УДК 531.381

А.Ф.Дюмин, С.Н.Егоров, Д.М.Суринский

НАБЛЮДАЕМОСТЬ УХОДОВ ОРБИТАЛЬНОГО ГИРОКОМПАСА НА ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ОРБИТЕ

Для определения ориентации космического аппарата (КА) в орбитальной системе координат широко используются орбитальные гирокомпасы. Наибольшее распространение получили орбитальные гирокомпасы, выполненные в виде трехстепенного гироскопа, положение которого корректируется по сигналу построителя местной вертикали. Такие орбитальные гирокомпасы называют также однороторной гироскопической орбитой или гироорбитантом.

Линеаризованные уравнения движения свободного гироскопа в орбитальной системе координат имеют вид:

$$\dot{\gamma} = -\Omega\,\psi + q_x, \quad \dot{\psi} = \Omega\,\gamma + q_y, \qquad (1)$$

где γ, ψ - углы отклонения оси ротора гироскопа от нормали к плоскости орбиты по осям крена и рыскания соответственно: Ω - орбитальная угловая скорость движения космического аппарата; q_x, q_y - проекции угловой скорости ухода гироскопа по осям крена и рыскания .

Учитывая только постоянные составляющие угловой скорости ухода гироскопа, можно записать уравнения формирующих фильтров для величин q_x и q_y:

$$\dot{q}_x = 0, \quad \dot{q}_y = 0. \qquad (2)$$

Уравнение канала крена построителя местной вертикали может быть представлено в виде:

$$y = \gamma + \alpha, \qquad (3)$$

где y - выходной сигнал построителя местной вертикали по каналу крена: α - постоянная составляющая погрешности построителя местной вертикали по каналу крена.

Уравнение формирующего фильтра указанной погрешности построителя местной вертикали имеет вид:

$$\dot{\alpha} = 0. \qquad (4)$$

В уравнениях (1), (2), (4) точкой обозначена производная по времени.

Задача орбитального гирокомпасирования состоит в определении оценки угла отклонения оси ротора гироскопа от нормали к плоскости орбиты по оси рыскания ϕ по сигналу построителя местной вертикали y. Кроме указанной задачи с помощью орбитального гирокомпаса можно решить задачи уточнения положения местной вертикали (оценка угла отклонения оси ротора гироскопа от нормали к плоскости орбиты по оси крена γ и оценка с целью дальнейшей компенсации погрешности построителя местной вертикали α) и калибровки гироскопа (оценка и компесация влияния уходов гироскопа q_x и q_y).

Перечисленные выше задачи могут быть решены путем синтеза наблюдающего устройства, предназначенного для оценки состояния динамического объекта наблюдения. При этом уравнения (1), (2), (4) могут рассматриваться как уравнения состояния объекта наблюдения, а уравнение (3) – как уравнения системы измерения.

При движении КА по круговой орбите или эллиптической орбите с малым значением эксцентриситета можно считать, что $\Omega=const$. В этом случае уход гироскопа по оси крена q_x оказывается ненаблюдаемым, а уход гироскопа по оси рыскания q_y и погрешность построителя местной вертикали по каналу крена α оказываются наблюдаемыми лишь в виде линейной комбинации вида $\alpha + q_y/\Omega$. Таким образом, даже при построении наблюдающего устройства полного порядка нельзя полностью компенсировать влияние уходов гироскопа и погрешности построителя местной вертикали на точность определения углов отклонения оси ротора гироскопа от нормали к плоскости орбиты γ и ϕ. Следовательно, в случае $\Omega=const$ нельзя обеспечить точного решения основной задачи орбитального гирокомпасирования (определение угла ϕ), так же как и решения вспомогательных задач (уточнение положения местной вертикали и калибровка гироскопа).

Если движение КА происходит по эллиптической орбите, то величина угловой скорости орбитального движения КА может быть определена следующим образом:

$$\Omega = \frac{v\,R}{p^2}(1 + e\cos\vartheta)^2, \tag{5}$$

где v – скорость КА в точке перигея орбиты: R – удаление от центра Земли до перигея орбиты: $p=b^2/a$ – параметр орбиты (a, b – соответственно большая и малая полуоси эллипса): e – эксцентриситет орбиты ($e<1$): ϑ – истинная аномалия (угол между направлением на перигей орбиты и радиус-вектором КА).

