

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С. П. КОРОЛЁВА»

А. П. Савинов, Н. П. Коробова

## ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН В АВИАСТРОЕНИИ

*Под редакцией д-ра техн. наук, проф. В.Н. Самсонова*

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного пособия*

САМАРА  
Издательство СГАУ  
2008

УДК 621.01(075)

ББК 34.41

С13

Рецензенты: кафедра Самарского государственного университета путей сообщений, зав. кафедрой канд. техн. наук, доц. В. В. Ф е д о р о в;  
д-р техн. наук, проф. С. В. Ф а л л а с е в

*Савинов А.П.*

**С13** **Теория механизмов и машин в авиастроении:** учеб. пособие / *А.П. Савинов, Н.П. Коробова*; под ред. В.Н. Самсонова. - Самара: Изд-во СГАУ, 2008. – 160 с.: ил.

**ISBN 978-5-7883-0546-2**

Излагаются требования, предъявляемые к проекту (работе) по ТММ и основам конструирования применительно к аэрокосмической отрасли. В качестве примеров приведены кинематическое и динамическое исследование механизмов шасси самолётов, авиадвигателей и других механизмов авиационной и космической техники. Рассмотрены особенности проектирования авиационных многосателлитных планетарных и дифференциальных передач.

Предназначено для студентов аэрокосмических специальностей вузов. Разработано на кафедре основ конструирования машин.

УДК 621.01 (075)

ББК 34.41

**ISBN 978-5-7883-0546-2**

© Самарский государственный  
аэрокосмический университет, 2008

## Оглавление

Предисловие	6
Введение	7
1. Методические указания к выполнению проекта	15
2. Структурный анализ плоских механизмов с низшими парами	18
3. Кинематический анализ плоских механизмов с низшими парами	21
3.1. Общие сведения	21
3.2. Определение траекторий движения точек звеньев	22
3.3. Построение кинематических диаграмм	23
3.4. Определение скоростей методом планов	25
3.5. Определение ускорений методом планов	28
3.6. Определение скоростей и ускорений в механизмах шасси	31
3.7. Определение скоростей и ускорений в кулисных механизмах	35
4. Кинетостатический (силовой) расчет плоских механизмов с низшими парами	37
4.1. Общие сведения	37
4.2. Силовой расчет групп Ассура	38
4.3. Кинетостатика ведущего звена	48
4.4. Теорема Н. Е. Жуковского	51
4.5. Учет потерь мощности на трение	53
5. Проектирование простых зубчатых передач	55
5.1. Общие сведения	55
5.2. Основные определения зубчатых зацеплений	59
5.3. Основные качественные показатели эвольвентного зацепления	62
5.3.1. Коэффициент перекрытия	63
5.3.2. Коэффициент удельного скольжения	64
5.3.3. Коэффициент удельного давления	65
5.4. Определение общего передаточного отношения и разбивка его по ступеням	66

5.5. Подбор чисел зубьев одноступенчатой передачи при заданном межосевом расстоянии	68
5.6. Подбор чисел зубьев двухступенчатой соосной передачи при заданном межосевом расстоянии	69
5.7. Выбор коэффициентов смещения режущего инструмента	71
5.8. Определение геометрических параметров зацепления	75
5.9. Пример геометрического расчета внешнего зацепления	77
5.10. Построение картины зацепления	81
6. Проектирование сателлитных передач	83
6.1. Общие сведения	83
6.2. Классификация сателлитных передач	84
6.3. Кинематика сателлитных передач	88
6.3.1. Кинематика дифференциальной передачи	89
6.3.2. Кинематика планетарной передачи	93
6.3.3. Кинематика планетарной передачи типа 3К	95
6.3.4. Кинематика замкнутых дифференциальных передач	96
6.3.5. Кинематика волновых передач	99
6.3.6. Планы линейных и угловых скоростей цилиндрических планетарных передач	99
6.4. Конструктивные особенности сателлитных передач	101
6.4.1. Условие соосности	101
6.4.2. Условие соседства	103
6.4.3. Условие сборки	104
6.4.4. Условие отсутствия заклинивания	106
6.5. Подбор чисел зубьев сателлитных передач	107
6.5.1. Методы подбора	107
6.5.2. Синтез планетарной передачи с $u^{(H)} < 0$ и одновенцовыми сателлитами (схема I, табл.5.1)	109



6.5.3. Синтез двухрядной планетарной передачи с $u^{(H)} < 0$ и двухвенцовыми сателлитами (схема III, табл.5.1.)	111
6.5.4. Синтез двухрядной планетарной передачи с $u^{(H)} > 0$ и двухвенцовыми сателлитами внешнего зацепления (схема IV, табл. 5.1)	113
6.5.5. Синтез планетарной передачи с $u^{(H)} > 0$ и двухвенцовыми сателлитами с внутренними зацеплениями (схема V, табл.5.1)	115
6.5.6. Подбор чисел зубьев в планетарной передаче типа ЗК	118
6.5.7. Подбор чисел зубьев замкнутой дифференциальной передачи	118
6.6. Определение коэффициента полезного действия сателлитных передач	120
7. Синтез кулачковых механизмов	126
7.1. Общие сведения	126
7.2. Аналитическое описание законов движения ведомого звена	127
7.2.1. Параболический закон движения (закон постоянных ускорений)	128
7.2.2 Синусоидальный закон движения	132
7.2.3. Косинусоидальный закон движения	134
7.3. Построение графиков	136
7.4. Порядок выполнения синтеза кулачкового механизма	137
7.5 Примеры проектирования кулачковых механизмов различных типов	139
Библиографический список	148
Приложения	150

## Предисловие

Третье издание учебного пособия «ТММ в авиастроении» отличается по объёму и содержанию от второго. Написано заново введение, в котором рассматриваются механизмы, применяемые в авиационных и космических летательных аппаратах, являющиеся предметом проектирования. Введён новый раздел «Проектирование простых зубчатых передач», в котором приводятся основные понятия и определения, предложена методика подбора чисел зубьев простых соосных зубчатых передач, рассмотрены основные качественные показатели зацепления.

Наиболее существенные изменения внесены в раздел «Проектирование сателлитных передач», где предложена методика подбора чисел зубьев планетарных редукторов, отличающаяся от методик, опубликованных в других учебных изданиях. Переработан раздел «Проектирование кулачковых механизмов». В составлении первого и второго издания учебного пособия принимали участие д.т.н., проф. В.М. Ястребов и к.т.н., доцент М.Ф. Кричевер.

Авторы выражают глубокую признательность коллективу кафедры механики Самарского государственного университета путей сообщения (зав. кафедрой к.т.н., доц. В.В. Федоров), а также д.т.н., проф. А.И. Белоусову за рекомендации, советы и замечания, которые учтены при подготовке данного издания.

Авторы признательны к.т.н., доц. В.П. Тукмакову, а также А.А. Маркову и П.Н. Щелочкову за оказание технической помощи.

Отзывы и замечания просим направить по адресу: 443086, Самара, Московское шоссе 34, РИО СГАУ.

## Введение

Предлагаемое учебное пособие предназначено для выполнения курсовых проектов (работ) по ряду курсов (теории механизмов и машин, прикладной механике, основам конструирования машин) аэрокосмических специальностей, в которых студенты изучают вопросы расчёта и конструирования деталей и механизмов летательных аппаратов (самолётов, вертолётов и космических аппаратов).

Методики расчёта, проектирования и конструирования механизмов летательных аппаратов (ЛА) значительно отличаются от методик расчёта механизмов общего машиностроения. К числу специальных требований, которые предъявляются к ЛА, относятся минимизация массы и габаритов, высокая надёжность, высокая прочность деталей, долговечность, работоспособность в экстремальных условиях (низкие и высокие температуры, вакуум, значительные перегрузки и т.д.).

В современных авиационных ЛА (самолётах Ту-154, Ту-144, Ил-62, Ил-86, Ан-22 и т.д.) широко применяются рычажные механизмы, например, в системах управления предкрылками, закрылками, элеронами и стабилизатором, в механизмах выпуска и уборки шасси (рис. 1), в двигателях внутреннего сгорания (рис. 2), в механизмах управления дозвуковых и сверхзвуковых створок регулируемого сопла турбореактивных двигателей (рис. 3,4).

В устройствах механизации крыла, в механизмах триммирования, управления стабилизатором для преобразования вращательного движения в поступательное применяют шарико-винтовые механизмы (рис. 5).

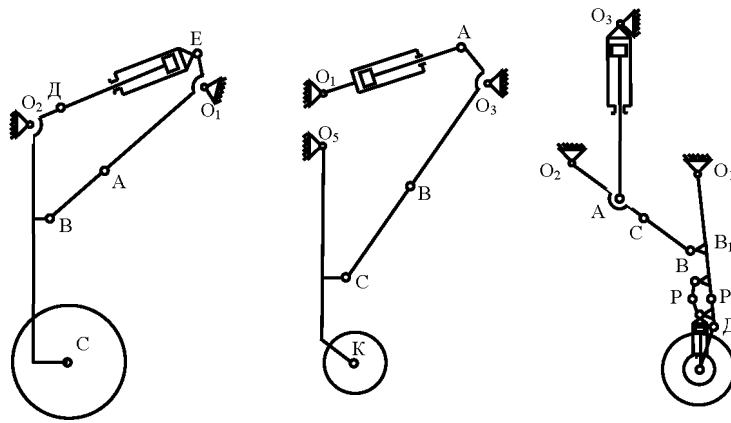


Рис. 1. Кинематические схемы механизмов уборки и выпуска шасси самолетов

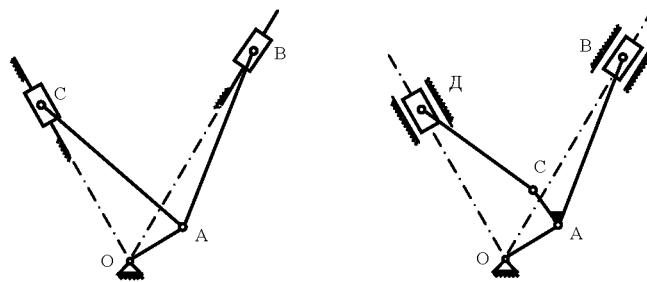


Рис. 2. Кинематические схемы механизмов двигателей внутреннего сгорания

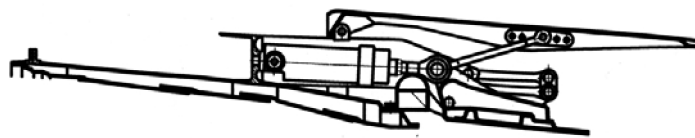


Рис. 3. Механизм управления створками сверхзвукового сопла  
ТРДДФМ-53

Приводы с простыми зубчатыми передачами используют в механизации крыла (рис.6), в трансмиссии управления закрылками (рис. 7), в авиационных двигателях для передачи крутящего момента к различным агрегатам.

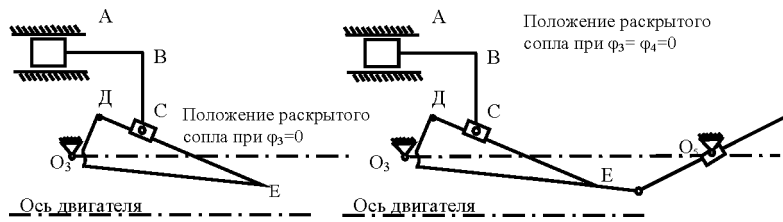


Рис. 4. Кинематические схемы механизмов управления створками сопла ТРД

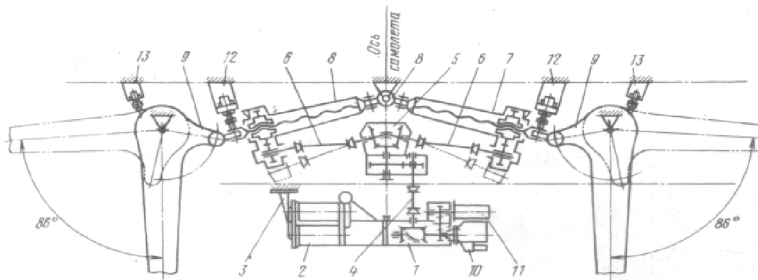


Рис. 5. Кинематическая схема механизма управления передними крыльями самолета Ту-144:

1 - редуктор; 2 - электромеханизм МУС-ЗПТВ; 3 - кронштейн; 4,6 - карданные валы; 5 - редуктор раздаточный; 7 - винтовой преобразователь ВП-7; 8 - ось; 9 - поворотные узлы; 10 - механизм концевых выключателей МКВ-5Щ; 11 - механизм датчиков МДТ-САБ-4; 12,13 - концевые выключатели

В авиационных и космических ЛА широко применяются сателлитные зубчатые передачи. Двухступенчатый планетарный центральный редуктор установлен в системе управления закрылками самолёта Як-42 (рис. 8). В этой же системе используется планетарный редуктор типа ЗК системы рассогласования закрылков с помощью сельсиновых датчиков ДС-10 (рис. 9).

