

3. Windl J, et al. Flight and Landing Trials with a combined DGPS/DGLONASS/INS System for high Dynamic Maneuvers and Precision Landings, ION GPS-98 Proc., Nashville, 1998.
4. Х. Бьюил, Л. Олейник. AN/ASN-128В объединенная доплеровская/GPS навигационная система для вертолетов// Navigation, vol.45, Autumn, 1998.
5. Тыртычко А.С. Авиационное оборудование вертолетов: Учебник для ВВАУЛ - М., 1981г.
6. Власюк Н.И. Радиоэлектронное оборудование вертолетов Ми-8Т и его летная эксплуатация: Учебное пособие.- М., 1982
7. Франчук А.К. Радиоэлектронное оборудование вертолета МИ-24 : Учебное пособие, Сызрань, СВВАУЛ, 1995

УДК 629.7

Морозов Л. В.

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ РАВНОВЕСНОГО СОСТОЯНИЯ ГИБКОГО ТРОСА ВОЗДУШНОГО БУКСИРА

1. Рассматривается горизонтальное прямолинейное движение самолета – носителя и соединенного с ним гибким тросом малоразмерного летательного аппарата (МЛА) в стандартной атмосфере при отсутствии ветровых возмущений. Форма и координаты конца троса определяются распределенной нагрузкой по всей длине троса и сосредоточенной силой на конце в точке крепления к нему МЛА. Для наглядности результатов предполагается плоская форма троса в вертикальной плоскости. Сосредоточенная сила T_k образована силой тяжести МЛА G и аэродинамическими силами лобового сопротивления X_a и подъемной Y_a в скоростной системе координат $ox_a y_a$ с началом в точке крепления троса к носителю. Для удобства представления дифференциальных уравнений троса использована вспомогательная система координат $o\xi\zeta$, оси которой противоположны осям скоростной системы координат и направление оси $o\zeta$ совпадает с направлением вектора ускорения силы тяжести g (рис 1).

Напряженное состояние в каждом сечении троса на расстоянии s по его длине от точки крепления к носителю определяется силой натяжения $T(s)$, направленной по касательной к тросу под углом $\alpha(s)$ к оси $o\xi$.

Форма троса в системе координат $o\xi\zeta$ определяется системой обыкновенных дифференциальных уравнений [1]

$$\frac{dx}{ds} = f(x, q_T, q_{rn}, q_{rv}), \quad x_0 = x(0), \quad (1)$$

где $x = (T, \alpha, \xi, \zeta)$ – вектор фазовых координат, q_T – погонная сила тяжести троса, q_{rn} и q_{rv} – погонные аэродинамические силы сопротивления давления и трения, действующие соответственно по нормали к тросу и по направлению вектора скорости воздушного потока.

Погонные нагрузки q_{rn} и q_{rv} являются составляющими погонной аэродинамической силы сопротивления атмосферы

$$q_{rn} = c_x q d_T, \quad q_{rv} = c_{xf} \pi q d_T, \quad q = \rho V_\infty^2 / 2,$$

где c_x и c_{xf} – коэффициенты сопротивления давления при поперечном обтекании троса и сопротивления трения соответственно, q – скоростной напор невозмущенного потока, ρ – плотность атмосферы, V_∞ – воздушная скорость МЛА, d_T – диаметр троса.

В начале троса (в точке $s=0$) напряженное состояние определяется величиной силы $T_0 = T(0)$, углом $\alpha_0 = \alpha(0)$ и координатами левого конца троса ($\xi_0 = \zeta_0 = 0$).

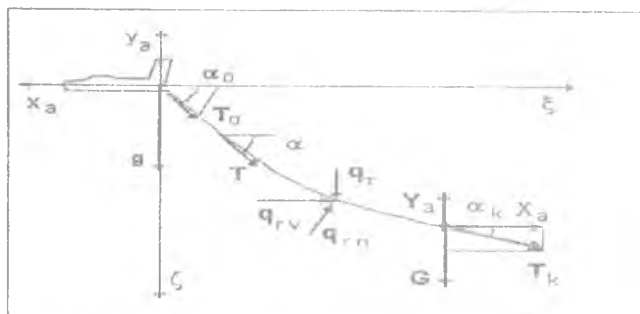


Рис 1. Системы координат и схема сил тросовой связки

В конце троса длиной L , в точке крепления МЛА действует сосредоточенная сила величиной T_k под углом α_k (рис. 1)

$$T_k = (T_{k\xi}^2 + T_{k\zeta}^2)^{0,5}, \quad T_{k\xi} = X_n, \quad T_{k\zeta} = Y_n - G,$$

$$\alpha_k = -\text{sign}(T_{k\zeta}) \arctg\left(\frac{T_{k\zeta}}{T_{k\xi}}\right).$$

