

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ТРАЕКТОРИИ СВЕРХЗВУКОВОГО САМОЛЕТА ПРИ ЗАПУСКЕ МАЛОГО СПУТНИКА

1. Важным сегментом рынка пусковых услуг в последние годы стали малоразмерные искусственные спутники массой от 40 до 150 кг. Запуск таких спутников может осуществляться двумя способами: либо с использованием специально разработанных сверхлегких ракет-носителей наземного старта, либо с помощью многоразовых авиационно-ракетных комплексов, осуществляющих воздушный старт [1].

Для вывода на орбиту малых спутников массой до 160 кг в качестве самолета-носителя предлагается использовать сверхзвуковой истребитель МиГ-31.

Целью работы является определение энергетических возможностей самолета, именно определение максимальной высоты, с которой можно запускать ракету. Предполагается, что самолет набирает высоту, совершая маневр «динамическая горка», и старт ракеты происходит в верхней точке траектории набора самолетом высоты.

Значения аэродинамического качества, которые были получены при расчете по методике [2], наиболее близки к экспериментальным данным, полученным для подобного самолета [3].

2. С помощью метода потребных и располагаемых тяг определены наибольшая высота и скорость самолета, при которых возможен установившийся горизонтальный полет. Поэтому маневр начинается на высоте $H = 17,5$ км при скорости самолета $M = 2,8$.

Криволинейное движение самолета в вертикальной плоскости описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= 9,81 \left[\frac{P_0}{G} \cdot \xi(M, N) - \sin \theta - C_{w0}(M, C_{w0}) q \frac{S}{G} \right] \\ \frac{d\theta}{dt} &= 9,81 \left[\frac{C_{w0} q}{V} \frac{S}{G} - \frac{\cos \theta}{V} \right] \\ \frac{dt}{dt} &= 0,001 \cdot V \cdot \sin \theta; \end{aligned} \right\}$$

где t – текущее время, в секундах; V – скорость, в м/сек; θ – угол наклона траектории в радианах; H – высота, в километрах; G – сила тяжести самолета, в Н (принимается за постоянную); P_0 – статическая тяга, в Н (при $H=0$, $V=0$); f – постоянный коэффициент учитывающий форсирование или дросселирование тяги; $\xi(M, N)$ – высотно-скоростной

характеристика турбореактивного двигателя; C_{xa} – коэффициент силы лобового сопротивления; C_{ya} – коэффициент аэродинамической подъемной силы; $q = \rho V^2 / 2$ – скоростной напор, в Н/м²; S – площадь крыла, в м²; М – число Маха.

3. Маневр состоит из трех участков.

Первый участок: «вход в горку» – переход из режима установившегося горизонтального полета в режим набора высоты. Данный участок характеризуется двумя параметрами: перегрузка (принимается постоянной), с которой выполняется маневр, и $\theta_{горка}$ – угол, с которым самолет будет набирать высоту и который необходимо достигнуть в конце первого участка.

Коэффициент подъемной силы для первого участка определяется следующим образом: $C_{ya1} = \frac{n_{ya} G}{q \cdot S}$.

Если в процессе движения C_{ya} оказывается большим предельно допустимого значения $C_{ya}^{пред}$, то далее принимается: $C_{ya1} = C_{ya}^{пред}$.

Значение $C_{ya}^{пред}$ принимаем равным 1 на основе анализа экспериментальных данных для истребителей [3].

Условием перехода ко второму участку является достижение углом наклона траектории значения $\theta_{горки}$. Для более точного определения момента перехода от первого участка ко второму при приближении к значению $\theta_{горки}$ уменьшается шаг интегрирования до тех пор, пока не будет достигнута заданная точность: $\Delta\theta = |\theta_{горки} - \theta| \leq 0,001^\circ$.

На втором участке маневра самолет набирает высоту с постоянным углом наклона траектории $\theta_{горки}$. При этом, согласно второму уравнению движения (1): $\frac{d\theta}{dt} = 0$, коэффициент подъемной силы определяется следующим образом: $C_{ya2} = \frac{G \cos \theta_{горки}}{q \cdot S}$.

На третьем участке (участок «выход из горки») движение происходит с небольшой постоянной перегрузкой: $0 \leq n_{вых} < \cos \theta_{горки}$.

Остановка интегрирования происходит либо при переходе через ноль значения угла наклона траектории θ , либо при достижении эволютивной скорости – минимальной скорости, при которой возможно управление самолетом с помощью аэродинамических моментов.

Эволютивная скорость определяется по формуле: $V_{эв}(H) = \sqrt{\frac{2 \cdot q_{мин\ управл}}{\rho(H)}}$.

Для сверхзвукового самолета с крылом малого удлинения принимаем: $q_{мин\ управл} = 800 \frac{H}{M^2}$.

Для начальных значений перегрузки $n_{зад} = 3$ и угла наклона траектории $\theta_{горки} = 30^\circ$ получено значение набранной высоты в конце маневра $H = 28.8$ км.

4. Для поиска оптимального угла $\theta_{горки}$, обеспечивающего максимальную конечную высоту, использован метод градиентов. В качестве целевой функции используется зависимость высоты, набранной к концу маневра, от угла $\theta_{горки}$, т.е. функция одной переменной: $H_{выс} = f(\theta_{горки})$.

Первоначально определяется градиент целевой функции $grad H_{выс}(\theta_{горки}) = \frac{\partial H_{выс}}{\partial \theta_{горки}}$.

