УДК 629.7.017.1

Каргин Н.Т.

УТОЧНЕННАЯ МОДЕЛЬ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ С ПЛАСТИНОЙ ПОД УГЛОМ

Представленная в работе [1] математическая модель рикошетирования сферического ударника на тонких пластинах на углах соударения до 5° дает расхождение расчетных выходных параметров от экспериментальных на 15…40% в сторону уменьшения. Такое расхождение объясняется несовершенством математической модели, которое заключается в следующем:

1. При определении давления, действующего на поверхность сферического ударника применялась гидродинамическая модель обтекания шара сверхзвуковым потоком, в которой давление по поверхности взаимодействия сферической частицы изменяется по закону $\cos^2 \varphi$:

$$p = \left(HB \cdot K_д + \frac{\rho_п \cdot V^2}{2} \right) \cos^2 \varphi , \qquad (1)$$

где HB – твердость материала пластины по Бринеллю,

$\rho_п$ – плотность материала пластины,

V – скорость взаимодействия;

$K_д$ – коэффициент, учитывающий динамический характер взаимодействия:

$$K_д = 1 + \sqrt{\left(\overline{V} \cdot \overline{\rho}_п\right)} . \qquad (2)$$

В эксперименте скорость соударения намного меньше скорости звука в материале среды (пластины), что приводит к изменению характера распределения давления по поверхности ударника и изменению вида коэффициента $K_д$, принятого в модели.

2. В представленных в исходной модели составляющих силы сопротивления внедрению ударника в пластину

$$\begin{cases} P_x' = 2 \cdot p_0' \cdot R^2 \cdot \left(J_1 \cdot \cos\psi - J_2 \sin\psi\right), \\ P_y = 2 \cdot p_0 \cdot R^2 \cdot \left(J_1 \cdot \sin\psi + J_2 \cdot \cos\psi\right) \end{cases} \qquad (3)$$

не учтены энергетические потери за счет трения, плавления металла в зоне контакта ударника и пластины; пластические и упруго-пластические деформации пластины в зоне взаимодействия, податливость пластины за счет пластического и упругого прогиба.

С целью уточнения математической модели в (1) введем коэффициент K_p, учитывающий отличие изменения закона распределения давления по поверхности ударника при соударении с металлическими пластинами от распределения давления по гидродинамической теории и в (2) – неизвестный коэффициент K_l, учитывающий погрешность выбранного закона изменения $K_д$:

$$K_д = 1 + K_1 \sqrt{\left(\overline{V} \cdot \overline{\rho}_н\right)}, \tag{4}$$

где $\overline{\rho}_н = \dfrac{\rho_н}{\rho_o}$; ρ_o – плотность материала частицы (ударника).

В (3) введем коэффициент K_x, учитывающий трение ударника о пластину, наличие прослойки жидкого металла в зоне контакта, явление «прокатывания» ударника по пластине и др., и K_y коэффициент, учитывающий податливость пластины

Тогда составляющие силы сопротивления внедрению примут вид:

$$\begin{cases} P_x = 2 \cdot K_x \cdot K_p \cdot p_o \cdot R^2 \cdot \left(J_1 \cdot \cos\psi - J_2 \sin\psi\right), \\ P_y = 2 \cdot K_y \cdot K_p \cdot p_o \cdot R^2 \cdot \left(J_1 \cdot \sin\psi + J_2 \cdot \cos\psi\right), \end{cases} \tag{5}$$

где

$$p_o = \left(HB \cdot \left(1 + K_1 \cdot \left(\overline{V} \cdot \overline{\rho}_н\right)^{1/2}\right) + \frac{\rho_н \cdot V^2}{2} \right). \tag{6}$$

Под действием неучтенных математической моделью факторов величина силы сопротивления внедрению должна уменьшаться. В (5) это уменьшение произойдет за счет коэффициентов K_p, K_x и K_y, значения которых находятся в пределах:

$$K_{p\,min} < K_p \le 1; \qquad K_{xo} < K_x \le 1; \qquad K_{yo} < K_y \le 1.$$

Из анализа экспериментальных данных полагаем, что изменение K_p поисходит по закону:

$$K_p = 1 - a\overline{V} e^{-r\overline{V}^2}, \tag{7}$$

где $\overline{V} = \dfrac{V}{V_{зв}}$,

V – текущая скорость внедрения ударника,

$V_{зв}$ – скорость звука в материале пластины,

a, r – поправочные коэффициенты.

Изменение значений коэффициентов K_x и K_y зададим в виде:

$$K_x = K_{xo} + \left(1 - K_{xo}\right) e^{-c\xi_x}, \tag{8}$$

где $\quad \xi_x = \dfrac{\rho_n V^2}{2H_{BA}}$ – комплексный параметр функции,

K_{xo} – значение коэффициента K_x при $\xi_x \to \infty$,

с – поправочный коэффициент,

H_{BA} – твердость аллюминия по Бринеллю;

$$K_y = K_{yo} + \left(1 - K_{yo}\right)e^{-в\xi_y}, \tag{9}$$

где $\quad \xi_y = \dfrac{2}{3}\dfrac{\bar{\rho}V_o \sin\psi_o}{\bar{\delta}_n V_{зв}}$ – комплексный параметр функции,

$\bar{\rho} = \dfrac{\rho_o}{\rho_n}, \quad \bar{\delta}_n = \dfrac{\delta_n}{d_o},$

δ_n – толщина пластины, d_o – диаметр ударника.

