УДК 629.78

Ишков С.А., Шейников И.В.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТРОСА

Рассматривается задача определения коэффициента демпфирования и значения модуля Юнга троса, применяемого для орбитальных космических систем.

Значение коэффициента демпфирования и величина модуля Юнга оказывают существенное влияние на поведение субспутника после его отделения от базового аппарата как при штатной, так и при нештатной ситуации.

Проводился наземный эксперимент по определению коэффициента демпфирования троса из материала 8x200 Dyneema, планируемого для применения в YES2 – европейском студенческом космическом проекте. Эксперимент проводился в лаборатории фирмы Delta Utec SRC (г.Лейден, Нидерланды).

Схема эксперимента включает в себя следующие этапы (рис.1):

- груз, привязанный тросом длины l из материала 8x200 Dyneema, совершает свободное падение с высоты h_1 $(h_1 < l)$ до высоты x_1 (момент t_1), нулевой уровень обозначает положение равновесия троса с грузом;
- происходит растяжение и сжатие троса относительно положения равновесия троса без груза (координаты x_1) до момента t_2;
- груз совершает свободное движение до начала нового цикла растяжения-сжатия троса;
- высокоточной цифровой камерой фиксируется амплитуда координаты x в момент времени t_3 (координата h_2).

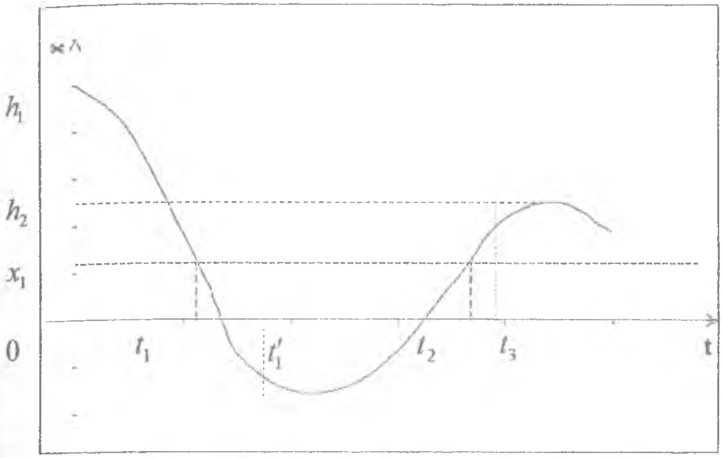

Рисунок 1 – Изменение координаты груза по времени

Таким образом, по результатам измерения координаты h_2 необходимо рассчитать коэффициент демпфирования ζ.

Учитывая то, что на первом участке движение равноускоренное, для момента t_1 можно записать: $t_1=\sqrt{\dfrac{2(h_1-x_1)}{g}}$ и $\dot{x}_1=-\sqrt{2(h_1-x_1)g}$.

Для момента t_2 участка t_2-t_3, где также совершается свободное движение, справедливо равенство: $\dot{x}_2=\sqrt{2(h_2-x_1)g}$.

На участке t_1 - t_2 координата x изменяется в соответствии с решением для колебательной системы второго порядка:

$$x=e^{-\zeta\omega(t-t_1)}\left[c_1\sin(\omega(t-t_1))+c_2\cos(\omega(t-t_1))\right], \tag{1}$$

где c_1 и c_2 – коэффициенты, ζ – искомый коэффициент демпфирования.

Для $\dot{x}$ имеем следующее выражение:

$$\dot{x}=\omega e^{-\zeta\omega(t-t_1)}\left[(-c_1\zeta-c_2)\sin(\omega(t-t_1))+(c_1-c_2\zeta)\cos(\omega(t-t_1))\right]. \tag{2}$$

Подставим известные значения $\dot{x}_1$, x_1 и t_1 в (1) и (2): $x_1 = c_2$ и $\dot{x}_1 = \omega(c_1 - c_2\zeta)$. Та
образом: $c_1 = \dfrac{\dot{x}_1}{\omega} + c_2\zeta = \dfrac{\dot{x}_1}{\omega} + x_1\zeta$ и $c_2 = x_1$.

