УДК 629.78(075)

Куренков В.И.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ ВЗАИМНОЙ ВИДИМОСТИ ОКОЛОЗЕМНЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

При моделировании орбитального полёта и целевого функционирования космических аппаратов (КА) часто возникает задача оценки возможности передачи информации с одного КА на другой, например, с КА наблюдения на спутник-ретранслятор. Такая передача возможна, если соблюдаются условия взаимной видимости КА.

Известны математические модели для оценки взаимной видимости КА [1], однако в этих моделях используются трансцендентные уравнения, решение которые усложняет алгоритмы моделирования.

В настоящей работе представлены три группы математических моделей и алгоритмов для оценки взаимной видимости КА, в которых не требуется решать трансцендентные уравнения. Такие модели относительно просты и применимы в составе комплекса для имитационного моделирования орбитального полёта и целевого функционирования космических аппаратов.

Модели и алгоритм для оценки взаимной видимости двух космических аппаратов на основе построения конуса невидимости

Если из первого КА мысленно выпустить множество лучей, касательных к поверхности Земли, то они образуют поверхность конуса, которая разделяет область взаимной видимости и невидимости космических аппаратов. Схема, иллюстрирующая сказанное, представлена на рис. 1. На этой схеме сечение конуса заштриховано.

Условия взаимной видимости или невидимости КА следующие.

Если второй КА находится вне конуса, построенного от вершины первого КА, то взаимная видимость имеет место.

Если второй КА находится до линии горизонта и внутри этого конуса, то взаимная видимость также имеется.

Если второй КА находится за линией горизонта и внутри этого конуса, то взаимная видимость отсутствует.

Ниже приведён алгоритм решения данной задачи с одновременным построением и пояснением моделей.

Алгоритм 1

1. Моделируется движение первого и второго КА в неподвижной геоцентрической системе координат. При этом координаты обоих КА считаются известными (опре-

делёнными) в каждый момент времени имитационного моделирования. Такое моделирование, например, можно выполнить с помощью программного комплекса, представленного в [2, 3].

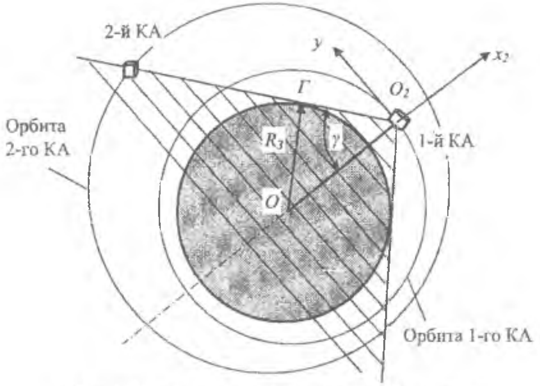

Рис. 1. Схема для построения первой модели

2. Производится пересчёт координат первого КА из неподвижной геоцентрической системы координат в геоцентрическую орбитальную систему координат, связанную с перицентром орбиты первого КА. Методика пересчёта приведена в [2].

3. Производится пересчёт координат первого КА из геоцентрической орбитальной системы координат, связанной с перицентром орбиты, в бароцентрическую систему координат для первого КА. Методика пересчёта приведена в [2].

4. Осуществляется построение конуса в бароцентрической системе координат $O_2x_2y_2z_2$ (рис. 1).

Уравнение конуса:

$$y_2^2 + z_2^2 - k^2x_2^2 = 0,$$

где k – коэффициент, который определяется с помощью угла полураствора конуса γ по следующей зависимости:

$$k = ctg(\gamma).$$

В свою очередь, угол γ можно определить из соотношения

$$\gamma = arcsin\left(\frac{R_З}{R_З + H}\right),$$

где $R_З$ – радиус Земли; H – высота полёта первого КА.

5. Производится пересчёт координат второго КА из неподвижной геоцентрической системы координат в геоцентрическую орбитальную систему координат, связанную с перицентром орбиты первого КА.

6. Производится пересчёт координат второго КА из геоцентрической орбитальной системы координат, связанной с перицентром орбиты первого КА, в бароцентрическую систему координат первого КА.

