

$S_{\Sigma, 10} = -0.53616 \pm 15.76796$. Тогда матрица скалярного модального управления \bar{K}^T будет равна:

$$\bar{K}^T = \begin{bmatrix} -87.56; & -258.05; & 363.09; & 75.29; & -75.68; & -256.75; \\ & & & & & & 258.76; & 16.11 \end{bmatrix}$$

Результаты расчета переходных процессов $\psi(t)$ при $M_x = 209.6$ нм в системе (7) определили длительность управляемого модальным регулятором переходного процесса в 4.49 с против 13.20 с в неуправляемом переходном процессе.

Список литературы

1. Титов Б.А., Сычев В.В. Модальное формирование требуемых динамических свойств упругого КА //Труды XXIV чтений, посвященных разработке научного наследия и развития идей К.Э.Циолковского. Секция "Проблемы ракетной и космической техники". - М.:ИИЕТ АН СССР, 1990. - С. 97-103.
2. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. - М.: Машиностроение, 1976. - 183 с.
3. Летов А.М. Математическая теория процессов управления. - М.: Наука, 1981. - 255 с.
4. Титов Б.А., Горелова О.И. Совершенствование динамических свойств упругого КА посредством модального управления //Труды XV научных чтений по космонавтике, посвященных памяти академика С.П.Королева и других советских ученых - пионеров освоения космического пространства. - М.: ИИЕТ АН СССР, 1991. - С. 48-52.

УДК 629.7.015

Е.А.Филиппов

ПРИМЕНЕНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ КОМБИНИРОВАННЫМ МАНЕВРОМ ПОВОРОТА ПЛОСКОСТИ ОРБИТЫ

1. Рассматривается маневр поворота плоскости орбиты аэрокосмического аппарата, находящегося на низкой околоземной орбите. Траектория

маневра включает в себя атмосферный участок, на котором под действием аэродинамических сил происходит собственно поворот плоскости орбиты. Управление осуществляется изменением углов атаки, скоростного крена и тяги двигателя.

В работах /1-4/ рассмотрены трехимпульсные маневры поворота плоскости орбиты с атмосферным участком. Импульсная структура маневра позволила применить принцип максимума /5/ в качестве теоретической основы формирования двухканального (по углам атаки и крена) оптимального управления, применение которого приводит к необходимости решения краевой задачи высокого порядка. Решение такой задачи в большинстве случаев представляет значительные трудности и поэтому в упомянутых работах поставленная задача рассматривалась при значительных упрощениях аэродинамических характеристик аппарата, поля тяготения Земли и характеристик атмосферы. Таким образом, результаты, полученные в упомянутых работах, носят в значительной мере качественный характер и рассмотренный в них метод определения управления весьма затруднительно применить для расчета реального маневра. Задача трехканального управления при конечной величине тяги двигательной установки (ДУ) в известной автору литературе не рассматривалась.

В настоящей работе при оптимизации трехканального управления аэрокосмическим аппаратом используются численные методы на основе модифицированного метода последовательной линеаризации /6-10/, позволяющие формировать оптимальные траектории с протяженными активными участками.

2. Рассмотрим задачи определения оптимального управления углами атаки α , крена γ и величиной тяги ДУ при комбинированном маневре поворота плоскости орбиты на заданный угол ϕ_k в условиях отсутствия ограничений и при ограничении на тепловой поток в критической точке аппарата. На атмосферном участке маневра движение аппарата описывается известной системой уравнений седьмого порядка /1/.

В качестве функционалов-ограничений, в первой задаче рассматриваются конечные значения радиус-вектора r_k , соответствующего высоте конечной орбиты h_k , значение требуемого конечного угла поворота плоскости орбиты, конечное значение угла наклона траектории θ_k , конечное значение скорости V_k . Согласно /6/ функционалы-ограничения для первой задачи можно записать в виде:

$$F_1 = \int_{t_0}^{t_k} r dt - r_k = 0,$$

$$F_2 - \int_{t_0}^{t^k} h dt - h_k = 0,$$

$$F_3 - \int_{t_0}^{t^k} \theta dt - \theta_k = 0,$$

$$F_4 - \int_{t_0}^{t^k} V dt - V_k = 0.$$

Для второй задачи, кроме упомянутых функционалов, функционалом-ограничением является также величина максимального теплового потока в критической точке аппарата, определяемая по формуле

$$F_5 - Q_{\max} - Q_{доп} = \int_{t_0}^{t_q} Q dt - Q_{доп} = 0.$$

Здесь Q_{\max} - величина максимального теплового потока в критической точке; t_q - момент времени, в который величина теплового потока достигает максимума; $Q_{доп}$ - допустимая величина теплового потока. В качестве оптимизируемого функционала разумно принять изменение массы аппарата за время совершения маневра

$$F_6 - \int_{t_0}^{t^k} m dt \min.$$

3. Метод последовательной линеаризации [6] заключается в построении последовательности шагов улучшения управления. На каждом шаге вычисляется малое приращение $\delta u(t)$ опорного управления $u(t)$, позволяющее перейти к улучшенному управлению $u(t) + \delta u(t)$. Приращение $\delta u(t)$ находится из условий

$$\delta F_0[\delta u(t)] = \int_0^T \frac{\partial H}{\partial u} \delta u(t) dt + \min,$$

$$\delta u(t) \in \delta U \text{ при всех } t \in [0, T],$$

$$F_j[u(t)] + \delta F_j[\delta u(t)] = F_j[u(t)] + \int_0^T \frac{\partial H}{\partial u} \delta u(t) dt \leq 0 \quad (j=1, \dots, m),$$

где m - количество функционалов-ограничений, δU - малая окрестность опорного управления, H - функции Гамильтона. Следующий шаг улучшения управления выполняется аналогично. В качестве опорного принимается управление $u(t) + \delta u(t)$.