Координаты правого конца троса $x_L = x(L)$, $x_L = (T_L, \alpha_L, \xi_L, \zeta_L)$

определяются интегрированием уравнений (1) с граничными условиями на левом конце

$x_0 = x(0)$, $x_0 = (T_0, \alpha_0, \xi_0, \zeta_0)$ Равенству интегрируемых параметров T_L, α_L

и априорно заданных T_k, α_k соответствуют значения параметров управления $u^* = (T_0^*, \alpha_0^*)$, являющихся решением одноточечной двухпараметрической краевой задачи. Она сводится к минимизации функции невязки $F(u)$ на заданном множестве U варьируемых параметров $u \in U$

$$u^* = \arg \min_{u \in U} F(u), \quad (2)$$

$$u \in U$$

$$u = (T_0, \alpha_0), \quad U = \{T_0: T_0 \in \Delta T; \alpha_0: \alpha_0 \in \Delta \alpha\},$$

$$\Delta T = [0, T_{\max}], \quad \Delta \alpha = [-\pi/2, \pi/2], \quad T_{\max} \geq G_T + G + T_k, \quad G_T = q_T L, \quad (3)$$

$$F(u) = [(T_L - T_k)/T_k]^2 + [(\alpha_L - \alpha_k)/\alpha_k]^2.$$

2. Рассматривается процедура численного решения краевой задачи при условии постоянства по длине троса диаметра d_T и плотности материала ρ_T . Численные значения параметров троса приведены в таблице 1.

Таблица 1. – Параметры тросовой системы

L, M	$d_T, мм$	$\rho_T, г/см^3$	$G_T, н$	$G, н$	$X_n, н$	$Y_n, н$
100	3	7,8	54,1	19,6	30	0

При таких условиях минимизируемая целевая функция невязки $F(u)$ является выпуклой унимодальной функцией двух переменных $u = (T_0, \alpha_0)$ (рис. 2) с замкнутыми линиями уровня вокруг точки минимума (рис. 3) в пределах рассматриваемой области определения (3).

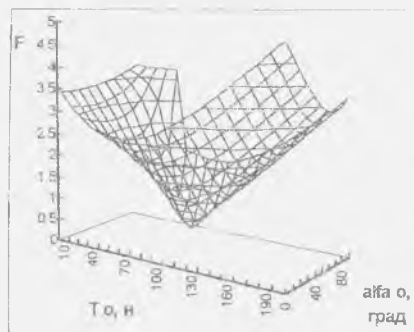


Рис. 2. Поверхность целевой функции

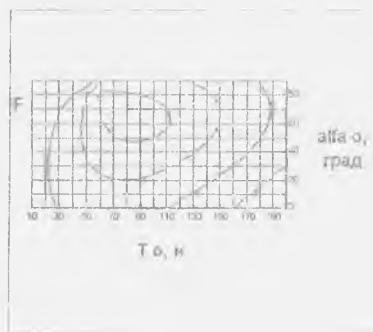


Рис. 3. Линии уровня целевой функции

Рассматривается метод нулевого порядка Фибоначчи для покоординатной минимизации функции $F(u)$ [2]. Исходя из алгоритма метода, в процессе одномерной минимизации по каждой переменной

$$x_{opt} = \arg \min_{x \in K} F(x),$$

$$x \in K$$

$$K = \{ x : x \in \Delta x_0 \}, \quad \Delta x_0 \in [x_{min}, x_{max}], \quad F^* = F(x_{opt})$$

естественным образом учитываются ограничения на область изменения аргумента. Метод позволяет с гарантированной точностью ε_0 определить отрезок содержания минимума

$$|\Delta x_n| \leq \varepsilon_0, \quad x_{opt} \in \Delta x_n, \quad \Delta x_n = [x_{nmin}, x_{nmax}].$$

Он формируется за фиксированное число шагов n в результате построения сходящейся последовательности вложенных отрезков $\Delta x_i \subset \Delta x_{i-1}$, $i = 1, 2, \dots, n$, начиная с исходного отрезка Δx_0 с заданными предельными границами. Число шагов n является наименьшим порядковым номером числа Фибоначчи F_n , которое определяет величину коэффициента λ пропорционального деления отрезков Δx_i :

$$\min \{ f_n \times \varepsilon \} \geq 1, \quad \varepsilon = \varepsilon_0 / |\Delta x_0|, \quad \lambda = f_{n-1} / f_n,$$

$$f_j = f_{j-1} + f_{j-2}, \quad j = 3, 4, \dots, n, \quad f_1 = f_2 = 1.$$

Количество обращений к вычислению значений целевой функции составляет $N = n + 2$.