7. Определяется расстояние от первого КА до горизонта. Его можно найти по зависимости:

$$r_{\Gamma} = \sqrt{(R_3 + H)^2 - R_3}. \quad (1)$$

8. Рассчитывается расстояние от первого КА до второго в бароцентрической системе координат первого КА:

$$r_2 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}.$$

9. Проверяется условие взаимной видимости или невидимости КА.

9.1. Если второй КА находится в области пространства конуса от первого КА до горизонта, то условие взаимной видимости соблюдаются. Для этого достаточно, чтобы расстояние между двумя КА было меньше расстояния до линии горизонта, то есть $r_2 \leq r_{\Gamma}$.

9.2. Если второй КА находится в области пространства конуса далее линии горизонта, то есть если выполняется условие $r_2 > r_{\Gamma}$, то проверяется условие попадания второго КА во внутреннюю область конуса. Математически это условие записывается следующим образом:

$$x_{2\text{KA}2} \leq -\frac{1}{k}\sqrt{y_2^2 + z_2^2}.$$

Если данное условие выполняется, то взаимная видимость КА отсутствует.

Следует отметить, что в общем случае уравнение конуса будет со знаками «плюс» и «минус»:

$$x_{2\text{KA}2} \leq \pm\frac{1}{k}\sqrt{y_2^2 + z_2^2}.$$

Однако только знак «минус» определяет внутреннюю область пространства конуса в направлении Земли в выбранной системе координат. Другая часть конуса в сторону от Земли (на рис. 1 не показана) характеризуется знаком «плюс» в приведённом выражении и в работе не рассматривается.

Модели и алгоритм для оценки взаимной видимости двух космических аппаратов на основе трассировки луча видимости

Суть моделирования заключается в следующем.

Строится вектор, который направлен из первого КА во второй. Модуль вектора принимается равным расстоянию от первого КА до точки горизонта Земли, видимого с первого КА. Если точка с координатами конца построенного вектора находится внутри сферы с радиусом, равным среднему радиусу Земли, то взаимная видимость КА отсутствует. Если эта точка располагается вне сферы, то условие взаимной видимости КА соблюдается (рис. 2).

Приведём алгоритм решения данной задачи с одновременным построением и пояснением моделей.

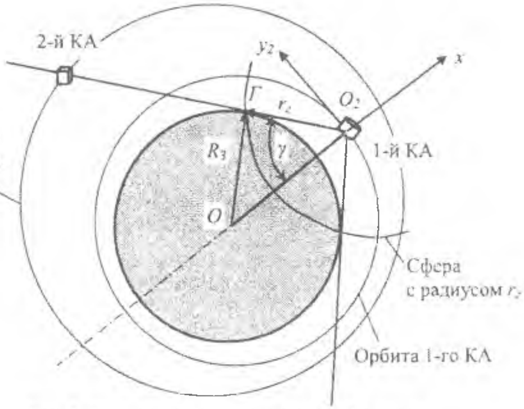

Рис. 2. Схема для построения второй модели

Алгоритм 2

Пункты 1, 2 и 3 настоящего алгоритма совпадают с такими же пунктами алгоритма 1.

4. Определяется расстояние от первого КА до второго в бароцентрической системе координат первого КА

$$r_2 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}$$

и находятся направляющие косинусы

$$\cos\alpha = \frac{x_2}{r_2}; \qquad \cos\beta = \frac{x_2}{r_2}; \qquad \cos\gamma = \frac{x_2}{r_2}.$$

5. Определяется расстояние от первого КА до горизонта по формуле (1).

6. Определяются координаты вершины вектора, направленного из первого КА во второй КА с модулем, равным расстоянию от первого КА до горизонта

$$x_2 = r_г \cos\alpha; \qquad y_2 = r_г \cos\alpha; \qquad z_2 = r_г \cos\alpha.$$

7. Проверяется условие принадлежности точки с координатами, определёнными в пункте 6, сфере Земли.

Если $x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 \leq R_3$, то условия взаимной видимости КА не соблюдаются.

В противном случае взаимная видимость КА имеет место.

Модели для оценки видимости стационарного космического аппарата с низкоорбитального КА

В данном случае моделирование упрощается, так как у стационарного КА подспутниковая точка неподвижна относительно поверхности Земли. Следовательно, моделировать орбитальное движение стационарного КА нет необходимости.

