Рис. 3. Зависимость полного коэффициента сопротивления трения \bar{C}_f от времени t при $x_* = 0,88$ для профиля NACA – 0024

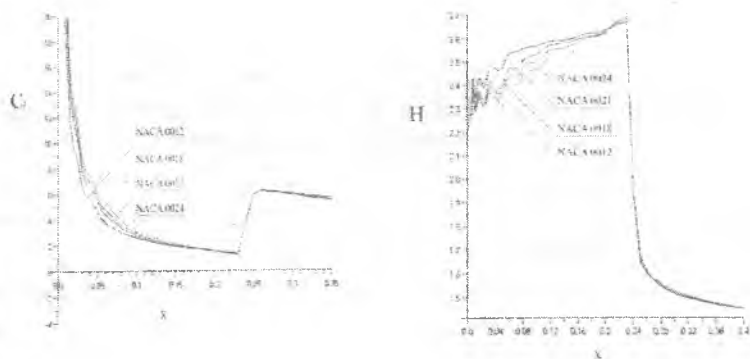


Рис. 4. Зависимость коэффициента сопротивления трения C_f и формпараметра H от x при $t = 0.2$ для профилей NACA различной толщины, $\omega = \frac{\pi}{2}$, $B = 0,125$

Библиографический список

1. Шлихтинг, Г. Теория пограничного слоя [Текст]/ Г. Шлихтинг, Л.Г. Лойцянский, Г.А. Вольперт. – М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1969. – 742 с.
2. Лойцянский, Л.Г. Ламинарный пограничный слой [Текст]/ Л.Г. Лойцянский. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. – 479 с.
3. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкости и газа [Текст]/ Л.Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1978. – 736 с.
4. Cebeci, T. Calculation of Laminar and Turbulent Boundary Layers for Two-dimensional Time-dependent Flows [Text]/ T. Cebeci// NASA CR-2820. – Washington, D.C.: Nation Aeronautics and Space Administration, 1977. – 31 p.
5. Cebeci, T. A Computer Program for Calculation Laminar and Turbulent Boundary Layers for Two-dimensional Time-dependent Flows [Text]/ T. Cebeci, L.W. Carr// NASA-TM-78470. – Washington, D.C.: Nation Aeronautics and Space Administration, 1978. – 59 p.