3. В процессе покоординатной минимизации поочередно по параметрам T_0 и α_0 на каждом шаге m итерационного процесса формируется убывающая последовательность значений

целевой функции $F_m^* \leq F_{m-1}^*$, $m=2,3$, (рис. 4). Наиболее интенсивно зависимость $F_m^* = F^*(m)$ изменяется на первых шагах итерации. Для каждой зависимости $F^*(m)$, начиная с соответствующей ей номера шага m^* , процесс уменьшения целевой функции прекращается и значения минимумов $F_m^{**} = F^*(m \geq m^*)$ остаются неизменными. Эти значения минимумов целевой функции являются предельно достижимыми при численной минимизации.

При численном решении краевой задачи критерием прекращения итерационного процесса является достижение минимумом целевой функции F_m^* заданной величины ϵ_F . Из рис. 4 видно, что не для всех значений параметра ϵ выполняется условие прекращения итерации: $F_m^* \leq \epsilon_F$. Для некоторых значений ϵ предельно достижимая величина минимума F_m^{**} превышает заданную точность ϵ_F и итерационный процесс решения краевой задачи не прекращается. Это показывает существование корреляции между точностью определения минимума целевой функции при одномерном поиске ϵ и точностью решения краевой задачи ϵ_F . На рис. 5 приведены верхняя граница ϵ_{max} изменения параметра ϵ , $\epsilon \in [0, \epsilon_{max}]$, для всех значений которого выполняется условие прекращения итераций при достижении заданной точности $F_m^* \leq \epsilon_F$, и соответствующее границе ϵ_{max} число обращений S^* к вычислению целевой функции.

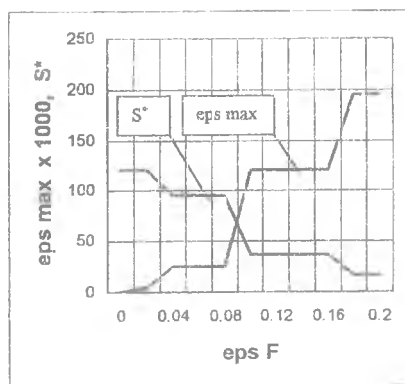
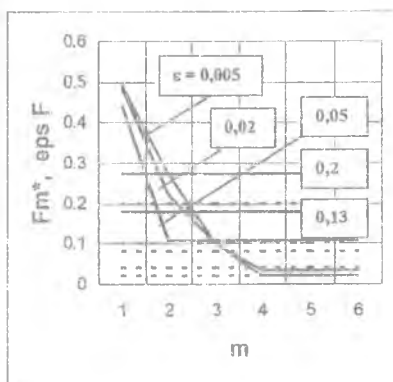


Рис. 4. Изменение минимума целевой функции по шагам итерации

— F_m^* , - - - ϵ_F

Рис. 5. Изменение границы области допустимых параметров

Таким образом, устанавливается взаимосвязь между точностью определения минимума целевой функции $\epsilon \in [0, \epsilon_{\max}]$ и точностью решения краевой задачи ϵ_r , при достижении которой обеспечивается конечный вычислительный процесс решения краевой задачи равновесного состояния гибкого троса воздушного буксира.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Салтыков Н. Е. Гибкие нити в потоках. – Киев.: Наукова думка, 1974.
2. Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1988.

УДК 531/534; 629.783 : 523.3

Седельников А.В., Бязина А.В., Антилов Н.Ю.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФУНКЦИИ ВЕЙЕРШТРАССА – МАНДЕЛЬБРОТА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ МИКРОУСКОРЕНИЙ НА БОРТУ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Вопросу моделирования микроускорений посвящено много работ как отечественных, так и зарубежных авторов в виду значимости проблемы микроускорений для космических технологий [1].

В данной работе исследуется возможность аппроксимации уровня микроускорений с помощью фрактальной функции Вейерштасса - Мандельброта [2]:

$$W(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{(1 - e^{ib^n t}) e^{i\varphi_n}}{b^{(2-D)n}}$$

где D - клеточная размерность функции (может изменяться от 1 до 2), φ_n - произвольная фаза (может изменяться от 0 до 2π), b - параметр, определяющий какая часть кривой видна, t - аргумент функции.