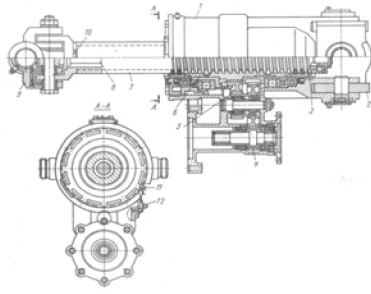


Рис. 6. Подъёмник стабилизатора самолёта Ту-154:

1 - корпус подъемника; 2 - карданный узел; 3 - упор выпущенного положения; 4 - шестерня; 5 - колесо; 6 - гайка подъемника; 7 - винт подъемника; 8 - стержень; 9 - вилка; 10 - упор убранный положения; 11 - винт; 12 – масленка

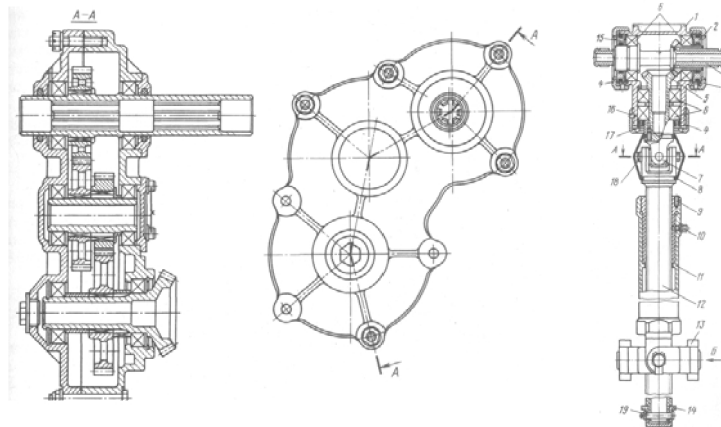


Рис. 7. Обводной и угловой редукторы механизма управления закрылками самолёта Ил-76

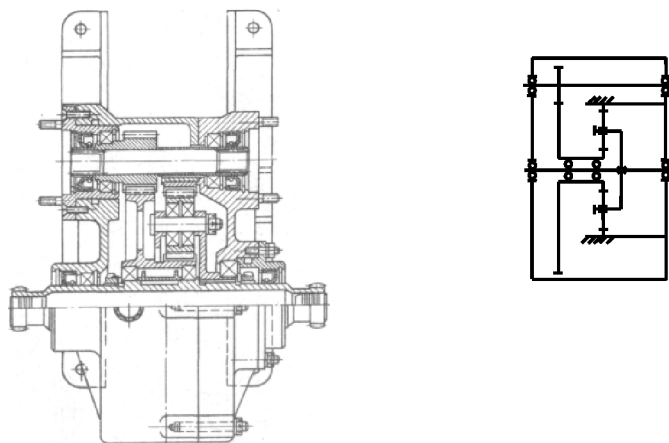


Рис. 8. Центральный редуктор

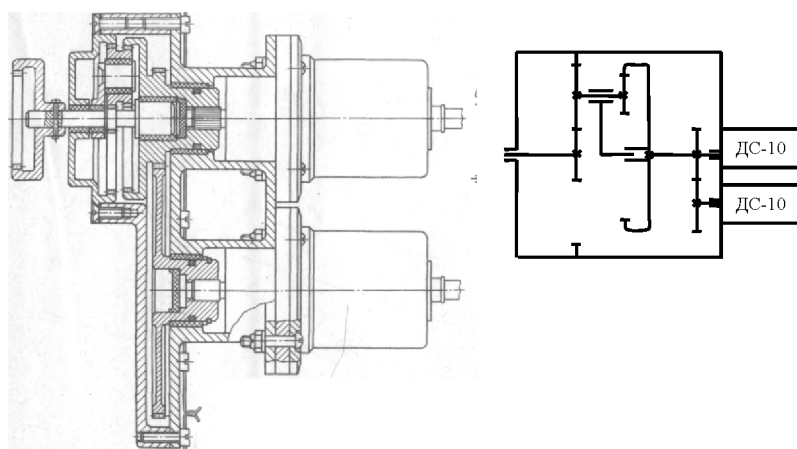


Рис. 9. Редуктор системы рассогласования

В вертолёте Ми-6 (рис.10) установлен первый в мире турбовальный двигатель Д-25В со свободной турбиной конструкции П.А. Соловьёва. Кинематическая схема редуктора двигателя Д-25В показана на рис. 6.12.



Рис. 10. Вертолет Ми-6

Турбовальный двигатель ТВаДТВ3-117 с дифференциальным редуктором (рис.11) установлен на вертолётах Ка-52, Ка-32, Ка-50, Ми-14, Ми-28. Турбовинтовые двигатели с редуктором замкнутого типа установлены на самолётах: Ан-3 (ТВД-20), Ан-38 (ТВД-2-03), Ан-24, Ан-26, Ан-30 (ТВД Ан-24), Ан-70 (ТВДД-27) (рис. 12).

Самый лучший в мире ТВаДД-146 установлен на крупнейшем в мире вертолёте Ми-26.

Сателлитные дифференциальные редукторы турбовинтовых двигателей НК-12 и НК-12М конструкции Н.Д. Кузнецова установлены на самолётах Ту-114 и Ту-95(рис. 13). Кинематическая схема редуктора двигателей НК-12 показана на рис. 14



Рис. 11. Вертолет Ка-52 и ТВаД ТВ3-117



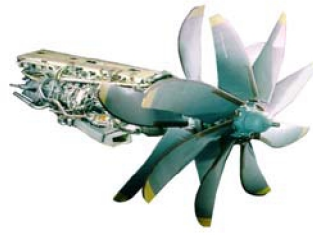


Рис. 12. Самолет Ан-70 и ТВВДЦ-27



Рис. 13. Самолет Ту-95МС и ТВДНК-12

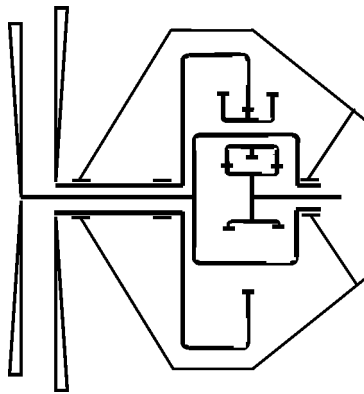


Рис. 14. Кинематическая схема редуктора двигателей НК-12

В космических аппаратах применяются планетарные и волновые передачи. Например, в «Луноходе-2» в конструкции привода мотор-колеса применялась трёхступенчатая планетарная передача, а в транспортном американском планетоходе LRV в приводе колёс использовалась волновая передача.

Проектирование механических передач, применяемых в авиационных и космических ЛА, являются предметом рассмотрения данного учебного пособия.

## 1. Методические указания к выполнению проекта

Проект состоит из графической части в объёме 4 листов формата А1, расчётно-пояснительной записки, оформленной по ГОСТ 2105-79 и содержащей следующие разделы:

1.1. Синтез и структурный анализ рычажного механизма (излагается в расчётно-пояснительной записке).

Порядок выполнения:

- производится синтез механизма по коэффициенту изменения скорости хода или другим условиям;
- определяется степень подвижности плоского рычажного механизма;
- производится разложение механизма на структурные группы Ассура;
- определяется класс механизма.

1.2. Кинематическое исследование рычажного механизма (лист 1).

Порядок выполнения:

- строится в масштабе кинематическая схема механизма;
- строятся планы скоростей и ускорений для всех положений (допускается построение планов для одного – двух положений по указанию преподавателя);
- определяются масштабы планов;
- строится диаграмма перемещения выходного звена в функции времени;
- графическим дифференцированием строятся диаграммы скорости и ускорения;
- определяются масштабы диаграмм;
- определяются скорости и ускорения выходного звена аналитическим способом на ЭВМ, результаты заносятся в таблицу сравнения, оценивается погрешность.

1.3. Кинестатический (силовой) расчёт механизма (лист 2).

Порядок выполнения:

- строится диаграмма изменения движущих (или полезного сопротивления) сил за цикл или за время перемещения звеньев из одного крайнего положения в другое;
- определяются силы веса и моменты инерции масс звеньев относительно оси, проходящей через центр тяжести звена;
- определяется для каждого звена результирующая сила инерции по величине, направлению и точке приложения;
- определяются реакции в кинематических парах методом планов сил, уравновешивающая сила и её момент;
- с помощью рычага Жуковского определяется уравновешивающая сила и сравнивается с силой, полученной в результате расчёта с оценкой относительной погрешности, которая не должна превышать 5%;
- определяются потери мощности на трение в кинематических парах.

#### 1.4. Синтез зубчатой передачи (лист 3).

Порядок выполнения:

- определяется степень подвижности зубчатой передачи;
- определяется общее передаточное отношение и производится разбивка его по ступеням;
- производится подбор чисел зубьев простой и планетарной ступеней по полученным передаточным отношениям;
- производится геометрический расчёт зубчатой пары внешнего зацепления простой ступени по заданным межосевому расстоянию и модулю; коэффициенты смещения выбираются с помощью блокирующих контуров или по рекомендациям;
- определяются диаметральные размеры зубчатых колёс планетарной ступени;
- вычерчивается в масштабе согласно ГОСТ 2.302-68 кинематическая схема редуктора в двух проекциях;
- вычерчивается картина внешнего зацепления простой ступени с выделением рабочих участков линии зацепления и профилей зубьев;
- строится график удельных скольжений;

- на чертеже помещается таблица с основными параметрами зацепления в соответствии с ГОСТ 2.403-75 и ГОСТ 2.405-75.

#### 1.5. Синтез кулачкового механизма (лист 4).

Порядок выполнения:

- аналитическим интегрированием заданного закона изменения аналога ускорения толкателя определяются законы изменения аналога скоростей и перемещений толкателя в функции от угла поворота кулачка;

- строятся в масштабах график перемещений, графики аналогов скорости и ускорения толкателя;

- производится определение минимального радиуса кулачка;

- методом обращения движения строится теоретический профиль кулачка, определяется диаметр ролика и строится рабочий профиль;

- определяются графически углы давления или углы передач и для них строится график.

## 2. Структурный анализ плоских механизмов с низшими парами

Проектирование нового механизма, а также анализ существующего возможны только в том случае, если известны элементы, составляющие механизм, и законы их образования, т.е. структура (строение) и классификация.

Структурное исследование механизма состоит в решении следующих задач:

- определение степени подвижности (свободы) заданного механизма;
- разложение механизма на структурные группы Ассура;
- определение класса механизма.

Рассмотрим структурный анализ механизма, показанного на рис. 2.1.

Так как заданный механизм плоский и относится к третьему семейству, то степень подвижности механизма определяется по формуле Чебышева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4,$$

где  $n$  – число подвижных звеньев, равное в данном механизме 5;

$p_5$  – число кинематических пар 5-го класса (низшие кинематические пары), в данном механизме их 7 (0-1, 1-2, 2-3, 3-4, 3-0, 4-5, 5-0);

$p_4$  – число кинематических пар 4-го класса (высшие кинематические пары), их в механизме нет.

$$\text{Тогда } W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1.$$

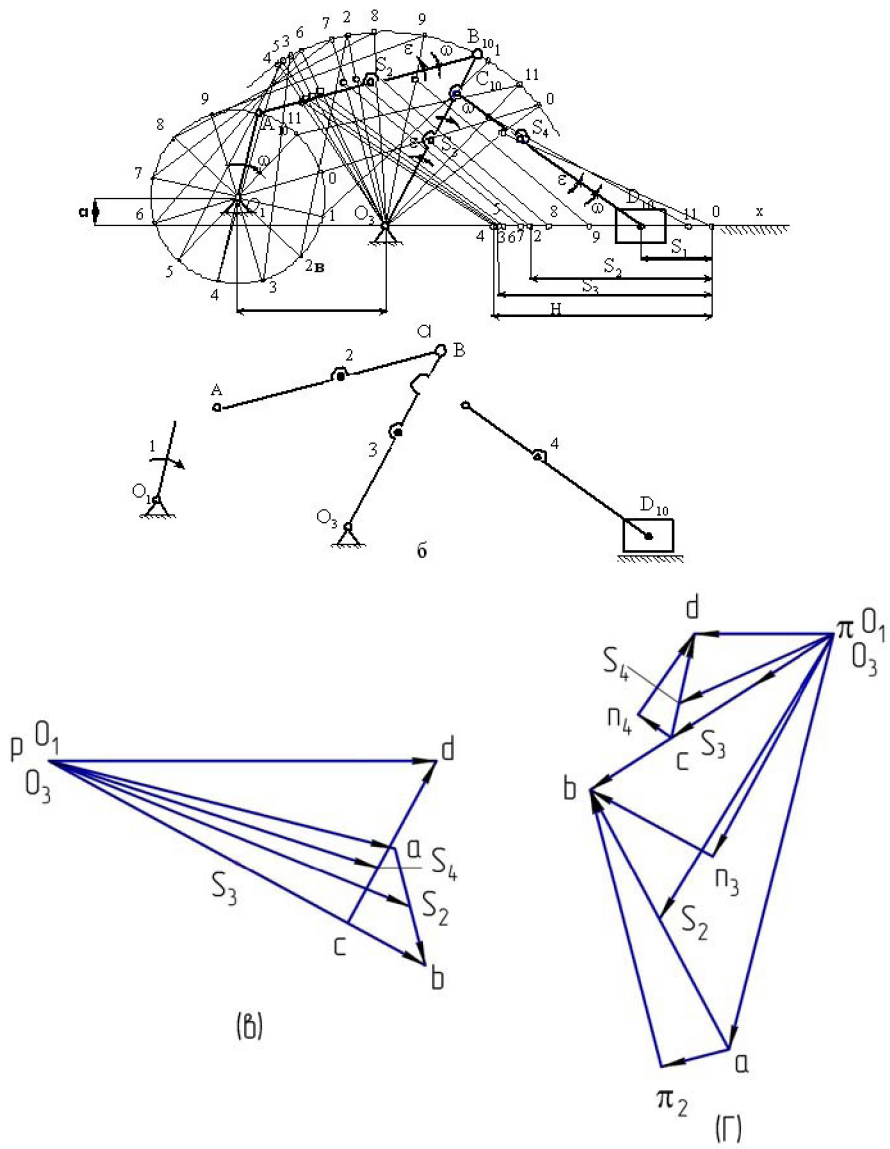


Рис. 2.1. Кинематическое исследование рычажного механизма методом планов:  
 а – кинематическая схема; б – группы Ассур; в – план скоростей;  
 г – план ускорений

В данном механизме нет лишних степеней свободы и пассивных связей.

