УДК 531.381

С.Н.Егоров, А.Ф.Дюмин, Н.А.Куроедов

ОЦЕНИВАНИЕ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ КА

Для управления ориентацией космического аппарата (КА) необходимо использовать информацию не только об угловом положении КА относительно опорного базиса, но и об угловой скорости объекта ориентации. Источником информации об угловой скорости обычно являются датчики угловой скорости (ДУС). Возможно также использование с этой целью дифференцирования измерительных сигналов датчиков углового положения. Во втором случае неизбежны значительные погрешности дифференцирования измерительных сигналов. Но и непосредственное использование первичной измерительной информации ДУС часто оказывается малоэффективным для качественного управления ориентацией КА из-за недостаточно высокой точности измерений. Имеющаяся измерительная информация может быть использована для более качественной оценки параметров состояния углового движения объекта ориентации по сравнению с сигналами первичных измерителей. Целью настоящей работы является структурный синтез устройств наблюдения,предназначенных для оценки угловой скорости КА. Предполагается, что измерительная информация об угловом движении КА может поступать с гиростабилизированной платформы, ДУС или бесплатформенной системы определения ориентации.

Линеаризованные динамические уравнения углового движения КА, рассматриваемого как недеформируемое твердое тело, могут быть приняты в виде:

$$\ddot{\Delta\omega} = G\,\Delta\omega + \varepsilon + u + \xi, \qquad (1)$$

где $\Delta\omega$, ε, u - вариации векторов угловой скорости, углового ускорения и управляющего воздействия соответственно: ξ - векторное некоррелированное возмущающее воздействие, аппроксимируемое белым шумом с нулевым математическим ожиданием и заданной матрицей интенсивностей: G - матрица, зависящая от закона изменения угловой скорости опорного движения КА и его инерционных характеристик: $G = \theta^{-1}[-D(\omega_o)\theta + D(\theta\omega_o)]$;$\theta$ - матрица инерции КА: $D(\omega_o)$ - матрица вращения вида:

$$D(\omega_o) = \begin{Vmatrix} 0 & -\omega_{3o} & \omega_{2o} \\ \omega_{3o} & 0 & -\omega_{1o} \\ -\omega_{2o} & \omega_{1o} & 0 \end{Vmatrix};$$

ω_{io} $(i=\overline{1,3})$ - координаты вектора угловой скорости опорного движения КА.

Кинематические уравнения углового движения КА:

$$\dot{\varphi} = - D(\omega_o)\ \varphi + \Delta\varphi, \tag{2}$$

где φ - вектор погрешности ориентации КА в опорном базисе.

Угловое ускорение можно аппроксимировать постоянной векторной случайной величиной, уравнение формирующего фильтра для которой имеет вид:

$$\dot{\varepsilon} = 0. \tag{3}$$

В составе сигнала ДУС кроме полезной составляющей $\Delta\omega$ целесообразно учесть также аддитивную погрешность в виде суммы постоянной составляющей α и шумовой составляющей η_1. Поэтому уравнение сигналов ДУС может быть представлено в виде:

$$\mathbf{y}_1 = \Delta\omega + \alpha + \eta_1, \tag{4}$$

$$\dot{\alpha} = 0, \tag{5}$$

где $\mathbf{y}_1$ - вектор сигналов ДУС.

Угловое положение КА относительно опорной системы координат может быть определено с помощью датчиков угла, измеряющих отклонение объекта ориентации от гиростабилизированной платформы. С учетом погрешности построения опорного базиса с помощью гиростабилизированной платформы $\Delta\varphi$ и погрешностей датчиков угла η_2 уравнение сигналов датчиков угла может быть представлено в виде:

$$\mathbf{y}_2 = \varphi - \Delta\varphi + \eta_2, \tag{6}$$

где $\mathbf{y}_2$ - вектор сигналов датчиков угла.

Формирующий фильтр погрешности построения опорной системы координат $\Delta\varphi$ определяется уравнениями:

$$\Delta\dot{\varphi} = -D(\omega_o)\ \Delta\varphi + \delta, \qquad \dot{\delta} = 0, \tag{7}$$

где δ - вектор постоянных уходов гироскопов.

Векторы и матрицы, входящие в уравнения (1)-(7), имеют размерности 3 и 3×3 соответственно.