Для исследования наблюдаемости параметров состояния объекта наблюдения, определяемого уравнениями (1), (2), (4), при условии $\Omega \neq const$ перейдем в уравнениях состояния к новой независимой переменной ϑ. Так как

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\vartheta}\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{dx}{d\vartheta}\Omega,$$

а $\Omega \neq 0$, то уравнения (1), (2), (4) могут быть преобразованы к виду:

$$\frac{d\gamma}{d\vartheta} = -\psi + q_x / \Omega, \qquad \frac{d\psi}{d\vartheta} = \gamma + q_y / \Omega, \tag{6}$$

$$\frac{dq_x}{d\vartheta} = 0, \qquad \frac{dq_y}{d\vartheta} = 0, \qquad \frac{d\alpha}{d\vartheta} = 0.$$

Непосредственное интегрирование системы уравнений (6) с учетом выражения (5) для Ω, позволяет записать выражение для сигнала системы измерения y, как функции независимой переменной ϑ:

$$y(\vartheta) = \gamma^{\circ} \cos\vartheta - \psi^{\circ} \sin\vartheta + \tag{7}$$

$$+ q_x^{\circ} \left[\frac{p^2}{\nu R(1-e^2)}\left[\sin\vartheta - \frac{e\sin\vartheta}{1+e\cos\vartheta} - \frac{2e\cos\vartheta}{\sqrt{1-e^2}}\,arctg\, u\right]\right] +$$

$$+ q_y^{\circ} \left[\frac{p^2}{\nu R(1-e^2)}\left[\cos\vartheta - 1 - \frac{2e\sin\vartheta}{\sqrt{1-e^2}}\,arctg\, u\right]\right] + \alpha^{\circ},$$

где γ°, ψ°, q_x°, q_y°, α° - начальные значения соответствующих переменных;

$$u = \left(\frac{1-e}{1+e}\right)^{1/2} tg\,\frac{\vartheta}{2}.$$

Функции, содержащиеся в выражении (7) в качестве множителей при начальных значениях переменных состояния объекта наблюдения, являются линейно независимыми. Можно показать, что в этом случае все переменные состояния будут наблюдаемыми по сигналу системы измерения (3). Это означает, что построение наблюдающего устройства полного порядка для оценки состояния объекта наблюдения (6) по сигналу системы измерения (3) принципиально позволяет полностью оценить и углы отклонения оси ротора гироскопа от нормали к плоскости орбиты, и уходы гироскопа по осям крена и рыскания, и погрешность построителя местной вертикали. При этом все переменные состояния могут быть определены с абсолютной точностью в случае отсутствия возмущающих воздействий. Структура наблюдающего устройства полного порядка определяется системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{d\hat{\gamma}}{d\vartheta} = -\hat{\psi} + \hat{q}_x / \Omega + k_1 \, (y - \hat{\gamma} - \hat{\alpha}), \tag{8}$$

$$\frac{d\hat{\psi}}{d\vartheta} = \hat{\gamma} + \hat{q}_y / \Omega + k_2 \, (y - \hat{\gamma} - \hat{\alpha}),$$

$$\frac{d\hat{q}_x}{d\vartheta} = k_3 \, (y - \hat{\gamma} - \hat{\alpha}),$$

$$\frac{d\hat{q}_y}{d\vartheta} = k_4 \, (y - \hat{\gamma} - \hat{\alpha}),$$

$$\frac{d\hat{\alpha}}{d\vartheta} = k_5 \, (y - \hat{\gamma} - \hat{\alpha}),$$

где k_i $(i = \overline{1,5})$ - коэффициенты обратной связи наблюдающего устройства: $\hat{\gamma}$, $\hat{\psi}$, $\hat{q}_x$, $\hat{q}_y$, $\hat{\alpha}$ – оценки соответствующих переменных состояния объекта наблюдения.

Выбор коэффициентов обратной связи k_i $(i = 1,5)$ можно осуществить из условия минимума следа ковариационной матрицы вектора погрешности оценки состояния с использованием аппарата теории оптимальной линейной фильтрации Калмана-Бьюси. Оценки переменных состояния объекта наблюдения с помощью наблюдающего устройства (8) получаются как функции истинной аномалии ϑ. Процедура численного интегрирования дифференциального уравнения Риккати, необходимость решения которого возникает при реализации оптимального фильтра Калмана-Бьюси, может быть в данном случае сведена к процедуре приближенного вычисления определенного интеграла. Асимптотическое значение (при $\vartheta \to \infty$) ковариационной матрицы вектора погрешности оценки вектора состояния объекта наблюдения равно нулю, т.е. задача орбитального гирокомпасирования может быть решена абсолютно точно (в случае отсутствия шумов возмущения).