ББК 39.52

Базоев Т.Х., Жучков И.А., Кулашев М.Ф., Лежнев М.В., Рябухин М.И.

РАСЧЕТ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ ВНЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ ОБЛАСТИ СВОБОДНОЙ ЗАТОПЛЕННОЙ ПЛОСКОЙ ИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ СТРУИ

Эжектирующее действие турбулентных струй вызывает вторичные потенциальные течения, знание которых необходимо при решении многих практических задач. Впервые задача о таких течениях применительно к осесимметричной затопленной струе в неограниченном пространстве была решена Л.Д. Ландау [1]. В [2] аналогичная задача была решена для плоской турбулентной струи, а в [3] приведено решение аналогичных задач методом интегральных соотношений. Однако автор ограничился выводом формул, позволяющих построить только линии тока, проиллюстрировав полученные решения без указания числовых значений как координат, так и функций тока.

В настоящей работе показана методика расчета линий тока и поля скоростей потенциального потока вне турбулентной области свободной затопленной плоской изотермической струи в безразмерной форме, которая позволила построить обобщенную картину течения, не зависящую от начальных условий истечения струи.

Согласно [3], рассматриваемому течению в полярных координатах r и θ $(x = r\cos\theta, y = r\sin\theta)$ соответствует функция тока:

$$\psi = -2C_1 r^{\frac{1}{2}} \cos\frac{\theta}{2}, \tag{1}$$

где

$$C_1 = \frac{q_0}{4}\frac{\sqrt{\cos\theta_0}}{\cos\frac{\theta_0}{2}}; \tag{2}$$

$$q_0 = \frac{a_1}{a_2}(J/\rho)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{96}{7}\chi\right)^{\frac{1}{2}}; \tag{3}$$

$$\chi = \frac{1}{24}tg\theta_0; \tag{4}$$

$$a_1 = \frac{2}{5};\ \ a_2 = \frac{2}{7}; \tag{5}$$

J – избыточный импульс струи; ρ – плотность жидкости в струе; θ_0 – угол полураствора струи.

В рассматриваемом случае плотность жидкости в струе и вне ее одинакова. Поэтому, учитывая закон сохранения избыточного импульса, можем записать:

$$\frac{J}{\rho} = \frac{J_0}{\rho} = 2U_0^2\delta_0 = U_0^2 h_c, \qquad (6)$$

где J_0 – начальный избыточный импульс струи; δ_0 – половина начальной толщины струи; h_c – высота щелевого сопла; U_0 – скорость истечения струи.

Таким образом, получаем:

$$C_1 = 0{,}263\frac{\sqrt{h_c \sin\theta_0}}{\cos\frac{\theta_0}{2}}U_0; \qquad (7)$$

$$\psi = -0{,}526U_0\frac{\sqrt{h_c r \sin\theta_0}}{\cos\frac{\theta_0}{2}}\cos\frac{\theta}{2}. \qquad (8)$$

Введем безразмерные величины:

$$\overline{\psi} = \frac{\psi}{U_0 \cdot h_c}; \quad \overline{r} = \frac{r}{h_c}. \qquad (9)$$

Тогда выражение (8) примет вид:

$$\overline{\psi} = -0{,}526\frac{\sqrt{\overline{r}\sin\theta_0}}{\cos\frac{\theta_0}{2}}\cdot\cos\frac{\theta}{2}. \qquad (10)$$

Отсюда при $\overline{\psi} = const$ получаем уравнение линии тока:

$$\overline{r}_1 = 3{,}573\overline{\psi}^2\frac{1+\cos\theta_0}{\sin\theta_0(1+\cos\theta)}. \qquad (11)$$

В декартовых координатах:

$$\overline{x}_1 = \overline{r}_1\cos\theta; \quad \overline{y}_1 = \overline{r}\sin\theta, \qquad (12)$$

где индекс "1" соответствует линии тока.

Компоненты скорости потока вне турбулентной области определяются по формулам [3]:

$$U_\theta = C_1 r^{-\frac{1}{2}}\cos\frac{\theta}{2}, \qquad (13)$$

$$U_r = C_1 r^{-\frac{1}{2}}\sin\frac{\theta}{2}. \qquad (14)$$

Для расчета поля скоростей потенциального потока воспользуемся потенциалом скорости φ из [4].

В полярной системе координат

$$U_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} = C_1 \cdot r^{-\frac{1}{2}} \cos\frac{\theta}{2}. \qquad (15)$$

Отсюда

$$\varphi = 2C_1 r^{\frac{1}{2}} \sin\frac{\theta}{2} + C_2. \qquad (16)$$

Постоянную C_2 находим из условия, что при $\theta = \pi$ компонента скорости $U_\theta = 0$. Отсюда $C_2 = 0$.