Проведем разложение механизма на структурные группы Ассура. Разложение следует начинать с отделения группы, наиболее удаленной от ведущего звена. Разложение будет правильным, если после определения каждой группы оставшаяся часть представляет собой кинематическую цепь с тем же числом степеней свободы, что и исходный механизм. Поэтому разложение необходимо начать с попытки отделения группы 2-го класса. В случае неудачи следует выделить группу 3-го класса или 4-го класса.

На рис. 2.1, б показано разложение механизма на структурные группы. Формула строения механизма имеет вид  $1(0, 1) \rightarrow 2_{21}(2, 3) \rightarrow 2_{22}(4, 5)$ , т. е. к исходному механизму 1 класса (звенья 0, 1) присоединяются группы Ассура 2-го класса состоящие из звеньев 2 – 3 (2-го порядка, 1-го вида) и 4 – 5 (2-го порядка, 2-го вида). По классификации Ассура – Артоболевского данный механизм является механизмом 2-го класса.



### 3. Кинематический анализ плоских механизмов с низшими парами

#### 3.1. Общие сведения

Кинематический анализ механизмов имеет своей целью исследование движения звеньев с геометрической точки зрения независимо от сил, вызывающих движение этих тел.

Кинематическое исследование состоит в решении следующих задач:

- определение перемещений звеньев и траекторий, описываемых точками звеньев;
- определение скоростей и ускорений точек выходного звена методом кинематических диаграмм;
- определение линейных скоростей и ускорений точек звеньев методом планов;
- определение угловых скоростей и ускорений звеньев.

**Пример 1.** Дана схема (рис. 2.1,  $\sigma$ ), длины звеньев

$$l_{O_1A} = 0,1 \text{ м}; l_{AB} = 0,28 \text{ м}; l_{BO_3} = 0,24 \text{ м}; l_{CO_3} = 0,18 \text{ м}; l_{CD} = 0,28 \text{ м};$$

$$l_{AS_2} = 0,5 l_{AB}; l_{BS_3} = 0,5 l_{BO_3}; l_{CS_4} = \frac{1}{3} l_{CD}; a = 0,036 \text{ м}; b = 0,16 \text{ м}.$$

Частота вращения входного звена  $n_1 = 400 \text{ об/мин}$ .

Исследование механизма производится в 10-м положении. Принимаем  $\omega_1 = \text{const}$ .

### 3.2. Определение траектории движения точек звеньев

Порядок расчета:

1. Выбираем масштаб для построения кинематической схемы, определяемой по формуле

$$\mu_\ell = \frac{\ell_{O_1A}}{O_1A} = \frac{0,1}{50} = 0,002 \text{ м/мм}, \quad (3.1)$$

где  $\ell_{O_1A} = 0,1 \text{ м}$  – истинная длина звена;

$O_1A = 50 \text{ мм}$  – длина звена на чертеже.

2. В этом масштабе вычерчиваем планы механизма (рис. 2.1, с) в 12 равноотстоящих положениях кривошипа. За нулевое следует принять одно из крайних положений механизма. Для этого необходимо найти длины отрезков всех остальных звеньев механизма, которые будут изображать их на чертеже:

$$AB = \frac{\ell_{AB}}{\mu_\ell} = \frac{0,28}{0,002} = 140 \text{ мм}; \quad O_3C = \frac{\ell_{O_3C}}{\mu_\ell} = \frac{0,18}{0,002} = 90 \text{ мм}$$

и так далее.

Для того, чтобы найти правое крайнее положение механизма, нужно из точки  $O_1$  отрезком длиной  $O_1A + AB$  сделать засечку на дуге радиуса  $O_3B$ . Получим точку  $B_0$  для нулевого положения. Затем найдем все остальные положения звеньев механизма. С помощью засечки длиной  $AB - O_1A$  на дуге радиуса  $O_3B$  определим левое крайнее положение точки  $B$  и обозначим ее через  $B_3$ .

3. Кинематическое исследование механизма необходимо начинать с механизма I-го класса, т. е. с ведущего звена. Задачи кинематического и силового исследования механизма в каждом положении его ведущего звена решаются для каждой группы Ассур отдельно согласно формуле строения.

### 3.3. Построение кинематических диаграмм

По найденным на планах механизма (рис. 2.1, а) положениям ведомого звена 5 вычерчиваем график перемещения ползуна D (рис. 3.1, а), начиная от крайнего правого положения. Так как по условию  $\omega_1 = \text{const}$ , то ось абсцисс является не только осью углов  $\varphi$  поворота кривошипа, но и осью времени  $t$ .

Время оборота ведущего звена (кривошипа  $O_1A$ ) в секундах найдем по формуле:

$$T = \frac{60}{n_1}. \quad (3.2)$$

Это время рекомендуется изображать на оси абсцисс отрезком  $x = 180 \dots 240$  мм; тогда масштаб времени, с/мм

$$\mu_t = T/x. \quad (3.3)$$

Масштаб перемещений, откладываемый по оси ординат, берем таким же, что и масштаб длины на схеме механизма, или изменяем.

Дифференцируя график перемещения, получим график изменения скорости ведомого звена. Дифференцирование проводим графически методом хорд.

Последовательность построения графика  $V_D = V_D(t)$ , (рис. 3.1 б):

- проводим секущие (хорды)  $Oa, ab, bc, cd, df$  и т. д.;
- выбираем полюс  $p_V$  на расстоянии  $H_V$ , которое рекомендуется брать порядка 20...40 мм, и проводим из него лучи 1, 2, 3, 4 и т. д., параллельные секущим  $Oa, ab, bc, cd$  и т. д., до пересечения с осью ординат;
- из точек пересечения 1, 2, 3 и т. д. проводим горизонтали до пересечения с вертикальными прямыми, проведенными из середин  $0-1, 1-2$  и т. д. отрезков времени  $\Delta t$ ;
- точки пересечения  $1', 2', 3', 4'$  и т. д. соединяем плавной кривой. Это будет кривая изменения скорости ведомого звена;
- вычисляем масштаб скорости, мс-1/мм,

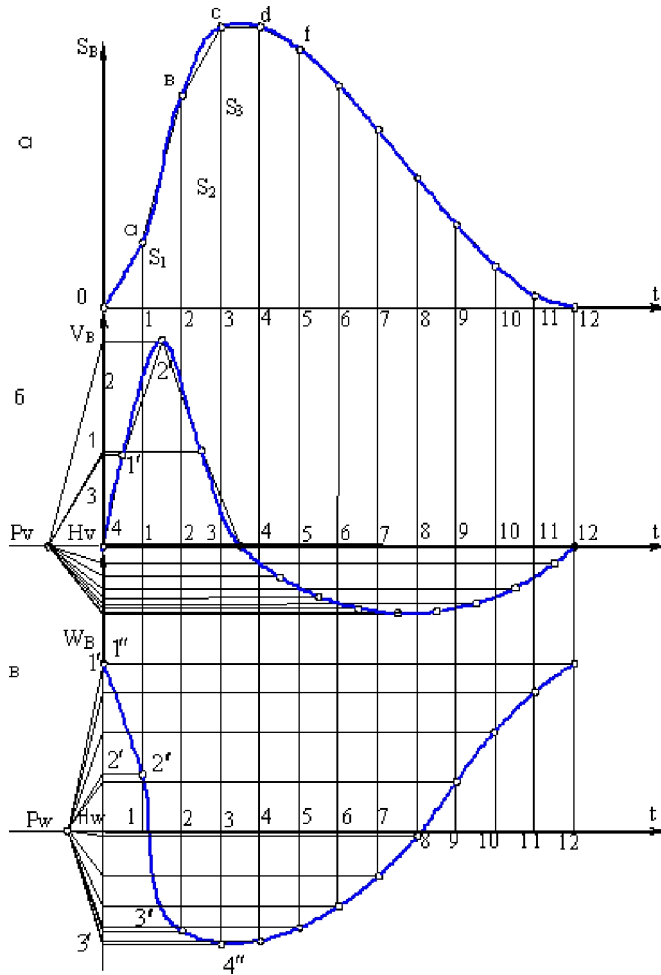


Рис. 3.1. Кинематические диаграммы

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t H_v}, \quad (3.4)$$

где  $\mu_s$  – масштаб перемещений;

$\mu_t$  – масштаб времени;

$H_v$  – полюсное расстояние, мм.

Масштаб графика скорости зависит от выбора полюсного расстояния. Чем больше полюсное расстояние, тем меньше численный масштаб и тем

большие ординаты имеет график скорости. Начальная и конечная точки графика за период цикла движения механизма должны иметь одинаковые ординаты (в данном случае они равны нулю).

Аналогичным способом получим кривую ускорения (рис. 3.1, в), дифференцируя график скорости. График ускорения, построенный путем графического дифференцирования кривой графика скорости, изображает закон изменения лишь касательного ускорения. Только в случае прямолинейного движения точки, когда нормальное ускорение равно нулю, построенный график отобразит (как в нашем примере) закон изменения полного ускорения. Начальная и конечная точки графика ускорения за время цикла движения механизма должны иметь одинаковые ординаты.

Масштаб графика ускорений,  $\text{мс}^{-2}/\text{мм}$ , определяются по формуле

$$\mu_w = \frac{\mu_v}{\mu_l H_w}. \quad (3.5)$$

### 3.4. Определение скоростей методом планов

Рассмотрим построение плана скоростей для 10-ого положения (рис. 2.1, в). Начинаем с первой группы Ассура  $2_{21}$ .

Величина скорости точки А,  $\text{м/с}$ , перпендикулярной кривошипу  $O_1A$ , определяется по формуле

$$V_A = \omega_1 \rho_{1A}, \quad (3.6)$$

где  $\omega_1$  – угловая скорость звена I,

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 400}{30} = 41,9 \text{ рад/с.}$$

Тогда  $V_A = 41,9 \cdot 0,1 = 4,19 \text{ м/с}$ .

Точка  $O_3$  неподвижна, поэтому  $V_{O_3} = 0$ . Таким образом, рассматриваемая группа присоединена к двум точкам, скорости которых известны и по направлению, и по величине. Подчеркнем их двумя чертами.

Для определения скорости точки В напишем два векторных уравнения согласно теореме о сложении скоростей при плоскопараллельном движении:

$$\overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA};$$

$$\perp O_1A \perp BA. \quad (3.7)$$

$$\overline{V}_B = \overline{V}_{O_3} + \overline{V}_{BO_3};$$

$$\perp O_3B. \quad (3.8)$$

Векторы относительных скоростей  $\overline{V}_{BA}$  и  $\overline{V}_{BO_3}$  известны только по направлению. Подчеркнем их одной чертой. Вектор относительной скорости  $\overline{V}_{BA}$  перпендикулярен звену  $AB$ , а вектор  $\overline{V}_{BO_3}$  – звену  $O_3B$ .

Для построения плана скоростей выбираем на плоскости произвольную точку  $p$  – полюс плана скоростей, который является началом плана скоростей. Из полюса откладываем отрезок  $\overline{pa}$ , изображающий на плане скоростей вектор скорости  $\overline{V}_A$ . Он перпендикулярен звену  $O_1A$ .