Управление величиной тяги ДУ оказывает значительно большее влияние на временную длительность траектории по сравнению с влиянием управления по каналам углов крена и этаки и не позволяет пренебречь влия-

нием изменения продолжительности полета вследствие малого приращения управления на приращение учитываемых функционалов. В связи с этим предлагается перейти от временного интервала $[0;T]$ к интервалу $[0;1]$ и соответствующим образом записать уравнения движения, выражения для функционалов и их производных /8/.

Возмущение управления $\delta u(t)$ определяется из решения задачи, являющейся линейным приближением исходной, при помощи итерационного метода решения задач линейного программирования. Для этого вектор управления ищется в классе кусочно-непрерывных функций с узловыми точками $t_i, i=\overline{1, N}$, в которых определяются значения вектора управления, функционалы, их производные по управлению и вычисляются малые приращения опорного закона управления, являющиеся решением задачи линейного программирования /7/. Кроме того переход к интервалу $[0;1]$ дает возможность ввести функцию распределения узловых точек $t_i, i=\overline{1, N}$, $l(t_i)$ позволяющую оптимальным образом разместить узловые точки. Формировать не только непрерывное, но и разрывное кусочно-линейное управление, и определять управление с учетом изменения длительности траектории.

4. В качестве примера, на рис.1,2 приведены результаты решения задач определения управления для комбинированного маневра поворота

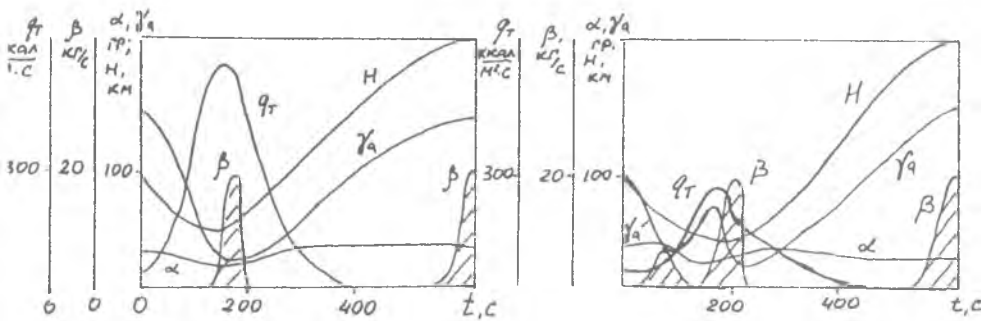


рис. 1.

рис. 2.

плоскости орбиты при ограничениях на углы атаки: $20^\circ < \alpha < 50^\circ$, крена: $-180^\circ < \gamma < 180^\circ$, массовый расход топлива $\beta \leq 19$ кг/с для случаев:

$$V_k = 7880 \text{ м/с}, \theta_k = 0^\circ, h_k = 200 \text{ км}, \psi_k = 5^\circ \text{ и}$$

$$V_k = 7880 \text{ м/с}, \theta_k = 0^\circ, h_k = 200 \text{ км}, \psi_k = 5^\circ, Q_{\text{доп}} = 300 \text{ ккал/м}^2 \cdot \text{с}.$$

Сравнение полученных приближенно-оптимальных программ управления для случая без ограничений на тепловой поток в критической точке с программами управления, приведенными в работах /1-4/, показало совпадение их качественного характера. Это позволяет сделать вывод о высокой эффективности предлагаемого метода при решении рассмотренной задачи определения приближенно-оптимального управления для комбинированного маневра поворота плоскости орбиты.

Список литературы

1. Шкадов Л.М., Буханова Р.С., Илларионов В.Ф., Плоких В.П. Механика оптимального пространственного движения летательных аппаратов в атмосфере. - М.:Машиностроение, 1972.
2. Гурман В.И., Салмин В.В., Шершнев В.М. Аналитическая оценка приближенно-оптимальных комбирированных разворотов //Космические исследования. - 1969. - Т.7. - С.819.
3. Балакин В.Л., Белоконов В.М., Шершнев В.М. Об оптимальных режимах поворота плоскости орбиты спутника Земли с использованием аэродинамических сил //Космические исследования. - 1974. - Т.12. - С.346.
4. Балакин В.Л., Белоконов В.М., Шершнев В.М. Комбинированный маневр поворота плоскости орбиты при наличии ограничений на режимы движения //Космические исследования. - 1976. - Т.14. - С.498.
5. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.В. Математическая теория оптимальных процессов. - М.:Физматгиз, 1976.
6. Федоренко Р.П. Приближенное решение задач оптимального управления. М.: Наука,1978.
7. Голубев Ю.Ф., Хайруллин Р.З. Метод последовательной линеаризации в задачах оптимального управления при входе в атмосферу. М.: ИПМ им. М.В.Келдыша. Препринт N 157.1985.
8. Голубев Ю.Ф., Серегин И.А. Хайруллин Р.З. Метод плавающих узлов в задачах оптимизации движения при спуске КА в атмосфере. М.: ИПМ им. М.В.Келдыша. Препринт N 50.1991.