В момент времени t_2 будет верно:

$$x_2 = e^{-\zeta\omega(t_2-t_1)}\left[c_1\sin(\omega(t_2-t_1)) + c_2\cos(\omega(t_2-t_1))\right],$$

$$\dot{x}_2 = we^{-\zeta\omega(t_2-t_1)}\left[(-c_1\zeta - c_2)\sin(\omega(t_2-t_1)) + (c_1 - c_2\zeta)\cos(\omega(t_2-t_1))\right] \quad (4$$

Разделим равенство (4) на равенство (3)

$$\frac{\dot{x}_2}{\omega\, x_2} = \frac{(-c_1\zeta - c_2)\sin(\omega(t_2-t_1)) + (c_1 - c_2\zeta)\cos(\omega(t_2-t_1))}{c_1\sin(\omega(t_2-t_1)) + c_2\cos(\omega(t_2-t_1))}.$$

Подставим известные значения c_1 и c_2, учтем то, что $x_2 = x_1$, и разделим числите
знаменатель дроби, стоящей в правой части равенства, на $\sin(\omega(t_2 - t_1))$:

$$\frac{\dot{x}_2}{\omega\, x_1} = \frac{(-\dfrac{\dot{x}_1}{\omega}\zeta - x_1\zeta^2 - x_1)tg(\omega\,(t_2-t_1)) + \dfrac{\dot{x}_1}{\omega}}{(\dfrac{\dot{x}_1}{\omega} + x_1\zeta)tg(\omega(t_2-t_1)) + x_1}.$$

Выразим отсюда

$$ctg(\omega(t_2-t_1)) = \frac{\dot{x}_1\dot{x}_2 + x_1\omega\zeta(\dot{x}_1 + \dot{x}_2) + x_1^{\,2}\omega^2(\zeta^2+1)}{(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)x_1\omega}.$$

Получим значение для $\omega(t_2 - t_1)$ и обозначим его через F

$$\omega(t_2 - t_1) = \pi - arcctg\left(\frac{\dot{x}_1\dot{x}_2 + x_1\omega\zeta(\dot{x}_1 + \dot{x}_2) + x_1^{\,2}\omega^2(\zeta^2+1)\dfrac{\dot{x}_1}{\omega}}{(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)x_1\omega}\right) = F.$$

Подставим полученное значение в (3), в котором известны все переменные, кроме ζ

$$x_1 = e^{-F\zeta}\left[(\frac{\dot{x}_1}{\omega} + x_1\zeta)\sin(F) + x_1\cos(F)\right].$$

Решение данного нелинейного уравнения относительно ζ проводилось методом касательных. При выборе начального приближения $\zeta = 0{,}075$ (предполагаемое значение) решение показало высокую сходимость. Результаты представлены в таблице 1. Также в процессе эксперимента контролировалось максимальное натяжение N в тросе (в момент времени t_1'), вычисленное без учета рассеивания энергии на участке 0 - t_1' по формуле: $N = \sqrt{2mgh_1k}$.

Таблица 1. Результаты эксперимента

Высота, h_1 (м)	Масса, m (кг)	Длина троса, l (м)	Максимальное натяжение, N (Н)	Коэффициент демпфирования, ζ (%)
0,128	1,722	2.5	94,79	8,9
0,145	0,122	2,5	26,86	6,7
0,202	0,122	7,8	17,95	7,4
0,270	0,122	7,8	20,75	6,3
0,360	0,058	7,75	16,58	7.8
0,342	0,018	7,7	9,03	7,5
0,480	0,018	7,7	10,69	8,4

Эксперимент показал, что можно ожидать значение коэффициента демпфирования от 6,2% до 8,9% в интересующем диапазоне значений натяжения (рабочий диапазон: 5-30 Н, до 110 Н при внештатных ситуациях). В таблицу сведены значения четырех параметров, которые могли бы оказать влияние на значение коэффициента демпфирования. Был произведен анализ результатов, который показал отсутствие явных зависимостей.

Модуль Юнга уточнялся в результате статических экспериментов с разными массами грузов. В результате были получены значения модуля Юнга для троса диаметром 0,5 мм из материала 8x200 Dyneema в диапазоне от 24,955 ГПа до 28,011 ГПа, что подтверждает известное значение, равное 26,483 ГПа.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Пановко Я. Г. Введение в теорию механических колебаний. – М.: Наука, 1991.
2. Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле/ Пер. с англ. Л. Г. Корнейчука; Под ред. Э. И. Григолюка. – М.: Машиностроение, 1985.
3. Reb S, Tethered satellite systems. – Technische Universitat Munchen. – 1991.
4. Маркеев А.П. Теоретическая механика. – М.: Наука, 1990.