Тогда масштаб плана скоростей,  $mc^{-1}/mm$ ,

$$\mu_V = \frac{V_A}{pa}. \quad (3.9)$$

В соответствии с векторным уравнением (3.7) на плане скоростей проводим через точку  $a$  прямую, перпендикулярную звену  $AB$ . Это есть линия вектора  $\overline{V}_{BA}$ . В соответствии с векторным равенством (3.8) проводим через точку  $p$  на плане скоростей прямую, перпендикулярную звену  $BO_3$ . Точка пересечения этих двух прямых  $b$  и будет определять конец вектора  $\overline{pb}$ , изображающего на плане скоростей вектор  $\overline{V}_B$ . Чтобы определить истинную величину любого из векторов в м/с, надо его длину умножить на масштаб плана скоростей. Например,

$$V_B = \overline{pb} \cdot \mu_V; V_{BA} = \overline{ba} \cdot \mu_V.$$

Для определения скорости точки  $C$  воспользуемся тем, что картина относительных скоростей образует на плане скоростей фигуру, подобную фигуре звена и повернутую относительно ее на  $90^\circ$  в сторону вращения звена. В

соответствии с этим отрезок  $\overline{pb}$  плана скоростей разделим в отношении

$$O_3B : O_3C, \text{ т. е. } O_3B : O_3C = \overline{pb} : \overline{pc}. \text{ Откуда } \overline{pc} = \frac{O_3C}{O_3B} \overline{pb}.$$

$$\text{Величина скорости точки C, м/с } V_C = \overline{pc} \cdot \mu_V.$$

Перейдем к группе 2<sub>22</sub> (звенья 4 и 5). Для определения скорости точки D напишем векторное уравнение

$$\begin{aligned} \overline{V_D} &= \overline{V_C} + \overline{V_{DC}} \\ \parallel x &\quad \perp DC \end{aligned} \quad (3.10)$$

Вектор относительной скорости  $\overline{V_{DC}}$  и вектор абсолютной скорости  $\overline{V_D}$  не известны по величине, но известны по направлению. В соответствии с векторным уравнением через точку c на плане скоростей проводим прямую, перпендикулярную звену CD. Это будет линия относительной скорости  $\overline{V_{DC}}$ . Далее проводим из полюса p линию параллельно направляющей x. Точка пересечения этих прямых d и есть искомая точка. Истинная величина скорости точки D, м/с  $V_D = pd \cdot \mu_V$ .

Определим угловые скорости. Угловая скорость звена 2, рад/с, определяется по формуле

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{\ell_{BA}} = \frac{\overline{ba} \cdot \mu_V}{BA \cdot \mu_\ell}. \quad (3.11)$$

Чтобы определить направление угловой скорости  $\omega_2$ , следует вектор относительной скорости  $\overline{V_{BA}}$  перенести в точку B механизма, а точку A мысленно закрепить. Тогда вектор  $\overline{V_{BA}}$  будет стремиться вращать звено 2 по ходу часовой стрелки. Это и будет направление относительного вращения звена АВ.

Остальные угловые скорости:

$$\omega_3 = \frac{V_{BO_3}}{\ell_{BO_3}} = \frac{\overline{pb} \cdot \mu_V}{BO_3 \cdot \mu_\ell}; \quad (3.12)$$

$$\omega_4 = \frac{V_{DC}}{\ell_{DC}} = \frac{\overline{dc} \cdot \mu_V}{\overline{DC} \cdot \mu_\ell}; \quad (3.13)$$

при этом направлении относительного вращения звена  $BO_3$  направлено по часовой стрелке, а звена  $CD$  – против. Векторы угловых скоростей  $\overline{\omega}_2, \overline{\omega}_3, \overline{\omega}_4$  направлены перпендикулярно плоскости вращения звеньев, по оси вращения так, чтобы, смотря навстречу вектору, видеть вращение звена, происходящее против вращения часовой стрелки.

### 3.5. Определение ускорений методом планов

Рассмотрим построение плана ускорений. Для группы Ассура  $2_{21}$  (звенья 2, 3) ускорение точки  $A$ ,  $m/c^2$ , можно определить по величине и направлению. Так как  $\omega_1 = \text{const}$ , то

$$W_A = W_{AO_1}^n = \omega_1^2 \cdot \rho_{AO_1}. \quad (3.14)$$

Точка  $O_3$  неподвижна, следовательно, ускорение ее равно нулю. Таким образом, группа присоединена к точкам, ускорения которых известны.

Для построения плана ускорений выбираем на плоскости произвольную точку  $\pi$  – полюс плана ускорений (рис. 2.1, г).

Из полюса откладываем отрезок  $\overline{\pi a}$ , изображающий на плане ускорений вектор ускорений точки  $A$ . Ускорение  $W_A$  направлено вдоль звена  $O_1A$  от точки  $A$  к точке  $O_1$  (к центру вращения 1). Тогда масштаб плана ускорений,  $ms^{-2}/mm$ ,

$$\mu_W = \frac{W_A}{\pi a}. \quad (3.15)$$

Для определения ускорения точки  $B$  напишем два векторных уравнения, рассмотрев движение точки  $B$  относительно точек  $A$  и  $O_3$ :

$$\overrightarrow{W}_B = \overrightarrow{W}_A + \overrightarrow{W}_{BA}^n + \overrightarrow{W}_{BA}^r; \quad (3.16)$$



$$\vec{W}_B = \vec{W}_{O_3} + \vec{W}_{BO_3}^n + \vec{W}_{BO_3}^r. \quad (3.17)$$

Нормальные ускорения можно определить по величине и направлению.

Величина вектора

$$W_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{\ell_{BA}} = \frac{(\overline{ab} \cdot \mu_V)^2}{BA \cdot \mu_\ell}. \quad (3.18)$$

Вектор  $\vec{W}_{BA}^n$  направлен вдоль звена АВ от точки В к точке А (к центру относительного вращения).

Величина вектора  $\vec{W}_{BO_3}^n$  определяется по формуле

$$W_{BO_3}^n = \frac{V_{BO_3}^2}{\ell_{BO_3}} = \frac{(\overline{pb} \cdot \mu_V)^2}{BO_3 \cdot \mu_\ell}. \quad (3.19)$$

Вектор  $\vec{W}_{BO_3}^n$  направлен вдоль звена  $BO_3$  от точки В к точке  $O_3$ , как к центру вращения. Тангенциальные ускорения не известны по величине, но известны по направлению. Из конца  $a$  вектора  $\vec{W}_A$ , ускорения точки А, проводим прямую, параллельную звену АВ, на которой откладывается вектор нормального ускорения точки В относительно точки А ( $W_{BA}^n$ ), масштабная величина которого  $\overline{ap_2} = W_{BA}^n / \mu_w$  измеряется в миллиметрах.

Через точку  $p_2$  проводим прямую, перпендикулярную звену ВА. Затем строим сумму векторов правой части векторного уравнения (3.17). Для этого проводим из полюса параллельно звену  $O_3B$  вектор  $\vec{W}_{BO_3}^n$ . Его масштабная величина на плане ускорений  $\overline{mp_3} = W_{BO_3}^n / \mu_w$ . Затем через точку  $p_3$  проводим прямую перпендикулярно звену  $O_3B$ . Пересечение прямых, проведенных из точек  $p_3$  и  $p_2$ , определит точку  $b$ . Вектор  $\overline{p_2b}$  выражает ускорение  $\vec{W}_{BA}^r$ , а вектор  $\overline{p_3b}$  выражает ускорение  $\vec{W}_{BO_3}^r$ . Если соединить точку  $a$  с точкой  $b$  на плане ускорений, то вектор  $\overline{ab}$  выразит полное относительное ускорение  $\vec{W}_{BA}$ , так как является геометрической суммой векторов  $\vec{W}_{BA}^n$  и  $\vec{W}_{BA}^r$ . Подобно этому вектор  $\overline{pb}$  на плане ускорений представляет масштаб-

ное выражение вектора полного относительного ускорения  $\overline{W}_{BO_3}$ . И, наконец, вектор  $\overline{\pi b}$  выражает на плане ускорений вектор абсолютного ускорения точки В.

Для определения ускорения точки С воспользуемся свойством подобия. На основании теоремы подобия имеем

$$\overline{\pi c} = \left( \overline{O_3 C} / \overline{BO_3} \right) \overline{\pi b}.$$

Тогда  $W_C = \overline{\pi c} \cdot \mu_w$ .

Для определения ускорения точки D напишем векторное уравнение

$$\overline{W}_D = \overline{W}_C + \overline{W}_{DC}^n + \overline{W}_{DC}^r. \quad (3.20)$$

Рассмотрим векторы, входящие в данное уравнение. Вектор  $\overline{W}_C$  мы определили ранее. Величина вектора  $\overline{W}_{DC}^n$ , м/с<sup>2</sup>, определяется по формуле

$$\overline{W}_{DC}^n = V_{DC}^2 / \overline{BC}, \quad (3.21)$$

а остальные векторы известны только по направлению.

Достраиваем план ускорений. Из точки С параллельно звену DC проводим вектор  $\overline{W}_{DC}^n$ , масштабная величина которого, мм, на плане ускорений

$$\text{равна } \overline{c n_4} = \frac{W_{DC}^n}{\mu_w}.$$

Через точку  $n_4$  проводим линию перпендикулярно звену CD, а через точку  $\pi$  линию параллельно направляющей  $x-x$ . На пересечении этих линий получим точку d. Полученный вектор  $\overline{n_4 d}$  на плане ускорений выражает в масштабе ускорений  $\overline{W}_{DC}^r$ , а вектор  $\overline{\pi d}$  является изображением вектора  $\overline{W}_D$ . Тогда  $W_D = \overline{\pi d} \cdot \mu_w$ .

Если соединить точку с с точкой d, то вектор  $\overline{cd}$  будет изображать полное относительное ускорение  $\overline{W}_{DC}$ .

Определим угловые ускорения. Ведущее звено 1 вращается с постоянной угловой скоростью. Поэтому его угловое ускорение  $\varepsilon_1 = 0$ .

Угловое ускорение звена 2, с<sup>-2</sup> находится по формуле

$$\varepsilon_2 = \frac{W_{BA}^\tau}{\ell_{BA}} = \frac{\overline{n_2 b} \cdot \mu_W}{\ell_{BA}}. \quad (3.22)$$

Чтобы определить направление углового ускорения  $\varepsilon_2$ , вектор относительного ускорения  $\overline{W}_{BA}^\tau$  следует перенести с плана ускорений в точку В механизма, а точку А мысленно закрепить. Тогда вектор  $\overline{W}_{BA}^\tau$  будет стремиться вращать звено 2 против хода часовой стрелки. Это и будет направление  $\varepsilon_2$ . Вектор  $\overline{\varepsilon}_2$  будет направлен перпендикулярно плоскости движения звена АВ так, чтобы с конца вектора  $\overline{\varepsilon}_2$  направление вращения вектора  $\overline{W}_{BA}^\tau$  относительно точки А было против хода часовой стрелки.

Подобным образом находим угловые ускорения остальных звеньев:

$$\varepsilon_3 = \frac{W_{BO_3}^\tau}{\ell_{BO_3}} = \frac{\overline{n_3 b} \cdot \mu_W}{\ell_{BO_3}}; \quad (3.23)$$

$$\varepsilon_4 = \frac{W_{DC}^\tau}{\ell_{DC}} = \frac{\overline{n_3 d} \cdot \mu_W}{\ell_{DC}}. \quad (3.24)$$

$\varepsilon_3, \varepsilon_4$  направлены против хода часовой стрелки. Если знаки  $\varepsilon_3$  и  $\omega_3$  одинаковы, то звено вращается ускоренно, если их знаки различны – замедленно.

### 3.6. Определение скоростей и ускорений в механизмах шасси

**Пример 2.** Рассмотрим построение планов скоростей и ускорений механизма передней стойки шасси самолета с ведущим штоком 2 (рис.3.2). Относительная скорость штока  $V_2 = \text{const}$ .

Порядок расчета:

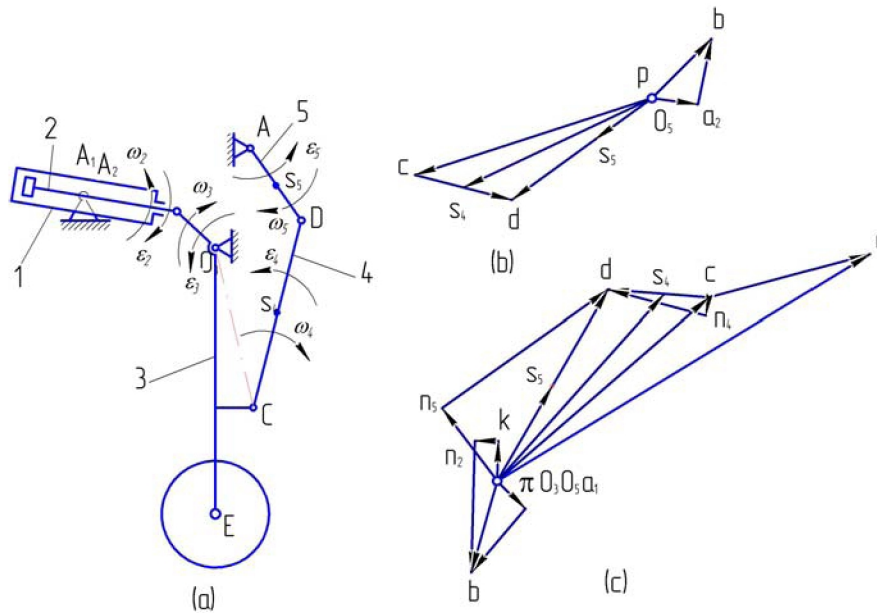


Рис. 3.2. Кинематическое исследование механизма шасси методом планов:  
 а – кинематическая схема; б – план скоростей; в – план ускорений

1. Построив кинематическую схему в масштабе в выпущенном и убранном положениях стойки шасси, определяется ход  $H$  поршня 2 гидроцилиндра 1.

$$\text{Тогда } V^t = V_{A_2 A_1} = \frac{H}{t},$$

где  $t$  – время уборки шасси.