В случае оценки угловой скорости КА по сигналам ДУС система измерения удовлетворяет уравнению (4). Нетрудно убедиться, что погрешность ориентации КА в опорном базисе φ является ненаблюдаемой по сигналу $\mathbf{y}_1$. Поэтому вектор состояния объекта наблюдения достаточно принять в виде $\|\Delta\omega^T \; \varepsilon^T \; \alpha^T\|^T$. Он удовлетворяет системе уравнений (1), (3), (5).

Исследование наблюдаемости указанного вектора состояния по сигналу системы измерения (4) показывает, что вектор состояния объекта наблюдения при оценке угловой скорости по сигналам ДУС не является полностью наблюдаемым. Базис подпространства наблюдаемых состояний определяется трехмерными векторами:

$$\mathbf{x}_1 = \Delta\omega + \alpha, \; \mathbf{x}_2 = \varepsilon - G\alpha. \tag{8}$$

Тогда уравнения наблюдаемых состояний объекта наблюдения будут иметь вид:

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = G\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 + \mathbf{u} + \xi, \; \dot{\mathbf{x}}_2 = 0, \tag{9}$$

а уравнение системы измерения может быть представлено в виде:

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{x}_1 + \eta_1. \tag{10}$$

Для оценки состояния объекта наблюдения (9) по сигналу системы измерения (10) можно синтезировать наблюдающее устройство полного порядка:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_1 = G\hat{\mathbf{x}}_1 + \hat{\mathbf{x}}_2 + \mathbf{u} + K_1(\mathbf{y}_1 - \hat{\mathbf{x}}_1), \quad \dot{\hat{\mathbf{x}}}_2 = K_2(\mathbf{y}_1 - \hat{\mathbf{x}}_1), \tag{11}$$

где $\hat{\mathbf{x}}_1$, $\hat{\mathbf{x}}_2$ – векторы оценок векторов $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$ соответственно; K_1, K_2 – 3×3-матрицы коэффициентов обратной связи наблюдающего устройства.

Погрешности наблюдения угловой скорости $\delta\Delta\omega$ и углового ускорения $\delta\varepsilon$, обусловленные неполной наблюдаемосстью состояния объекта наблюдения, в соответствии с (8), опредеделяютя равенствами; $\delta\Delta\omega = \hat{\Delta\omega} - \Delta\omega = \alpha$, $\delta\varepsilon = \hat{\varepsilon} - \varepsilon = -G\alpha$.

Это означает, что угловая скорость может быть оценена только с точностью до постоянных погрешностей ДУС. Оценка угловой скорости с помощью наблюдающего устройства (11) позволяет уменьшить влияние только шумовой составляющей погрешности измерений.

При оценивании угловой скорости КА по сигналам датчиков угла гиростабилизированной платформы система измерения удовлетворяет уравнению (6), вектор состояния $\|\varphi^T \; \Delta\omega^T \; \varepsilon^T \; \Delta\varphi^T \; \delta^T\|^T$ – системе уравнений (2),(1),(3),(7). В рассматриваемой задаче наблюдения вектор состояния не является полностью наблюдаемым. Подпространство наблюдаемых состояний может быть определено векторами:

$$\mathbf{x}_1 = \varphi - \Delta\varphi, \; \mathbf{x}_2 = \Delta\omega + \delta, \; \mathbf{x}_3 = \varepsilon - G\delta. \tag{12}$$

Наблюдаемые состояния удовлетворяют системе уравнений:

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = -D(\omega_0)\,\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2, \; \dot{\mathbf{x}}_2 = G\mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_3 + \mathbf{u} + \xi, \; \dot{\mathbf{x}}_3 = 0. \tag{13}$$

Система измерения в подпространстве наблюдаемых состояний, в соответствии с (6) и (12), описывается уравнением:

$$y_2 = x_1 + \eta_2. \tag{14}$$

Для оценки состояния объекта наблюдения (13) по сигналу системы измерения (14) может быть синтезировано наблюдающее устройство полного порядка, структура которого определяется уравнениями:

$$\dot{\hat{x}}_1 = -D(\omega_0)\hat{x}_1 + \hat{x}_2 + K_1(y_2 - \hat{x}_1), \tag{15}$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = G\hat{x}_2 + \hat{x}_3 + u + K_2(y_2 - \hat{x}_1), \quad \dot{\hat{x}}_3 = K_3(y_2 - \hat{x}_1),$$

где $\hat{x}_i$ - оценки векторов x_i из (12): K_i - 3×3-матрицы коэффициентов обратной связи наблюдающего устройства (i = 1,3).

