

МЕТОД МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ СХЕМ МЕЖПЛАНЕТНЫХ ПЕРЕЛЕТОВ АВТОМАТИЧЕСКОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКОЙ

Одной из задач, связанной с изучением проблемы межпланетных полетов, является задача выбора схемы перелета, совместной оптимизации проектных параметров межпланетного автоматического космического аппарата (АКА), программы управления двигательной установкой и траекторий движения, удовлетворяющих заданным требованиям и ограничениям.

Трудности задачи проектирования межпланетного АКА во многом определяются тем, что она включает в себя задачу баллистического проектирования орбит, то есть расчета траектории движения и законов управления, удовлетворяющих требованию доставки полезного груза в заданную область космического пространства с минимальными затратами средств на транспортировку и выполнением ограничений. Математически задачи оптимизации движения межпланетного АКА в большинстве своем сводятся к решению нелинейных двухточечных или многоточечных краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Для решения подобных задач широкое развитие получили принципы системного подхода к проектированию КА и корректного разделения общей проблемы оптимизации на проектную (нахождение оптимальных весовых соотношений между элементами конструкции КА) и динамическую части (нахождение оптимальных траекторий и программ управления реактивной тягой).

Кроме того, применение подхода с использованием последовательности усложняющихся моделей движения позволяет значительно улучшить критерий оптимальности проектов. В данной работе этот подход сводится к использованию на первом этапе простейших массовой и динамической моделей без учета дополнительных затрат рабочего тела на управление и коррекцию движения. Последующие приближения используют более сложные модели, учитывающие угловое движение КА, дополнительные ограничения на проектные параметры и управления, дополнительные затраты рабочего тела на коррекцию траектории и другие факторы. Процесс оптимизации заканчивается, когда применение модели более высокого уровня не приводит к заметному улучшению критерия оптимальности.

Рассмотрим задачу совместной проектно-баллистической оптимизации межпланетного КА с двигателями малой тяги. В общем случае, целью межпланетного АКА

является доставка заданной полезной нагрузки в заданную точку пространства. При этом длительность перелета T , длительность пребывания в радиационных поясах $T_{рад}$, стартовая масса аппарата M_0 и удельная стоимость $C_{уд}$ полезного груза (ПГ) должны быть минимальными, а масса ПГ должна быть максимальной. Таким образом, имеется, как минимум, пять основных критериев, которые должны использоваться при выборе оптимального варианта проекта среди альтернативных:

$$\left. \begin{aligned} T &= \{T_1, T_2, \dots, T_n\} = T(\bar{\psi}) \rightarrow \min, \\ T_{рад} &= \{T_{рад1}, T_{рад2}, \dots, T_{раdn}\} = T_{рад}(\bar{\psi}) \rightarrow \min, \\ M_0 &= \{M_{01}, M_{02}, \dots, M_{0n}\} = M_0(\bar{\psi}) \rightarrow \max, \\ C_{уд} &= \{C_{уд1}, C_{уд2}, \dots, C_{удn}\} = C_{уд}(\bar{\psi}) \rightarrow \min, \\ M_{ПГ} &= \{M_{ПГ1}, M_{ПГ2}, \dots, M_{ПГn}\} = M_{ПГ}(\bar{\psi}) \rightarrow \max, \end{aligned} \right\}$$

где $\bar{\psi} = \{P_O, c, N_O, M_{ПГ}, S_{СБ}\}$ – вектор проектных параметров.

Для перехода от многокритериальной задачи оптимизации к однокритериальной воспользуемся наиболее распространенным на практике подходом к построению единого критерия – выделение основного показателя и перевод остальных в ограничения. В качестве основного критерия оптимальности проекта выберем стартовую массу, удельную стоимость выразим через массу полезного груза: $C_{уд} = C_{уд}(M_{ПГ}) = C/M_{ПГ}$, а длительность разгона и перелета ограничим соответственно: $T_{разг} \leq T_{разд}$, $T \leq T_{пред}$.