2. Составляем векторное уравнение скоростей:

$$\bar{V}_{A_1} = \bar{V}_{A_2} + \bar{V}_{A_1 A_2}. \quad (3.25)$$

Так как  $\bar{V}_{A_1} = 0$ , то

$$\bar{V}_{A_2} = \bar{V}_{A_2 A_1} = \bar{V}^t. \quad (3.26)$$

С другой стороны с учетом (3.26)

$$\overline{V}_{A_2} = \overline{V}_B + \overline{V}_{A_2B}; \quad (3.27)$$

$$\overline{V}_B = \overline{V}^r + \overline{V}_{BA_2}. \quad (3.28)$$

3. Угловая скорость цилиндра 2 находится по формуле:

$$\omega_2 = \frac{V_{BA_2}}{\ell_{AB}}. \quad (3.29)$$

Направление  $\omega_2$  соответствует вращению цилиндра против часовой стрелки.

4. Определяем

$$\omega_3 = \frac{V_B}{\ell_{BO_3}}. \quad (3.30)$$

Направление  $\omega_3$  – по часовой стрелке.

5. Скорость точки С стойки определяется из подобия, так как

$$\omega_3 = \frac{V_C}{\ell_{CO_3}},$$

$$\frac{V_C}{V_{BO_3}} = \frac{\ell_{CO_3}}{\ell_{BO_3}} = \frac{CO_3}{BO_3}; V_C = V_{BO_3} \frac{CO_3}{BO_3}. \quad (3.31)$$

6. Скорость точки D найдём из выражения:

$$\overline{V}_{D}^{\perp DO_5} = \overline{V}_C + \overline{V}_{DC}^{\perp DC}. \quad (3.32)$$

Тогда

$$\omega_4 = \frac{V_{DC}}{\ell_{DC}}; \quad (3.33)$$

$$\omega_5 = \frac{V_D}{\ell_{DO_5}}. \quad (3.34)$$

7. Составляем векторное уравнение ускорений точек цилиндра и штока:

$$\overline{W}_{A_1} = \overline{W}_{A_2} + \overline{W}_{A_1A_2}^r + \overline{W}_{A_1A_2}^k, \quad (3.35)$$

где:  $\overline{W}_{A_1} = 0$  и  $\overline{W}_{A_1A_2}^r = 0$ , так как  $V^r = \text{const}$ .

Тогда  $\overline{W}_{A_2} = \overline{W}_{A_2A_1}^k$ .

Но

$$\overline{W}_{A_2A_1}^K = 2\omega_2 V_{A_2A_1} = 2\omega_2 V^r. \quad (3.36)$$

Для определения направления вектора  $\overline{W}_{A_2A_1}^K$  кориолисова ускорения необходимо вектор относительной скорости  $V^r$  повернуть на  $90^\circ$  в сторону переносного вращательного движения.

8. Ускорение точки В определяем из уравнений:

$$\overline{W}_B = \overline{W}_{A_2} + \overline{W}_{BA_2}^n + \overline{W}_{BA_2}^\tau; \quad (3.37)$$

$$\overline{W}_B = \overline{W}_{O_3} + \overline{W}_{BO_3}^n + \overline{W}_{BO_3}^\tau; \quad (3.38)$$

Решая совместно, получим:

$$\overline{W}_{A_2A_1}^K + \overline{W}_{BA_2}^n + \overline{W}_{BA_2}^\tau = \overline{W}_{BO_3}^n + \overline{W}_{BO_3}^\tau.$$

Здесь:

$$W_{BA_2}^n = \frac{V_{BA}^2}{l_{BA}} = \omega_2^2 l_{BA}; \quad (3.39)$$

$$W_{BO_3}^n = \frac{V_B^2}{l_{BO_3}} = \omega_3^2 l_{BO_3}. \quad (3.40)$$

9. Ускорение точки С находим из подобия аналогично определению  $V_C$ .

10. Для определения ускорения точки D составляем векторные уравнения:

$$\overline{W}_D = \overline{W}_C + \overline{W}_{DC}^n + \overline{W}_{DC}^\tau; \quad (3.41)$$

$$\overline{W}_D = \overline{W}_{O_5} + \overline{W}_{DO_5}^n + \overline{W}_{DO_5}^\tau; \quad (3.42)$$

Решая совместно, получим:

$$\overline{W}_C + \overline{W}_{DC}^n + \overline{W}_{DC}^\tau = \overline{W}_{DO_5}^n + \overline{W}_{DO_5}^\tau.$$

Здесь:

$$W_{DC}^n = \frac{V_{DC}^2}{l_{DC}} = \omega_4^2 l_{DC}; \quad (3.43)$$

$$W_{DO_5}^n = \frac{V_D^2}{l_{DO_5}} = \omega_5^2 l_{DO_5}. \quad (3.44)$$

11. Определяем угловые ускорения звеньев 2, 3, 4 и 5.

$$\varepsilon_2 = \frac{W_{BA_2}^\tau}{l_{BA}}; \varepsilon_3 = \frac{W_{BO_3}^\tau}{l_{BO_3}}; \varepsilon_4 = \frac{W_{DC}^\tau}{l_{DC}}; \varepsilon_5 = \frac{W_{DO_5}^\tau}{l_{DO_5}}. \quad (3.45)$$

### 3.7. Определение скоростей и ускорений в кулисных механизмах

**Пример 3.** Рассмотрим построение планов скоростей и ускорений кулисного механизма (Рис. 3.3 а). Дано:  $\omega_1 = \text{const}$ ,  $l_{O_1A_1}$ ,  $l_{O_1O_3}$ .

Определяем скорость точки  $A_1$  звена 1:

$$V_{A_1} = \omega_1 l_{O_1A_1}. \quad (3.46)$$

Скорость точки  $A_3$  звена  $O_3B$  можно определить из векторного уравнения:

$$\underline{\underline{\bar{V}_{A_1}}} = \underline{\underline{\bar{V}_{A_3}}} + \underline{\underline{\bar{V}_{A_1A_3}}} \quad (3.47)$$

$\perp_{O_3A_3} \quad \parallel_{O_3A_3}$

Определяем ускорение точки  $A_1$  звена 1:

$$W_{A_1} = \omega_1^2 l_{O_1A_1}. \quad (3.48)$$

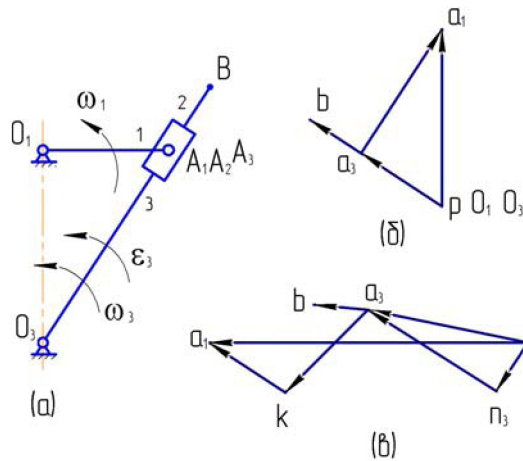


Рис. 3.3. Кинематическое исследование кулисного механизма методом планов: а – кинематическая схема; б – план скоростей; в – план ускорений

Для определения ускорения точки  $A_3$  звена 3 составляется векторное уравнение:

$$\overline{\overline{W}}_{A_1} = \overline{\overline{W}}_{A_3} + \overline{\overline{W}}_{A_1A_3}^r + \overline{\overline{W}}_{A_1A_3}^k, \quad (3.49)$$

$$\text{где: } \overline{\overline{W}}_{A_1A_3}^k = 2\omega_3 V_{A_1A_3}; \quad \omega_3 = \frac{V_{A_3}}{\ell_{O_3A_3}}.$$

Но

$$\overline{\overline{W}}_{A_3} = \overline{\overline{W}}_{O_3} + \overline{\overline{W}}_{A_3O_3}^n + \overline{\overline{W}}_{A_3O_3}^\tau, \quad (3.50)$$

$$\text{где: } \overline{\overline{W}}_{A_3O_3}^n = \frac{V_{A_3}^2}{\ell_{O_3A_3}}.$$

$$\overline{\overline{W}}_{A_1} = \overline{\overline{W}}_{A_3O_3}^n + \overline{\overline{W}}_{A_3O_3}^\tau + \overline{\overline{W}}_{A_3O_3}^r + \overline{\overline{W}}_{A_1A_3}^k. \quad (3.51)$$

Скорость и ускорение точки В звена  $O_3B$  определяются по теореме подобия.



## 4. Кинетостатический (силовой) расчёт плоских механизмов с низшими парами

### 4.1. Общие сведения

При решении задач силового расчета механизмов предполагаются известными закон движения входного звена, массы и моменты инерции звеньев механизма. Таким образом, всегда могут быть определены те силы инерции, которые необходимы для решения задач силового расчета с помощью уравнений равновесия.

Кинетостатика механизмов занимается решением двух задач: определением усилий (реакций) в кинематических парах; определением так называемых уравновешивающих сил.

Без знания сил, найденных путем кинетостатического расчета, нельзя рассчитывать детали машин на прочность и износ, подбирать подшипники, определять необходимую мощность и коэффициент полезного действия. В качестве примера приведем силовой расчет шестизвенного механизма с входным звеном 1, показанного на рис. 2.1, с известными массами звеньев  $m$  и силой полезного сопротивления  $F_C$ . Сила полезного сопротивления  $F_C$  может быть задана численным значением, либо индикаторной диаграммой, либо механической характеристикой.

Индикаторная диаграмма представляет собой графическую зависимость силы полезного сопротивления или давления на поршень от его положения.

Если задана индикаторная диаграмма двигателя внутреннего сгорания, то по заданному положению поршня определяем давление на поршень

$p_i \left[ \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} \right]$ , затем определяется движущая сила или сила полезного сопротивления по формуле  $F = p_i \cdot A$ , где  $A = \frac{\pi D^2}{4}$  – площадь поршня ( $\text{мм}^2$ ).

Для механизма воздушного компрессора силу полезного сопротивления  $F_C [\text{Н}]$  можно определить непосредственно из индикаторной диаграммы, зная положение поршня.

Механическая характеристика представляет собой графическую зависимость момента, приложенного к входному валу рабочей машины от угловой скорости этого вала.

Кинестатический расчет механизма начинают с группы Ассура, наиболее удаленной от входного звена, и проводят его последовательно согласно формуле строения  $1 \rightarrow 2_{21} (2, 3) \rightarrow 2_{22} (4, 5)$ .

## 4.2. Силовой расчет групп Ассура

Рассмотрим расчет группы  $2_{22}$  (звеньев 4, 5). Силы тяжести  $G_4$  и  $G_5$  звеньев 5 и 4 приложены в центрах тяжести в точках D и  $S_4$  и направлены вертикально вниз. Так как группы Ассура являются статически определяемыми кинематическими цепями, то, применяя принцип Даламбера, согласно которому если к действующей на группу системе внешних и внутренних сил добавить силы инерции, то такую систему можно рассматривать в равновесии, сводим задачу динамики к задаче статики. Рассматриваемая группа освобождена от связей. Вместо них надо приложить соответствующие реакции:  $\bar{R}_{05}$  – реакцию, действующую в поступательной паре со стороны стойки на звено 5, и  $\bar{R}_{34}$  – реакцию, действующую в шарнире C со стороны звена 3 на звено 4. Реакция  $\bar{R}_{05}$  не известна по величине, но известна по направлению – перпендикулярно направляющей X. Реакция  $\bar{R}_{34}$  – неизвестна ни по величине, ни по направлению. Поэтому разложим ее на две составляющие  $\bar{R}_{34}^r$  – тангенциальную, направленную перпендикулярно звену CD и  $\bar{R}_{34}^n$  – нормальную, направленную вдоль звена CD (рис. 4.1).

Для того, чтобы написать условия равновесия для группы 2<sub>22</sub>, необходимо приложить к ней силы инерции. Величина силы инерции звена 5 определяется по формуле

$$F_{u_5} = m_5 W_D, \quad (4.1)$$

где  $m_5$  – масса звена 5;

$W_D$  – полное ускорение точки D,  $m/c^2$ ;

$$W_D = \overline{\pi d} \mu_W. \quad (4.2)$$

$\overline{\pi d}$  – взято из плана ускорений.