$V_{зв} = \sqrt{\dfrac{E_n}{\rho_n}}$ – скорость звука в материале пластины,

K_{yo} – значение коэффициента K_y при $\xi_y \to \infty$.

Подставив в исходную математическую модель, представленную в [1], соотношения (5) с коэффициентами K_x, K_y, K_p, характер изменения которых задан, получим уточненную математическую модель соударения сферического ударника с пластинами на углах рикошетирования:

$$m\frac{dV_x}{dt} = 2K_x K_p p_o R^2\left(J_1\cos\psi - J_2\sin\psi\right),$$

$$m\frac{dV_y}{dt} = 2K_y K_p p_o R^2\left(J_1\cos\psi + J_2\sin\psi\right),$$

$$\frac{dx}{dt} = V_x,$$

$$\frac{dy}{dt} = V_y.$$

Из (4) и (7)-(9) следует, что в коэффициентах K_o, K_p, K_x, K_y содержатся семь неизвестных параметров: K_{xo}, K_{yo}, K_1, a, $в$, с, ν, отыскание которых можно осуществить, используя метод математического программирования по минимизации функции отклика, являющейся суммой модулей отклонения экспериментальных и теоретических значений: скорости, угла и длины повреждения пластины:

$$min\, y(x), \tag{10}$$

где $\bar{x} = \{x_1,...,x_n\}$ – вектор переменных, $\bar{x}_{min} \le \bar{x} \le \bar{x}_{max}$ – зона поиска,

$\bar{x}_{min} = \{x_{1min}, x_{2min}, ..., x_{nmin}\}$, $\bar{x}_{max} = \{x_{1max}, x_{2max}, ..., x_{nmax}\}$.

В рассматриваемом случае

$$min\, y(\bar{x}) = |1 - \bar{V}| + |1 - \bar{L}| + |1 - \bar{\psi}| , \tag{11}$$

где $\bar{V} = \dfrac{V_{pp}}{V_{эр}}$; $\bar{L} = \dfrac{L_{pp}}{L_{эр}}$; $\bar{\psi} = \dfrac{\psi_{pp}}{\psi_{эр}}$,

$V_{эр}$, $L_{эр}$; $\Psi_{эр}$ – соответственно экспериментальные значения скорости, длины повреждения пластины и угла рикошета.

Расчетные значения параметров рикошетирования определяются следующим образом:

$$V_{pp} = f_1(\bar{x}),\ L_{pp} = f_2(\bar{x}),\ \psi_{pp} = f_3(\bar{x}),$$

где $x = \{x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5,\ x_6,\ x_7\}$.

$x_1 = K_{\nu o}$,	$x_4 = в$,	$x_6 = a$,
$x_2 = c$,	$x_5 = K_l$,	$x_7 = r$,
$x_3 = K_{yo}$.		

Задачу (11) преобразуем к виду:

$$min\, y(\bar{x}) = |1 - f_1(\bar{x})| + |1 - f_2(\bar{x})| + |1 - f_3(\bar{x})|. \tag{12}$$

Поиск $min\, y(\bar{x})$ произведем при значениях:

$0{,}3 \le x_1 \le 1{,}0$;	$1{,}0 \le x_4 \le 4{,}0$;	$1{,}0 \le x_6 \le 10{,}0$;
$1{,}0 \le x_2 \le 4{,}0$;	$0{,}5 \le x_5 \le 3{,}0$;	$10{,}0 \le x_7 \le 30{,}0$;
$0{,}3 \le x_3 \le 1{,}0$		

Значения $min\, y(\bar{x})$, а также $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ трехкратно находятся для каждого эксперимента и по ним определяются значения средневзвешенных параметров:

$$x_{ij\,cp} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{y_i} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{y_i}},$$

где n – количество проведенных вычислений,

i – номер вычисления,

j – номер параметра,

y_i – значение минимальной функции отклика y_{min} в i-ом вычислении,

x_{ij} – значение j-го параметра в i-ом вычислении.

Результаты вычислений средневзвешенных параметров приведены в таблице 1.

Таблица 1

K_{xo}	K_{yo}	K_I	a	$в$	с	r
0,8103	0,8460	2,8535	8,12827	2,6579	2,8865	28,4138

На основании экспериментальных исходных данных и данных таблицы 1 согласно (4), (7), (8) и (9) определяются значения поправочных коэффициентов K_x, K_y, K_p, $K_д$ уточненной математической модели.

Сопоставление соответствующих экспериментальных и полученных модельных значений выходных параметров рикошетирования дает погрешность в пределах 5…10 %, что говорит об адекватности уточненной математической модели соударения сферического ударника с пластинами на углах рикошетирования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Каргин Н.Т., Юмашев Л.П. Модель высокоскоростного взаимодействия сферической механической частицы с пластиной под углом //Сб.тр. X Всерос. научно-техн. семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. – Самара, 2002.-- С. 219-222.