Так как данная функция получена в результате численного интегрирования поэтому не может быть задана аналитически, производная определяется численным методом через конечные разности:

$$\frac{\partial H_{выс}}{\partial \theta_{зад}} = \frac{\Delta H_{выс}}{\Delta \theta_{зад}} = \frac{H_{выс}(\theta_{горки} + \delta \theta_{горки}) - H_{выс}(\theta_{горки})}{\delta \theta_{горки}},$$

где $\delta \theta_{зад}$ – приращение по независимой переменной $\theta_{зад}$.

После того, как градиент найден, совершается шаг в направлении антиградиента $- grad H_{выс}(\theta_{горки})$.

Переход из одной точки в другую в направлении антиградиента осуществляет по соотношению:

$$\theta_{горки}^{k+1} = \theta_{горки}^k - h^k \frac{\partial H_{выс}}{\partial \theta_{горки}},$$

где $\theta_{горки}^{k+1}$ – значение $\theta_{горки}$ на k+1-ом шаге; $\theta_{горки}^k$ – значение $\theta_{горки}$ на k-ом шаге; h^k – величина, характеризующая длину k-го шага.

При оптимальном угле $\theta_{горки}$ значение производной $\frac{\partial H_{выс}}{\partial \theta_{зад}}$ равно нулю. Поэтому критерием остановки процесса поиска оптимального угла является условие: значение производной $\frac{\partial H_{выс}}{\partial \theta_{зад}}$ по модулю меньше или равно 0,01.

В результате поиска оптимального угла методом градиентов для $n_{yu} = 3$ был определен угол $\theta_{горки} = 37,1^\circ$, при котором достигается высота $H = 29$ км.

5. Метод градиентов применялся для оптимизации лишь по одному параметру $\theta_{горки}$. При этом предполагалось, что второй параметр n_{yu} является постоянным. Методом Ньютона осуществлен поиск оптимальных параметров для достижения максимальной высоты при изменении сразу двух параметров: $\theta_{горки}$ и n_{yu} .

Первоначально определяется значение оптимального угла методом градиентов при постоянной перегрузке. Затем дается малое приращение по перегрузке и определяется новое значение оптимального угла.

Правильность выбранного приращения (особенно его знака) определяется по приближению или удалению угла от оптимального значения.

Процесс интегрирования прекращается при одновременном выполнении двух условий (при заданной точности):

$$\begin{cases} \theta_{зад} = 0, \\ V_{конечная} = V_{эв}. \end{cases}$$

Первое условие определяется завершением маневра, второе условие определяется требованием управляемости самолета.

Поскольку критерием оптимальности является выполнение двух условий, необходимо количественно оценить, насколько значения параметров близки к оптимальным. Для этого исключается условие прекращения интегрирования при достижении эволютивной скорости. Остается одно условие: достижение нулевого угла наклона траектории. Количественной оценкой оптимальности данных параметров является запас по скорости - величина, показывающая насколько скорость самолета в конце маневра отличается от эволютивной.

При начальных значениях: $n_{yu0} = 2,78$; $\theta_{горки0} = 36,51^\circ$; $\Delta V_0 = -1,62$ м/с; $H_{к0} = 29,250$ км получены: $n_{yu1} = 2,9$; $\theta_{горки1} = 36,5^\circ$; $\Delta V_1 = -0,26$ м/с; $H_{к1} = 29,112$ км.

6. Применение метода Ньютона привело к уменьшению запаса по скорости. В рамках заданной точности выполняются оба условия, однако дальнейшие исследования показали, что при данных значениях начальных параметров метод Ньютона определяет локальный максимум высоты. Максимальная высота достигается при перегрузке $n_{yu} = 2,02$ и угле набора $\theta_{горки}^{оптим} = 31,6^\circ$.

Зависимости высоты H , числа M и угла атаки α (град) от времени t при $n_{va} = 2,02$ и $\theta_{\text{спрей}} = 31,6^\circ$ представлены на рисунке 1.

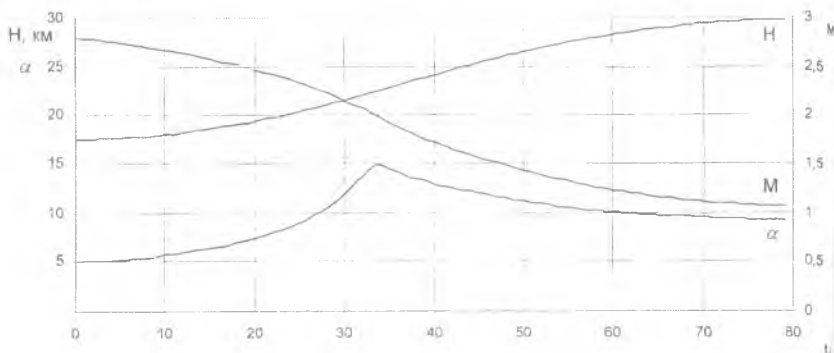


Рис. 1. Зависимость высоты, числа M и угла атаки от времени

Библиографический список

1. Балашов В.В., Бузулуков В.М., Давидеон Б.Х., Свириденко Е.А. Возможности и использования сверхзвуковых самолетов-носителей для запуска малых, мини- и микроспутников // Труды XXXVIII чтений, посвященных разработке научного наследия и развитию идей К.Э. Циолковского (Калуга, 2003). Секция «Проблемы ракетной космической техники». – Казань: Казанский государственный университет и В.И. Ульянова-Ленина, 2004, с. 132.
2. Головин В.М., Филиппов Г.В., Шахов В.Г. Расчет поляря и подбор винта к самолету. Учеб. пособие/ Самар. гос. аэрокосм. ун-т. Самара, 1992.
3. Чернов Л.Г. Некоторые особенности аэродинамической компоновки современного маневренного самолета-истребителя/ Полет. 1999, №5, с. 42-46.