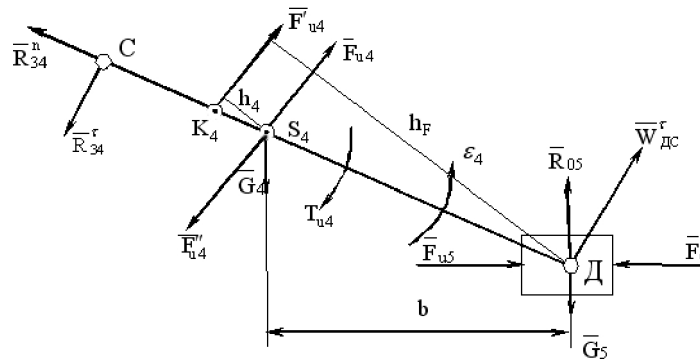


Рис. 4.1. Схема к силовому расчету группы Асура второго вида

Сила инерции  $\overline{F}_{u_5}$  приложена к точке D ползуна 5 и направлена противоположно направлению ускорения  $\overline{W}_D$ . Сила инерции  $\overline{F}_{u_4}$  звена 4 приложена в центре тяжести  $S_4$  и равна по величине

$$F_{u_4} = m_4 W_{S_4}. \quad (4.3)$$

Центр тяжести  $S_4$  звена 4 находится на расстоянии  $\overline{CS_4}$ . На основании теоремы подобия точка  $S_4$  на плане ускорений (рис. 2.1, г) будет лежать на расстоянии  $\overline{CS_4} = (CS_4/CD)\overline{CD}$ . Соединив точку  $S_4$  с полюсом  $\pi$ , получим вектор  $\overline{\pi S_4}$ , который будет изображать величину и направление ускорения точки  $S_4$  в выбранном масштабе. Величину его,  $m/c^2$ , находим по формуле

$$W_{S_4} = \overline{\pi S_4} \mu_W.$$

Момент силы инерции, Нм, звена 4 определяется по формуле

$$T_{u_4} = I_{S_4} \varepsilon_4 \quad (4.4)$$

и направлен в сторону, противоположную направлению углового ускорения  $\varepsilon_4$  – в нашем случае по часовой стрелке.

Момент инерции, кгм<sup>2</sup>, звена 4 относительно оси, проходящей через центр тяжести, определяем по формуле

$$I_{S_4} = \frac{m_4 \ell_{CD}^2}{10}. \quad (4.5)$$

Силу инерции  $\overline{F}_{u_4}$  и момент силы инерции  $T_{u_4}$  можно привести к одной результирующей силе инерции. Для этого следует момент силы инерции  $T_{u_4}$  заменить парой сил

$$T_{u_4} = F_{u_4} h_4. \quad (4.6)$$

Откуда

$$h_4 = \frac{T_{u_4}}{F_{u_4}}, \quad (4.7)$$

а отрезок на чертеже, выражающий эту величину  $\overline{h}_4 = h_4 / \mu_\ell$ .

Силу  $F_{u_4}$  следует переносить так, чтобы она создавала момент относительно точки  $S_4$ , направленный в ту же сторону, что и  $T_{u_4}$ . Точку пересечения линии действия силы  $\overline{F}_{u_4}$  со звеном CD обозначим  $K_4$  (центр качания).

Определению подлежат реакции  $\overline{R}_{05}$ ,  $\overline{R}_{34}$  и  $\overline{R}_{45} = -\overline{R}_{54}$ .

Рассматривая равновесие звена 4 (рис. 4.1), можно записать, что сумма моментов всех сил, действующих на это звено, относительно точки D равна нулю. Перед составлением уравнения зададим направление реакции  $R_{34}^\tau$ . Тогда

$$R_{34}^\tau CD - F_{u_4} \overline{h}_F + G_4 \overline{b} = 0. \quad (4.8)$$

Все плечи определяются непосредственно замером на чертеже в миллиметрах.

Решая уравнение относительно неизвестной силы  $R_{34}^r$  и подставляя числовые значения, получим:

$$R_{34}^r = \frac{F_{u_4} \bar{h}_F - G_4 \bar{b}}{CD}. \quad (4.9)$$

Если искомая сила получилась с положительным знаком, то ее действительное направление совпадает с первоначально выбранным. Если же сила  $\bar{R}_{34}^r$  получится со знаком «минус», то это означает, что она направлена противоположно направлению, первоначально выбранному (рис. 4.1). В дальнейших расчетах мы будем принимать ее действительное направление.

Теперь рассмотрим равновесие всей группы в целом и определим реакции  $\bar{R}_{05}^n$  и  $\bar{R}_{34}^n$ . Поскольку группа находится в равновесии под действием заданных сил, сил реакции и сил инерции, то главный вектор всех сил равен нулю.

Составляем уравнение

$$\bar{R}_{34}^n + \bar{R}_{34}^r + \bar{F}_{u_4} + \bar{G}_4 + \bar{F}_{u_5} + \bar{G}_5 + \bar{F}_C + \bar{R}_{05}^n = 0. \quad (4.10)$$

Это означает, что многоугольник сил должен быть замкнутым. В данном векторном уравнении неизвестными являются величины сил  $\bar{R}_{05}^n$  и  $\bar{R}_{34}^n$ , а направления этих сил известны.

Для наиболее рационального построения плана сил в уравнении, выражающем геометрическую сумму всех сил, векторы рекомендуется записывать в определенном порядке. Во-первых, согласно принципу построения необходимо записывать одну неизвестную силу в начале, а другую – в конце уравнения. Во-вторых, тангенциальную составляющую какой-либо реакции записывают рядом с ее нормальной составляющей. Это позволит сразу на том же плане сил определить полную реакцию. В-третьих, следует сгруппировать все силы, действующие на одно звено (звено 4), а затем на другое (звено 5).

В соответствии с векторным уравнением начинаем строить многоугольник сил, начиная с силы  $\bar{R}_{34}^r$  (рис. 4.2), последовательно откладывая векторы сил. Построение ведем в произвольно выбранном масштабе  $\mu_F$  в Н/мм. Чтобы отложить на плане сил векторы, изображающие силы, их величины следует разделить на масштаб сил. В конце каждого вектора ставим стрелку и

здесь же ставим его обозначение. Построение известных сил заканчивается вектором  $\vec{F}_c$ . Чтобы замкнуть многоугольник, проводим через начало силы  $\vec{R}_{34}^r$  направление силы  $\vec{R}_{34}^n$ , а через конец силы  $\vec{F}_c$  – направление силы  $\vec{R}_{05}$ . Эти силы пересекаются в некоторой точке –  $f$  и замыкают силовой многоугольник. Точка  $f$  пересечения этих сил определяет их величины: отрезок  $\vec{bf}$  – изображает силу  $\vec{R}_{05}$ , а отрезок  $\vec{cf}$  – силу  $\vec{R}_{34}^n$ .

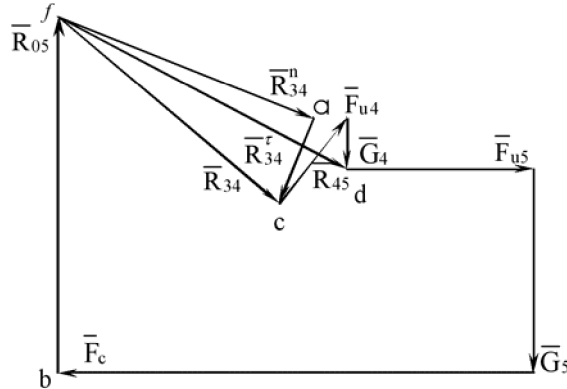


Рис. 4.2. План сил для группы Ассура второго вида

Определим их истинные величины:

$$R_{34}^n = \vec{cf} \mu_F;$$

$$R_{05} = \vec{bf} \mu_F.$$

Определив  $\vec{R}_{34}^n$  и  $\vec{R}_{34}^r$ , можно сразу же на плане сил найти полную реакцию  $\vec{R}_{34}$  как их равнодействующую:  $\vec{R}_{34} = \vec{R}_{34}^n + \vec{R}_{34}^r$ . Истинная величина  $R_{34} = \vec{fc} \mu_F$ .

Рассмотрим равновесие звена 4 и определим реакцию  $\vec{R}_{54}$ . Поскольку звено 4 находится в равновесии, геометрическая сумма всех сил, действующих на него, равна нулю:

$$\vec{R}_{34} + \vec{F}_{u4} + \vec{G}_4 + \vec{R}_{54} = 0. \quad (4.11)$$

Векторная сумма  $\bar{R}_{34} + \bar{F}'_{u4} + \bar{G}_4$  на плане уже имеется. Следовательно, если соединим начало вектора  $\bar{R}_{34}$  с концом вектора  $\bar{G}_4$ , то получим искомый вектор  $\bar{R}_{54}$  (рис. 4.2). Его истинная величина  $R_{54} = \bar{f}d\mu_F$ .

Переходим к расчету группы  $2_{21}$  (звенья 2 и 3). На эту структурную группу действуют следующие силы. В точке С со стороны звена 4 на звено 3 действует сила  $\bar{R}_{43}$  (рис. 4.3). Она равна по величине силе  $\bar{R}_{34}$  и противоположна по направлению.

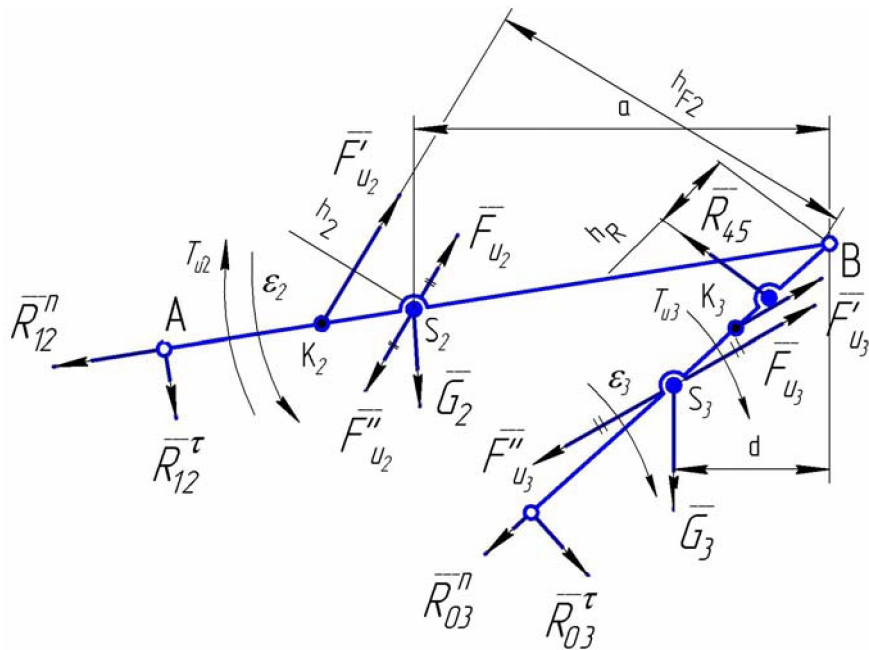


Рис. 4.3 Схема к силовому расчету Группы Ассура второго вида

В центре тяжести  $S_2$  звена 2 приложена сила  $G_2$ . Сила  $G_3$  приложена в центре тяжести  $S_3$  звена 3, расположенном на его середине. В шарнире А со стороны звена 1 на звено 2 действует неизвестная по величине и направлению реакция  $\bar{R}_{12}$ . Разложим ее на две составляющие:  $\bar{R}_{03}^n$  - тангенциальную,

направленную перпендикулярно звену АВ, и  $\overline{R}_{12}^n$  - нормальную, направленную вдоль звена АВ, т. е.

$$\overline{R}_{12} = \frac{\overline{R}_{12}^n}{\parallel_{AB}} + \frac{\overline{R}_{12}^r}{\perp_{AB}} . \quad (4.12)$$

В шарнире  $O_3$  со стороны неподвижного звена (стойки) на звено 3 действует неизвестная по величине и направлению реакция  $\overline{R}_{03}$ . Ее так же разлагаем по двум направлениям:  $\overline{R}_{03}^r$  - перпендикулярно звену  $BO_3$  и  $\overline{R}_{03}^n$  - вдоль звена  $BO_3$ , т. е.

$$\overline{R}_{03} = \frac{\overline{R}_{03}^n}{\parallel_{BO_3}} + \frac{\overline{R}_{03}^r}{\perp_{BO_3}} . \quad (4.13)$$

Сила инерции  $F_{u_2}$ , Н, звена 2 приложена в центре тяжести  $S_2$ , направлена противоположно ускорению центра тяжести  $\overline{W}_{S_2}$  и равна:

$$F_{u_2} = m_2 W_{S_2} . \quad (4.14)$$

На плане ускорений находим точку  $S_2$  и соединяем ее с полюсом. Полученный отрезок  $\overline{\pi S_2}$  и будет изображать ускорение точки  $S_2$ .