Строится конус с вершиной в центре Земли и образующими, направленными на границу взаимной видимости КА, как это показано на рис. 3. Угол полураствора этого конуса равен α. Затем при моделировании орбитального движения низкоорбитального КА в каждый момент времени имитации полёта определяется его попадание в область пространства, ограниченную указанным конусом. Если низкоорбитальный КА находится внутри этого конуса, то условие взаимной видимости КА нарушаются.

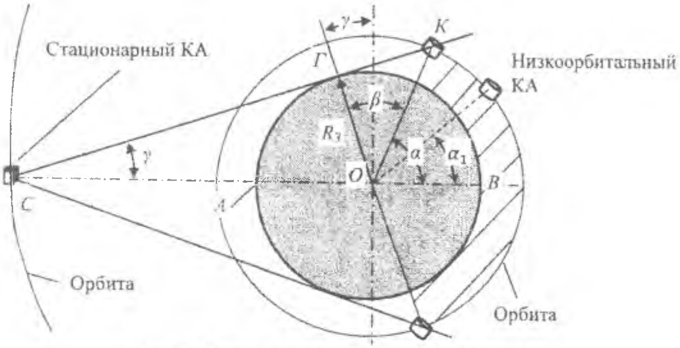

Рис. 3. Схема для построения третьей модели

Алгоритм и модели для этого случая будут следующими.

Алгоритм 3

1. Пункт 1 настоящего алгоритма совпадает с таким же пунктом алгоритма 1.

2. Рассчитывается угол α по следующей зависимости (рис. 3):

$$\alpha = \frac{\pi}{2} + \gamma - \beta,$$

где углы γ и β определяются из соотношений:

$$\gamma = arcsin\left(\frac{R_3}{R_3 + \text{H}_{\text{ГСО}}}\right);$$

$$\beta = arccos\left(\frac{R_3}{R_3 + \text{H}}\right);$$

$H_{\text{ГСО}}$ – высота геостационарной орбиты.

3. Моделируется движение низкоорбитального КА с определением координат долготы $\lambda_{\text{КА}}$ и широты $\varphi_{\text{КА}}$ подспутниковой точки в каждый момент времени имитации

полёта. Такое моделирование можно выполнить с помощью программного комплекса, представленного в [2].

4. Условие попадания низкоорбитального КА в область, ограниченную углом α, приведено в [2] и выглядит следующим образом:

$$|\arccos[\sin(\varphi_B)\cdot\sin(\varphi_{КА})+\cos(\varphi_B)\ \cos(\varphi_{КА})\cos(\lambda_{КА}-\lambda_B)]|<\alpha.$$

В этом выражении координата φ_B равна нулю, так как спутник геостационарный, а координата λ_B соответствует противоположной точке Земли от подспутниковой точки геостационарного КА:

$\lambda_B=\pi-\lambda_A$, если λ_A – восточная долгота (со знаком плюс),

$\lambda_B=\pi+\lambda_A$, если λ_A – западная долгота (со знаком минус).

Таким образом, представлены модели и алгоритмы для оценки взаимной видимости КА, которые применимы в составе комплекса для имитационного моделирования орбитального полёта и целевого функционирования космических аппаратов. Использование данных моделей упрощает алгоритмы моделирования.

Библиографический список

1. Малышев, В.В. Спутниковые системы мониторинга. Анализ, синтез и управление [Текст]/ В.В. Малышев, М.Н. Красильщиков, В.Т. Бобронников и др.; под ред. В.В. Малышева. – М.: Из-во МАИ, 2000, – 568 с.
2. Куренков, В.И. Основы устройства и моделирование целевого функционирования космических аппаратов наблюдения: учеб. пособие [Текст]/ В.И. Куренков, В.В. Салмин, Б.А. Абрамов. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2006. – 296 с.
3. Куренков, В.И. Моделирование целевого функционирования космических аппаратов наблюдения с учётом энергобаланса: учеб. пособие [Текст] /В. И.Куренков, В.В. Салмин, Б.А. Абрамов. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2007. – 160 с.