Погрешности наблюдения, обусловленные неполной наблюдаемосстью состояния объекта наблюдения определяются равенствами:

$\delta\varphi = \hat{\varphi} - \varphi = -\Delta\varphi$, $\delta\Delta\omega = \hat{\Delta\omega} - \Delta\omega = \delta$, $\delta\varepsilon = \hat{\varepsilon} - \varepsilon = -G\delta$.

Кроме наблюдающего устройства (15) в рассматриваемой задаче наблюдения можно синтезировать наблюдающее устройство редуцированного порядка, если предположить, что погрешность датчиков угла гиростабилизированной платформы η_2 пренебрежимо мала. Тогда уравнение системы измерения (14) принимает вид $y_2=x_1$, и в качестве оценки вектора x_1 можно использовать сигнал системы измерения y_2, т.е. $\hat{x}_1 = y_2$. Вводя новый сигнал системы измерения y^{-}, в виде

$$y^{-} = \dot{y}_2 + D(\omega_0)y_2 = x_2 + \dot{\eta}_2, \tag{16}$$

можно синтезировать наблюдающее устройство полного порядка для новой задачи наблюдения. При этом объект наблюдения будет описываться вторым и третьим уравнениями (13), а система измерения - уравнением (16). Структура такого наблюдающего устройства полностью совпадает со структурой наблюдающего устройства (11).

В составе сигнала системы измерения (16) содержится производная сигнала датчиков угла y_2. Можно избежать необходимости дифференцирования измерительного сигнала при синтезе структуры наблюдающего устройства, введя переменные состояния:

$$q_1 = \hat{x}_2 - H_1 y_2, \quad q_2 = \hat{x}_3 - H_2 y_2,$$

В переменных состояния q_1, q_2 наблюдающее устройство редуцированного порядка будет описываться уравнениями:

$$\dot{q}_1 = (G - H_1)q_1 + q_2 + [GH_1 + H_2 + H_1 D(\omega_0) - H_1^2 - \dot{H}_1]y_2 + u,$$

$$\dot{q}_2 = H_2 q_1 + [H_2 D(\omega_0) - H_2 H_1 - \dot{H}_2]y_2.$$

Оценка параметров состояния углового движения объекта ориентации определяется равенствами:

$$\hat{\varphi} = y_2, \quad \hat{\Delta\omega} = q_1 + H_1 y_2, \quad \hat{\varepsilon} = q_2 + H_2 y_2.$$

При наличии измерительной информации ДУС и датчиков угла гиростабилизированной платформы система измерения будет описываться уравнениями (4),(6), динамика объекта наблюдения с вектором состояния $\|\Delta\omega^T \; \varphi^T \; \varepsilon^T \; \alpha^T \; \Delta\varphi^T \; \delta^T\|^T$ – уравнениями (1)-(3),(5),(7). Такой объект не является полностью наблюдаемым. Можно определить подпространство наблюдаемых состояний векторами:

$$x_1 = \Delta\omega + (\alpha - \delta)/\,2, \quad x_2 = \varphi - \Delta\varphi, \tag{17}$$

$$x_3 = \varepsilon - G(\alpha - \delta)/\,2, \quad x_4 = (\alpha + \delta)/\,2.$$

В подпространстве наблюдаемых состояний (17) объект наблюдения удовлетворяет системе уравнений:

$$\dot{x}_1 = Gx_1 + x_3 + u + \xi, \quad \dot{x}_2 = x_1 - D(\omega_0)x_2 - x_4, \quad \dot{x}_3 = 0, \quad \dot{x}_4 = 0, \tag{18}$$