Момент сил инерции  $T_{u_2}$  звена, Нм, определяется по формуле

$$T_{u_2} = I_{S_2} \varepsilon_2 . \quad (4.15)$$

и направлен противоположно угловому ускорению  $\varepsilon_2$ . В нашем случае он направлен по часовой стрелке. Момент инерции,  $\text{кгм}^2$ , относительно оси, проходящей через его центр тяжести  $S_2$ , находится по формуле

$$I_{S_2} = \frac{m_2 \ell_{AB}^2}{12} . \quad (4.16)$$

Силу инерции и момент сил инерции  $F_{u_2}$  и  $T_{u_2}$  можно привести к одной результирующей силе инерции. Для этого следует момент сил инерции заменить парой сил

$$T_{u_2} = F_{u_2} h_2 . \quad (4.17)$$

Откуда

$$h_2 = \frac{T_{u_2}}{F_{u_2}} . \quad (4.18)$$



Отрезок на чертеже, выражающий эту величину, в мм,  $\bar{h}_2 = \frac{h_2}{\mu_\ell}$ .

Силы инерции звена 3 можно найти аналогично.

Так как звено 3 вращается вокруг неподвижной оси  $O_3$ , не проходящей через центр тяжести  $S_3$  звена 3, то результирующая сила инерции будет приложена в центре качания (точке  $K_3$ ) звена 3, направлена противоположно ускорению  $\overline{W}_{S_3}$  центра тяжести  $S_3$  и

$$F_{u_3} = m_3 W_{S_3}. \quad (4.19)$$

Положение центра качания  $K_3$ , м, определяется по формуле

$$l_{S_3 K_3} = \frac{I_{S_3}}{m_3 l_{S_3 O_3}}. \quad (4.20)$$

В нашем случае

$$l_{S_3 O_3} = \frac{l_{BO_3}}{2}, \quad (4.21)$$

и

$$I_{S_3} = \frac{m_3 l_{BO_3}^2}{12}. \quad (4.22)$$

Тогда величина  $l_{S_3 K} = \frac{l_{BO_3}}{6}$  и ее масштабное значение в мм

$$\overline{S_2 K} = \frac{l_{S_3 K}}{\mu_\ell}.$$

Рассмотрим равновесие звена 2 и определим реакцию  $\overline{R}_{12}^r$ . Для этого составим уравнение моментов всех сил, действующих на звено 2, относительно точки В, предварительно выбрав направление реакции  $\overline{R}_{12}^r$ :

$$R_{12}^r \overline{BA} - F_{u_2} \overline{h_{F_2}} + G_2 \overline{a} = 0. \quad (4.23)$$

Решая это уравнение относительно  $R_{12}^r$ , получим

$$R_{12}^r = \frac{F_{u_2} \overline{h_{F_2}} - G_2 \overline{a}}{\overline{BA}}. \quad (4.24)$$

Величины плеч  $\overline{h_{F_2}}$ ,  $\overline{a}$ ,  $\overline{BA}$  берем с чертежа (рис. 4.3).

Если сила  $\overline{R}_{12}^r$  получится со знаком «плюс», то ее действительное направление совпадает с первоначально выбранным, а если со знаком «минус», то действительное направление ее будет противоположно выбранному.

Определим реакцию  $\overline{R}_{03}^r$ . Для этого составим уравнение моментов всех сил, действующих на звено 3, относительно точки В, предварительно выбрав направление реакции  $\overline{R}_{03}^r$ :

$$R_{O_3}^r \overline{BO_3} + F_{u_3} \overline{h_{F_3}} - R_{43} \overline{h_R} + G_3 \overline{d} = 0. \quad (4.25)$$

Решая это уравнение относительно  $\overline{R}_{03}^r$ , предварительно замерив плечи на чертеже (рис. 5.3), получим

$$R_{O_3}^r = \frac{R_{43} \overline{h_R} - F_{u_3} \overline{h_{F_3}} - G_3 \overline{d}}{\overline{BO_3}}. \quad (4.26)$$

Для определения сил  $\overline{R}_{12}^n$ ,  $\overline{R}_{03}^n$ , воспользуемся принципом Даламбера. На основании этого принципа можно записать условие равновесия, согласно которому результирующий вектор всех сил, действующих на группу 2<sub>21</sub>, равен нулю:

$$\frac{\overline{R}_{12}^n}{\|BA\|} + \frac{\overline{R}_{12}^r}{\|BA\|} + \frac{\overline{F}_{u_2}}{\|BA\|} + \frac{\overline{G}_2}{\|BA\|} + \frac{\overline{R}_{43}}{\|BA\|} + \frac{\overline{F}_{u_3}}{\|BA\|} + \frac{\overline{G}_3}{\|BA\|} + \frac{\overline{R}_{03}^r}{\|BO_3\|} + \frac{\overline{R}_{03}^n}{\|BO_3\|} = 0. \quad (4.27)$$

Это означает, что многоугольник сил должен быть замкнутым. В данном векторном уравнении неизвестными являются величины сил  $\overline{R}_{12}^n$  и  $\overline{R}_{03}^n$ , а направления этих сил известны.

В соответствии с этим уравнением начинаем строить многоугольник сил с известной силы  $\overline{R}_{12}^r$  (рис. 4.4), последовательно откладывая векторы сил. Чтобы отложить на плане сил векторы, изображающие силы, следует предварительно их величины разделить на масштаб сил. Последней известной силой будет  $\overline{R}_{03}^r$ . Через конец вектора  $\overline{R}_{03}^r$  (точка *f*) и через начало вектора  $\overline{R}_{12}^r$  (точка *o*) проводим линии, параллельные звеньям  $BO_3$  и  $BA$ . Эти линии пересекаются в точке *b*, которая и определит величины векторов  $\overline{R}_{12}^n$  и  $\overline{R}_{03}^n$  и их направления на чертеже.

Определим их истинные величины:

$$R_{03}^n = \overline{fb}\mu_F \text{ и } R_{12}^n = \overline{ab}\mu_F.$$

Определим полные реакции  $\overline{R}_{12}$  и  $\overline{R}_{03}$ :

$$R_{12} = \overline{bc}\mu_F \text{ и } R_{03} = \overline{bd}\mu_F.$$

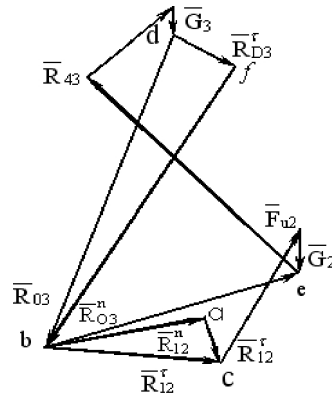


Рис. 4.4. План сил для группы Ассура второго вида

Рассматривая равновесие звена 2 или 3, определяем реакцию  $\overline{R}_{32}$  ( $\overline{R}_{23}$ ):

$$\overline{R}_{12} + \overline{F}_{u_2} + \overline{G}_2 + \overline{R}_{32} = 0, \quad (4.28)$$

или

$$\overline{R}_{23} + \overline{R}_{43} + \overline{F}_{u_3} + \overline{G}_3 + \overline{R}_{03} = 0. \quad (4.29)$$

Сумма первых трех векторов по первому уравнению или сумма четырех последних векторов по второму уравнению на плане сил уже построена. Тогда из конца вектора  $G_2$  (точка e) проводим прямую в начало вектора  $\overline{R}_{12}$  (точка b). Это и есть сила  $\overline{R}_{32}$  или  $\overline{R}_{23}$ , действующая в кинематической паре В.

Истинная величина этой силы  $R_{32} = \overline{be}\mu_F$ . При этом  $\overline{R}_{23} = -\overline{R}_{32}$ .

### 4.3. Кинетостатика ведущего звена

Переходим к кинетостатике ведущего звена. Сила тяжести  $G_1$  ведущего звена  $O_1A$  приложена в центре тяжести  $S_1$  (рис. 4.5).

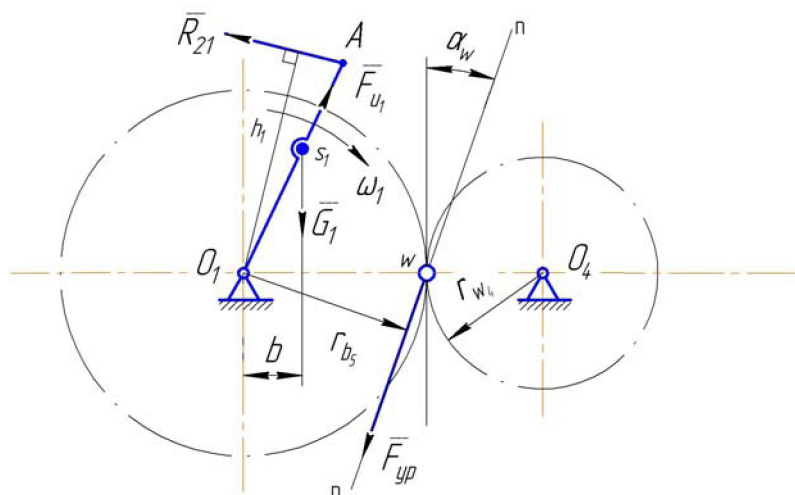


Рис. 4.5. Схема к расчёту уравновешивающей силы с зубчатой передачей

В точке  $A$  звено 1 со стороны звена 2 действует сила  $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$ . Сила инерции приложена в центре тяжести  $S_1$  и равна по величине

$$F_{u_1} = m_1 W_{S_1}. \quad (4.30)$$

Так как ведущее звено вращается равномерно, считаем, что действующие на него силы уравновешиваются силой, которую называем уравновешивающей  $F_{yp}$ , приложенной к нему со стороны двигателя. Точка приложения и направление уравновешивающей силы зависят от конструкции привода, передающего движение от двигателя к рабочей машине.

Если вращение передается с помощью зубчатых колес и ступень, которая связана с ведущим звеном, является ступенью с неподвижными осями, то сила  $F_{yp}$  проходит через полюс зацепления, т. е. через точку касания начальных окружностей. Сила  $F_{yp}$  направлена по линии зацепления. При эвольвент-

ном зацеплении линия зацепления совпадает с нормалью, проведенной в точке касания зубьев, и образует с касательной к начальным окружностям угол зацепления  $\alpha_w$ .

Сила  $\bar{R}_{01}$  (реакция со стороны стойки O на звено 1 в кинематической паре O1) неизвестна ни по величине, ни по направлению.

Под действием указанных выше сил можно считать, что ведущее звено 1 находится в равновесии. Поэтому можно применить условие равновесия статики. Для определения величины силы  $F_{yp}$  составим уравнение равновесия в виде суммы моментов всех сил, действующих на ведущее звено (кривошип) относительно точки  $O_1$  (рис. 4.5):

$$R_{21}\bar{h}_1 - G_1\bar{b} - F_{yp}\bar{r}_{b_3} = 0. \quad (4.31)$$

Откуда

$$F_{yp} = \frac{R_{21}\bar{h}_1 - G_1\bar{b}}{\bar{r}_{b_3}}. \quad (4.32)$$

Величины плеч определяются непосредственно из чертежа в миллиметрах. Кратчайшее расстояние (плечо) от точки  $O_1$  до направления силы  $F_{yp}$  есть ни что иное, как радиус основной окружности зубчатого колеса, жестко соединенного со звеном  $O_1A$ .

Для определения реакции  $\bar{R}_{01}$  составим уравнение равновесия, согласно которому главный вектор всех сил, действующих на кривошип, равен нулю:

$$\underline{\bar{F}}_{u_1} + \underline{\bar{G}}_1 + \underline{\bar{R}}_{21} + \underline{\bar{F}}_{yp} + \underline{\bar{R}}_{01} = 0. \quad (4.33)$$

В соответствии с этим уравнением строим план сил, действующих на кривошип (рис. 4.6). Построение плана начинаем с силы  $\bar{R}_{21}$ . Сложив все известные силы и соединив точки a и b, получим векторы силы  $\bar{R}_{01}$ .

Его истинная величина  $R_{01} = \bar{ab}\mu_F$ .

Сила  $F_{yp}$  создает на звене  $O_1A$  относительно  $O_1$  момент, Н·м,

$$M_{yp} = F_{yp}r_{b_3}, \quad (4.34)$$

где  $r_{b_3} = r_{w_3} \cos \alpha_w$ .

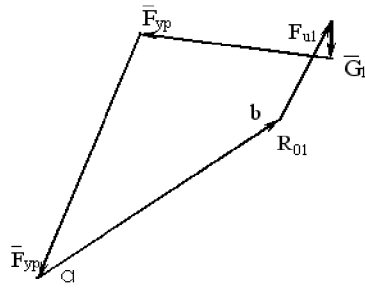


Рис. 4.6. План сил при равновесии механизма первого класса (входного звена) с зубчатой передачей

При определении реакции в опоре  $O_1$  ведущего звена практически возможен и другой случай, когда кривошипный вал соединен с двигателем посредством муфты или жестко связан с водилом или с одним из центральных колес планетарного редуктора (рис. 4.7). В этом случае к валу приложен уравнивающий момент

$$M_{yp} = \frac{P_{21} \bar{h}_1}{\mu_\ell}, \quad (4.35)$$

а реакция в опоре вала будет равна действию второго звена на кривошип  $\bar{R}_{01} = -\bar{R}_{21}$  (если пренебречь весом звена 1).

