УДК 629.7.017.1

Кучеров А.С.

ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ, СОСТОЯЩИХ ИЗ ЭЛЕМЕНТОВ С ДВУМЯ ВИДАМИ ОТКАЗОВ

В состав ряда систем могут входить элементы, для которых характерны отказы различных видов. Типичными примерами таких элементов являются регулирующие клапаны и полупроводниковые приборы. Отказ клапанов может проявляться в виде заедания в закрытом или открытом состоянии, отказ полупроводников – в виде обрыва и короткого замыкания. Будем, обобщенно, называть обрывом цепи отказ, в результате которого поток рабочего тела (энергии) через данный элемент становится невозможным, коротким замыканием – отказ, не позволяющий этот поток прекратить.

Указанные виды отказов оказывают на надежность системы совершенно разное влияние. В системе с последовательным соединением элементов отказ вида "обрыв цепи" любого из элементов приводит к отказу всей системы, в то время как в случае отказа вида "короткое замыкание" для отказа системы должны отказать все элементы. Система же с параллельным соединением элементов, напротив, выходит из строя только при отказе вида "обрыв цепи" всех ее элементов или отказе вида "короткое замыкание" одного элемента.

Отсюда, в частности, следует, что традиционный метод повышения надежности системы путем дублирования ее элементов может в данном случае не только не увеличить надежность, но и привести к ее снижению. Таким образом, задача определения надежности систем, состоящих из элементов с отказами различных видов, является актуальной.

В работе [1] предложены зависимости для расчета надежности систем с последовательно-параллельным и параллельно-последовательным соединением элементов, каждый из которых может испытывать отказы вида "обрыв цепи" и "короткое замыкание". В настоящей работе рассматривается случай так называемой структурно-сложной системы. Для анализа надежности подобных систем, состоящих из элементов с отказами одного вида, с успехом применяются логико-вероятностные методы [2]. Обобщим эти методы на случай системы, элементы которой подвержены отказам двух видов. Поставим в соответствие i-му элементу системы переменную, характеризующую его состояние и принимающую одно из трех возможных значений: x_i – элемент исправен, x_i' – элемент испытывает отказ вида "обрыв цепи", x_i'' – элемент испытывает отказ вида "короткое замыкание".

Потребуем, чтобы данная переменная, по аналогии с булевской, подчинялась правилам алгебры логики, в частности, соблюдались соотношения:

$$x_i \cdot x_i = x_i' \cdot x_i' = x_i'' \cdot x_i'' = 1, \quad x_i \cdot x_i' = x_i \cdot x_i'' = x_i' \cdot x_i'' = 0.$$

Введем в рассмотрение степень аргумента x_i, обозначаемую $x_i^{\alpha_i}$, где α_i может принимать значения 0, 1, 2, и положим

$$x_i^{\alpha_i} = \begin{cases} x_i, \text{если } \alpha_i = 0; \\ x_i', \text{если } \alpha_i = 1; \\ x_i'', \text{если } \alpha_i = 2. \end{cases} \qquad (1)$$

Состояние системы, состоящей из n элементов, может быть описано с помощью функции алгебры логики (ФАЛ)

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если система работоспособна}; \\ 0, & \text{если система отказала}. \end{cases} \qquad (2)$$

Надежность системы определяется как вероятность истинности ФАЛ, для расчета которой функцию необходимо преобразовать к так называемой форме перехода к замещению (ФПЗ). Последняя представляет собой ФАЛ, допускающую непосредственный расчет вероятности заменой логических переменных вероятностями их истинности, а логических операций – соответствующими арифметическими операциями. Одним из вариантов ФПЗ является совершенная дизъюнктивная нормальная форма

$$F(x_1, \ldots, x_n) = \bigvee_{1} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \ldots x_n^{\alpha_n}, \qquad (3)$$

где дизъюнкция берется только по тем наборам $<\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n>$, на которых выполняется равенство

$$F(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n) = 1. \qquad (4)$$

Для решения задачи описанным методом необходимо рассмотреть множество всех возможных наборов $<\alpha_i>$ $(i=1,\ldots,n)$, мощность которого составит 3^n, и найти на каждом из них значение функции (3). При больших значениях числа элементов системы задача становится трудноразрешимой: например, для расчета надежности системы из пяти элементов необходимо проанализировать 243 возможных сочетания состояний ее элементов.