Стоимость сведем в ограничения, поскольку она является эмпирической функцией, ее расчет является сложным и определяется конечными результатами расчета проекта в целом. Стоимость проекта можно выбрать, решив, минимаксную задачу в следующей постановке: $C_{уд} = \min_{i} \max_J agr(i, J)$, где J – выбранный критерий эффективности, i – номер проекта.

Решение задачи оптимизации в данной постановке требует формального описания проектного облика и движения аппарата. Стартовую массу КА представим как сумму масс отдельных частей аппарата, определяемых по функциональным признакам. В любом случае можно говорить о том, что стартовая масса аппарата является функцией тяги двигателей P_O на орбите Земли, скорости истечения рабочего тела c и массы рабочего тела $M_{ПГ}$, требуемого на выполнение целевой задачи. С другой стороны, затраты рабочего тела зависят от стартовой массы и проектных параметров аппарата. Поэтому можно записать:

$$\bar{\Psi} = \{P_0, c, N_0, M_{PT}, S_{CB}\} \rightarrow \Psi = \{P_0, c\},$$

$$M_0 = M_0(P, C).$$

Принципиальная особенность задачи об оптимизации траектории межпланетного перелета КА с использованием солнечной энергодвигательной установки малой тяги заключается в необходимости учета падения тяги двигателей по мере удаления КА от Солнца, что существенно усложняет задачу, так как зависимость программы управления от фазовых координат КА не позволяет явно разделить проектную и динамическую части задачи. Процедура решения задачи оптимизации межпланетной траектории КА при помощи принципа максимума Понтрягина сведена к краевой задаче высокого порядка. Однако возникают большие трудности при попытках решения этой краевой задачи такого порядка методами линеаризации функции невязок.

Подход к решению задачи оптимизации программы управления и проектных параметров АКА основан на разбиении траектории перелета на конечное число участков с простыми законами управления, которые могут быть описаны конечным числом параметров управления. К этим параметрам управления добавляются проектные параметры аппарата, и вместо оптимизации системы в функциональном пространстве переходим к задаче математического программирования в конечномерном пространстве параметров.

Стартовая масса межпланетного АКА:

$$M_0 = M_{ПТ} + M_{К}(\psi) + \int_0^T \frac{P(R)}{c} \cdot \delta \cdot dt,$$

$$M_0 = M_{ПТ} + M_{К}(\psi) + \frac{P_0}{c} \cdot \int_0^T \chi(R) \cdot \delta \cdot dt,$$

где $\chi(R) = \frac{P(R)}{P_0}$, P_0 – тяга двигателей на орбите Земли. Минимум стартовой массы

АКА соответствует минимуму функционала:

$$J = T_{\mu}^* = \int_0^T \chi(R) \cdot \delta \cdot dt,$$

который может быть интерпретирован как приведенное моторное время T_{μ}^* . Результат решения динамической задачи – зависимость приведенного моторного времени от проектных параметров ψ :

$$T_{\mu}^*(\psi) = \underset{u(t) \in U}{\text{Min}} T_{\mu}(u, \psi / M_{ПТ}, T, \psi = \text{fixe}, x \in X),$$

а оптимальные проектные параметры определяются как:

$$\Psi_{opt} = \{P_O, c\}_{opt}^T = \arg \text{Min} \left[M_{III} + M_k(\Psi) + \frac{P_Q}{c} \cdot T_m^*(\Psi) \right].$$

Тогда задача проектно-баллистической оптимизации перелета формулируется следующим образом: определить вектор проектных параметров Ψ из допустимого множества B и вектор функций управления $u(t)$ из допустимого множества U , доставляющие при заданной массе полезного груза и заданном времени перелета T минимум начальной массы КА и обеспечивающие выполнение целевой задачи проекта, описываемой множеством допустимых фазовых координат аппарата $x \in X$:

$$M_0 = \underset{\Psi \in B, u(t) \in U}{\text{Min}} M_0(u, \Psi / M_{III}, T = \text{fixe}, x \in X).$$

Таким образом, решение многокритериальной оптимизационной задачи можно свести к построению некоторого множества Парето – зависимостей проектно-динамических параметров, по которым можно определить проектный облик аппарата, схему перелета, "окна старта" и законы управления движением межпланетного АКА.