а система измерения – уравнениям:

$$y_1 = x_1 + x_4 + \eta_1, \quad y_2 = x_2 + \eta_2. \tag{19}$$

Структура наблюдающего устройства полного порядка для оценки состояния объекта наблюдения (18) по сигналам системы измерения (19) определяется системой уравнений:

$$\dot{\hat{x}}_1 = G\hat{x}_1 + \hat{x}_3 + u + K_{11}(y_1 - \hat{x}_1 - \hat{x}_4) + K_{12}(y_2 - \hat{x}_2), \tag{20}$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = \hat{x}_1 - D(\omega_0)\hat{x}_2 - \hat{x}_4 + K_{21}(y_1 - \hat{x}_1 - \hat{x}_4) + K_{22}(y_2 - \hat{x}_2),$$

$$\dot{\hat{x}}_3 = K_{31}(y_1 - \hat{x}_1 - \hat{x}_4) + K_{32}(y_2 - \hat{x}_2), \quad \dot{\hat{x}}_4 = K_{41}(y_1 - \hat{x}_1 - \hat{x}_4) + K_{42}(y_2 - \hat{x}_2),$$

где $\hat{x}_i$ – оценки векторов x_i из (17): K_{ij} – 3×3-матрицы коэффициентов обратной связи ($i = \overline{1,4}$, $j = 1,2$).

Кроме наблюдающего устройства полного порядка (20) можно синтезировать редуцированное наблюдающее устройство, если считать шумовую составляющую η_2 пренебрежимо малой. При этом в качестве нового сигнала системы измерения можно принять:

$$y^* = [\dot{y}_2 + D(\omega_0)y_2 - y_1]/\,2 = x_4 + (\dot{\eta}_2 - \eta_1)/\,2,$$

а в качестве переменных состояния наблюдающего устройства – величины: $q_1 = \hat{x}_2 - H_{12}y_2/2$, $q_2 = \hat{x}_3 - H_{22}y_2/2$, $q_3 = \hat{x}_4 - H_{32}y_2/2$.

Тогда динамика наблюдающего устройства редуцированного порядка определится уравнениями:

$$\dot{q}_1 = (G - H_{11})q_1 + q_2 - (H_{11} + H_{12})q_3 + (H_{11} + H_{12}/2)y_1 +$$

$$+[(G-H_{11})H_{12}+H_{22}-(H_{11}+H_{12})H_{32}+H_{12}D(\omega_0)-\dot{H}_{12}]y_2/2+u$$

$$\dot{q}_2=-H_{21}q_1-(H_{21}+H_{22})q_3+(H_{21}+H_{22}/2)y_1+$$

$$+[H_{22}D(\omega_0)-(H_{21}+H_{22})H_{32}-H_{21}H_{12}-\dot{H}_{22}]y_2/2$$

$$\dot{q}_3=-H_{31}q_1-(H_{31}+H_{32})q_3+(H_{31}+H_{32}/2)y_1+$$

$$+[H_{32}D(\omega_0)-(H_{31}+H_{32})H_{32}-H_{31}H_{12}-\dot{H}_{32}]y_2/2$$

а оценки состояния объекта наблюдения (18) могут быть вычислены в соответствии с отношениями:

$$\hat{x}_1=q_1+H_{12}y_2/2,\quad \hat{x}_2=y_2,\quad \hat{x}_3=q_2+H_{22}y_2/2,\quad \hat{x}_4=q_3+H_{32}y_2/2.$$

УДК 629.78.05.001.2

А.В.Забокрицкий

МЕТОД УСТОЙЧИВОГО НАВИГАЦИОННОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ГЕОСТАЦИОНАРНЫХ ИСЗ

Вследствие территориального разделения бывшего СССР , экономического кризиса, сопровождающегося снижением финансирования дорогостоящих космических программ возникает проблема управления геостационарных ИСЗ (СИСЗ), обусловленная сокращением парка радиотехнических средств измерений. При этом управление удаленных относительно территории РФ по долготе СИСЗ может быть обеспечено только в однопунктном варианте на малых углах места, не превышающих 7-12 градусов, а применение стандартных подходов при определении параметров движения СИСЗ затруднительно. Это связано с тем, что в приведенных условиях задача является плохо обусловленной и наличие ошибок исходных данных, таких как ошибки измерений, ошибки модели движения СИСЗ, мешающие параметры приводят к резкому увеличению ошибок искомых (определяемых) оценок.

Оценки показывают, что слабо наблюдаемыми являются параметры, характеризующие ориентацию плоскости орбиты в абсолютном пространстве, оценки которых при определении параметров движения стандартными подходами не удовлетворяют требуемой точности, и, более того, может наблюдаться эффект увеличения ошибок этих оценок по отношению к прогнози-