Для приближенной оценки надежности системы предлагается следующий алгоритм, использующий метод минимальных путей функционирования системы [2] и метод статистического моделирования [3]. Применение данного алгоритма не требует написания специальных программ – достаточно использовать любой стандартный программный пакет, позволяющий выполнять простейшие логические операции и получать реализации случайных величин с равномерным законом распределения, – например, табличный процессор EXCEL.

Пусть вероятность исправного состояния i-го элемента равна p_i, а вероятности отказов вида "обрыв цепи" и "короткое замыкание" – соответственно q_{oi}, q_{si}. Поскольку события "элемент работоспособен", "обрыв цепи" и "короткое замыкание" несовместны, то

$$p_i + q_{oi} + q_{si} = 1. \tag{5}$$

Введем, по аналогии с минимальными путями функционирования системы [2], понятие "путь короткого замыкания", понимая под этим термином такое сочетание состояний элементов системы, при котором в ней наступает короткое замыкание.

Предлагаемый алгоритм выглядит следующим образом.

1. Записать ФАЛ наличия минимальных путей функционирования в системе $F_1(x_1,...,x_n)$. Для построения такой ФАЛ можно использовать методы теории графов [3].

2. Записать ФАЛ наличия "путей короткого замыкания" в системе $F_2(x_1,...,x_n)$.

3. Разыграть случайное число R_i, распределенное с равномерной плотностью на отрезке [0;1], и определить состояние i-го элемента системы с учетом равенства (5) по следующему правилу:

- если $R_i \le p_i$, то элемент исправен;
- если $p_i < R_i \le p_i + q_{oi}$, то произошел отказ "обрыв цепи";
- если $R_i > p_i + q_{oi}$, то произошел отказ "короткое замыкание".

4. Определить значения ФАЛ $F_1(x_1,...,x_n)$ и $F_2(x_1,...,x_n)$ при реализовавшихся состояниях элементов.

5. Найти ФАЛ работоспособности системы

$$F(x_1,...,x_n) = F_1(x_1,...,x_n)\overline{F}_2(x_1,...,x_n), \tag{6}$$

где черта над символом ФАЛ обозначает операцию логического отрицания.

6. Выполнив многократно пункты 3-5, найти оценку надежности системы как среднее значение функции $F(x_1,...,x_n)$.

В качестве примера, определим надежность системы из пяти элементов, изображенной на рисунке 1. Вероятности отказов видов "обрыв цепи" и "короткое замыкание" составляют соответственно 0,2 и 0,1.

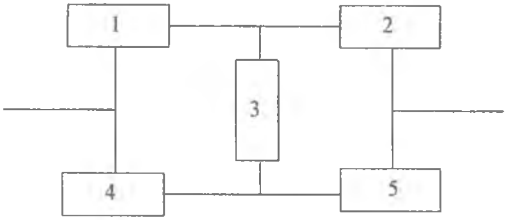

Рис. 1

Для данной системы легко записать ФАЛ наличия минимальных путей функционирования

$$F_1 = (x_1 \vee x_1') \wedge (x_2 \vee x_2') \vee (x_4 \vee x_4') \wedge (x_5 \vee x_5') \vee$$
$$(x_1 \vee x_1') \wedge (x_3 \vee x_3') \wedge (x_5 \vee x_5') \vee (x_2 \vee x_2') \wedge (x_3 \vee x_3') \wedge (x_4 \vee x_4')$$

и ФАЛ наличия "путей короткого замыкания"

$$F_2 = x_1'' x_2'' \vee x_4'' x_5'' \vee x_1'' x_3'' x_5'' \vee x_2'' x_3'' x_4''.$$

В результате применения описанного алгоритма получим, что надежность системы составляет 0,889. Отметим, что в работе [1] другим методом, предусматривающим достаточно сложные преобразования исходной системы, получено значение 0,89.

Библиографический список

1. Диллон Б., Сингх Ч. Инженерные методы обеспечения надежности систем. – М.: Мир, 1984.
2. Рябинин И.А., Черкесов Г.Н. Логико-вероятностные методы исследования надежности структурно-сложных систем. – М.: Радио и связь, 1981.
3. Вентцель Е.С. Исследование операций. – М.: Советское радио, 1972.
4. Кучеров А.С. Алгоритм оценки надежности сложной системы // Управление движением и навигация летательных аппаратов – Сб. трудов X Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов (Самара, 26-27 июня 2001 г.) – Самара, 2002. С. 237-240.