Таким образом

$$\varphi = 2C_1 r^{\frac{1}{2}} \cdot \sin\frac{\theta}{2}. \qquad (17)$$

Отсюда получаем уравнение эквипотенциальной линии ($\varphi = const$):

$$r_2 = \frac{\varphi^2}{4 \cdot C_1^2 \cdot \sin^2(\theta/2)}, \qquad (18)$$

где индекс "2" означает эквипотенциальную линию.

Введя безразмерные величины:

$$\overline{\varphi} = \frac{\varphi}{U_0 h_c}; \quad \overline{r}_2 = \frac{r_2}{h_c}; \quad \overline{C}_1 = \frac{C_1}{U_0\sqrt{h_c}},$$

получим:

$$\overline{r}_2 = 3{,}56\frac{1+\cos\theta_0}{tg\theta_0}\frac{\overline{\varphi}^2}{\sin^2(\theta/2)}, \qquad (19)$$

$$\overline{C}_1 = 0{,}263\frac{\sqrt{\sin\theta_0}}{\cos\frac{\theta_0}{2}}, \qquad (20)$$

$$\overline{U}_\theta = \frac{U_\theta}{U_0} = \frac{\overline{C}_1}{\sqrt{\overline{r}}}\cos(\theta/2), \qquad (21)$$

$$\overline{U}_r = \frac{U_r}{U_0} = \frac{\overline{C}_1}{\sqrt{\overline{r}}}\sin(\theta/2). \qquad (22)$$

Координаты точек линий (19) в декартовой системе координат определяются по формулам (12).

Формулы (11), (19), (20-22) позволяют полностью рассчитать движение жидкости вне турбулентной области плоской затопленной изотермической струи в обобщенной безразмерной форме, независимо от начальной скорости истечения струи. Для этого необходимо и достаточно знать угол полураствора струи θ. Согласно [3], этот угол в дозвуковом диапазоне скоростей истечения универсален и для плоской затопленной струи составляет около $11^\circ 30'$.

Эжектирующее действие струи сказывается на всей длине основного участка, достигающего $40 \div 50$ высот сопла. Приняв $\bar{r}_{1\max} = \bar{r}_{2\max} = 50$, $\theta_0 = 11^\circ 30'$, получаем предельные значения $\bar{\varphi}$ и $\bar{\psi}$:

$$\bar{\psi}_{\max} = 2{,}0; \qquad \bar{\varphi}_{\max} = 2{,}0.$$

Результаты расчета обобщенной картины потенциального течения вне турбулентной области представлены на рис. 1.

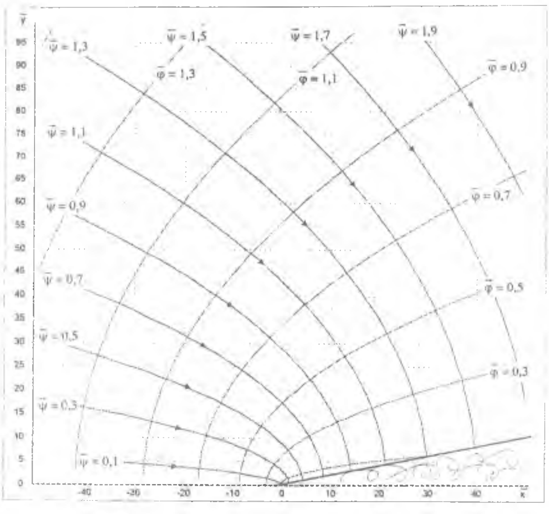

Рис. 1. Обобщенная картина течения вне турбулентной области плоской затопленной струи (стрелками обозначены линии тока).

На рис. 2 показана картина аналогичного течения, представленная в [3].

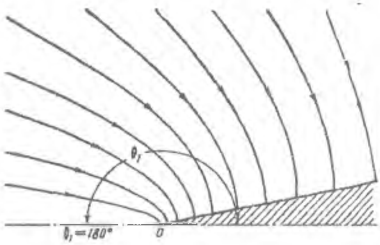

Рис. 2. Картина течения вне турбулентной области плоской затопленной струи по Гиневскому А.С.

Библиографический список

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. ГТТИ, 1953.
2. Павловский В.В. Течения, вызываемые турбулентными струями вне турбулентной области. Труды ЛПИ №198, 1958.
3. Гиневский А.С. Теория турбулентных струй и следов. Интегральные методы расчета. М., Машиностроение, 1969.
4. Краснов Н.Ф. Аэродинамика. Учебник для втузов. М., Высшая школа. 1977.