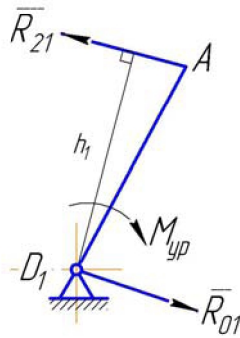


Рис. 4.7. Схема к расчёту механизма первого класса при отсутствии зубчатой передачи

#### 4.4. Теорема Н.Е. Жуковского

Теорема Жуковского о жестком рычаге позволяет определить уравновешивающую силу, не определяя реакции в кинематических парах. Эта теорема основана на принципе возможных перемещений и ее можно сформулировать так: если механизм находится в динамическом равновесии под действием активных сил и сил инерции, то план скоростей, повернутый на угол  $90^\circ$  и нагруженный этими же силами в соответствующих точках, будет также находиться в равновесии и сумма моментов этих сил относительно полюса плана скоростей равна нулю. План скоростей рассматривается здесь как жесткий рычаг, имеющий одну неподвижную точку  $p$  – полюс плана скоростей.

Силы, действующие на звенья механизма, переносим параллельно самим себе в соответствующие точки  $s_1, k_2, s_2$  и т. д. повернутого на угол  $90^\circ$  плана скоростей. Повернутый план скоростей может быть построен в любом произвольно выбранном масштабе (рис. 4.8).

Силу  $F'_{yp}$  будем считать условно приложенной в точке  $A$  кривошипа перпендикулярно звену  $O_1A$ . Тогда на повернутом плане скоростей (рис 4.8) силу  $F'_{yp}$  приложим в точке  $a$  перпендикулярно отрезку  $\overline{pa}$ . Затем напишем уравнение моментов всех сил относительно полюса  $p$  плана скоростей:

$$F'_{yp} \overline{pa} + G_2 \overline{h_2} + G_1 \overline{h_1} + F_{u_2} \overline{a} + G_3 \overline{h_3} + G_4 \overline{h_4} + F_{u_3} \overline{b} + F_{u_4} \overline{d} + F_{u_5} \overline{pd} - F_C \overline{pd} = 0 \quad (4.36)$$

Длину плеч в миллиметрах берем с чертежа (рис 4.8). Решая составленное уравнение относительно  $F'_{yp}$ , получим

$$F'_{yp} = - \frac{\overline{G_2 h_2} + G_1 \overline{h_1} + F_{u_2} \overline{a} + G_3 \overline{h_3} + G_4 \overline{h_4} + F_{u_3} \overline{b} + F_{u_4} \overline{d} + F_{u_5} \overline{pd} - F_C \overline{pd}}{\overline{pa}}, \quad (4.37)$$

и уравновешивающий момент

$$M'_{yp} = F'_{yp} \overline{O_1A}. \quad (4.38)$$

В действительности уравновешивающая сила будет приложена в полюсе зацепления колес 4 и 5 (рис. 4.6). Поэтому желательно на повернутом плане скоростей определить скорость  $V_w$  точки зацепления  $W$  и в конце вектора скорости  $\overline{V}_w$  приложить  $F'_{yp}$  (рис 4.8).

Тогда

$$F_{yp}^{ж} = - \frac{\bar{G}_2 \bar{h}_2 + G_1 \bar{h}_1 + F_{u_2} \bar{a} + G_3 \bar{h}_3 + G_4 \bar{h}_4 + F_{u_3} \bar{b} + F_{u_4} \bar{d} + F_{u_5} \bar{pd} - F_C \bar{pd}}{\bar{h}}, \quad (4.39)$$

а уравновешивающий момент

$$M'_{yp} = F_{yp}^{ж} r_{b_3} \quad \text{или} \quad M'_{yp} = F_{yp}^{ж} \ell_{A_1 O}. \quad (4.40)$$

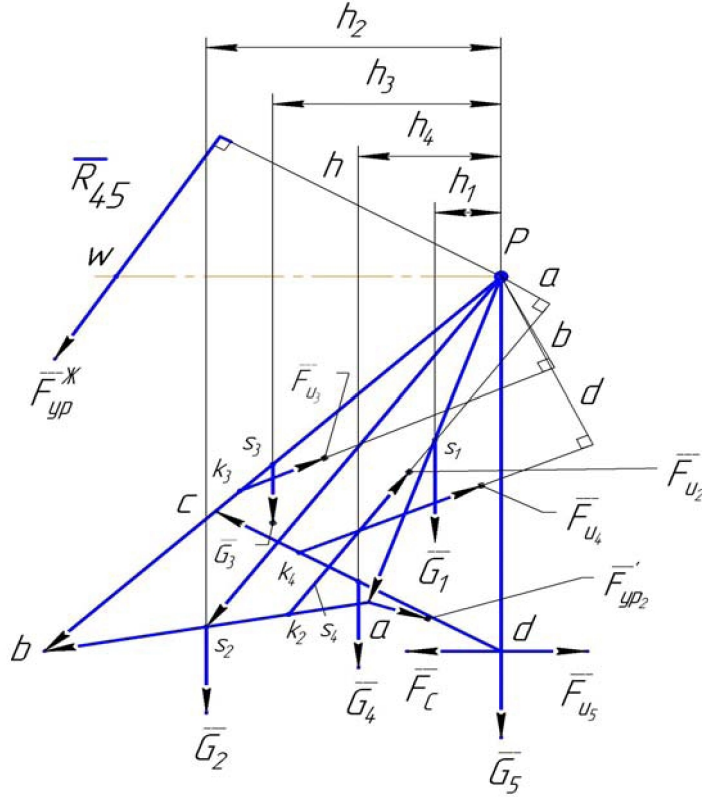


Рис. 4.8. Определение уравновешивающей силы при помощи рычага Жуковского

Значения  $M_{yp}$ , полученные с помощью планов сил и по теореме Жуковского, не должны иметь расхождение более 5%. Погрешность подсчитывается по формуле

$$\Delta = \frac{M_{yp} - M'_{yp}}{0,5(M_{yp} + M'_{yp})} 100\% \quad \text{или} \quad \Delta = \frac{F_{yp} - F_{yp}^{ж}}{0,5(F_{yp} + F_{yp}^{ж})} 100\%. \quad (4.41)$$



**Примечание.** План скоростей для рычага Жуковского можно строить и в обычном положении, не поворачивая его, но тогда надо повернуть на  $90^\circ$  в одну сторону все силы. При сложных планах скоростей такой метод может оказаться более удобным.

#### 4.5. Учет потерь мощности на трение

Рассмотрим определение потерь на трение в рычажных механизмах. После того, как рассчитаны давления (реакции) в кинематических парах рычажного механизма с идеальными связями, можно подсчитать суммарную мощность потерь на трение.

Полная мгновенная мощность потерь на трение в механизме получается суммированием мощностей, вычисленных для всех кинематических пар:

$$P_{\text{тр}} = P_{\text{тр}O_1} + P_{\text{тр}A} + P_{\text{тр}B} + P_{\text{тр}O_3} + P_{\text{тр}Dв} + P_{\text{тр}Dп}, \quad (4.42)$$

где

$$P_{\text{тр вращ}} = f_v R_{ij} \frac{d_{\text{ц}}}{2} \omega_{ij}, \quad (4.43)$$

$$P_{\text{тр пост}} = f_{\text{п}} \cdot R_{oi} \cdot V_i; \quad (4.44)$$

$R_{ij}$  – реакция в кинематической паре;

$f_v$  и  $f_{\text{п}}$  – коэффициенты трения во вращательной и поступательной парах;

$d_{\text{ц}}$  – диаметр шарнира, м;

$\omega_{ij}$  – относительная угловая скорость. Для пары звеньев 1 – 2

$$\omega_{12} = \omega_1 \pm \omega_2. \quad (4.45)$$

Знак «плюс» берется, если угловые скорости звеньев разного знака, а знак «минус» – если одного знака.

Давления и угловые скорости звеньев были определены выше.

Приведенный к валу момент трения, Н·м:

$$T_{\text{тр}}^{\text{пр}} = P_{\text{тр}} / \omega_1. \quad (4.46)$$

В разных положениях рычажного механизма результат вычислений будет различным, поэтому полная картина получается при рассмотрении ряда положений механизма.

Мгновенный коэффициент полезного действия рычажного механизма определяется по формулам:

для рабочей машины

$$\eta = \frac{P_{\text{ПС}}}{P_{\text{ПС}} - P_{\text{ТР}}}, \quad (4.47)$$

и для двигателя

$$\eta = \frac{P_{\text{ДВ}} - P_{\text{ТР}}}{P_{\text{ДВ}}}, \quad (4.48)$$

где  $P_{\text{ПС}}$  – мощность сил полезного сопротивления;

$P_{\text{ДВ}}$  – мощность движущих сил.

Мгновенный коэффициент полезного действия рычажного механизма можно также вычислить, если известны приведенный момент трения  $T_{\text{ТР}}^{\text{пр}}$  и уравновешивающий момент  $M_{\text{ур}}$ , по формуле

$$\eta = \frac{M_{\text{ур}}}{M_{\text{ур}} + T_{\text{ТР}}^{\text{пр}}}. \quad (4.49)$$

Вычислив этот коэффициент для нескольких положений, можно найти средний коэффициент полезного действия рассматриваемого механизма.

## **5. Проектирование простых зубчатых передач**

### **5.1. Общие сведения**

Зубчатые передачи широко применяются в авиационной и космической технике. Различают два основных типа зубчатых передач: простые и сателлитные. В простых передачах геометрические оси всех колес не меняют своего положения в пространстве в процессе передачи вращения. В сателлитных передачах некоторые зубчатые колеса совершают сложное движение и оси этих колес перемещаются в пространстве.

Зубчатая передача устанавливается между двигателем и рабочей машиной, служит для уменьшения (а иногда для увеличения) угловой скорости и увеличения момента. Дело в том, что при той же мощности двигатель имеет тем меньший вес, чем больше скорость вращения его вала. В то же время скорость вращения вала рабочей машины определяется технологическим процессом. Так, для станков это скорость, обеспечивающая экономическую стойкость инструмента, а для самолета – скорость вращения винта, работающего с наибольшим КПД. Например, при использовании турбовинтовых двигателей (ТВД) при частотах вращения газовой турбины 6000...17000 и винта 900...1100 об/мин необходимо установить редуктор. Необходимость снижения частоты вращения возникает и при отборе мощности с турбины ТВД для стартера – генератора, генератора переменного тока, гидронасоса и других агрегатов. Редукторы применяются в рулевом приводе, входящем в систему управления.

Простые передачи применяют для механизации крыла и хвостового оперения самолета, в механизмах триммирования, в различных авиационных приборах. В конструкции вертолетов редукторы используют в приводах несущего и рулевого винтов. В космических аппаратах применяют планетарные, дифференциальные и волновые редукторы в приводах колес луноходов, антенн, створок солнечных батарей и т.п.

Проектирование зубчатых передач является сложной многофункциональной задачей, решение которой должно удовлетворять многочисленным требованиям: снижение габаритов, веса, стоимости, повышение прочности, ресурса, технологичности. При решении этой задачи существенный эффект может быть достигнут за счет применения планетарных передач вместо простых или в сочетании с простыми передачами. Исследования показывают, что переход от простых передач к планетарным при равных условиях приводит к снижению веса в 1,5...5 раз.

Основным кинематическим параметром зубчатой передачи является передаточное отношение

$$i_{ПК} = \frac{\omega_1}{\omega_к} = \frac{n_1}{n_к}. \quad (5.1)$$

Например: при частоте вращения вала турбины ТВД  $n_{ТВ} = 12000$  об/мин и вала винта  $n_в = 1000$  об/мин передаточное отношение редуктора

$$i_{ПН} = \frac{n_{ТВ}}{n_в} = 12.$$

Передаточным числом  $u_{12}$  называется отношение числа зубьев колеса  $z_2$  к числу зубьев шестерни  $z_1$ , т.е.  $u_{12} = \pm \frac{z_2}{z_1}$ , причем знак «плюс» относится к внутреннему зацеплению, а «минус» - к внешнему.

Передаточное число равно передаточному отношению, т.е.

$$i_{12} = |u_{12}|. \quad (5.2)$$

Зубчатые передачи бывают одноступенчатые или многоступенчатые. Ступенью называется передача между звеньями, расположенными на двух ближайших неподвижных в пространстве осях (рис 5.1). Число ступеней в зубчатой передаче на единицу меньше числа неподвижных осей. Общее пе-

редаточное отношение (передаточное число) зубчатой передачи равно произведению передаточных отношений (чисел) отдельных ступеней.

В таблице 5.1 приведены схемы и характеристики соосных многопоточных передач. Это планетарные редукторы с отрицательным передаточным отношением обращенного механизма ( $u^{(H)} < 0$ ) с одновенцовыми (схемы I и II) и двухвенцовыми (схема III) сателлитами, а также с положительным отношением обращенного механизма ( $u^{(H)} > 0$ ) с двухвенцовыми сателлитами внешнего (схема IV), внутреннего (схема V) зацепления.

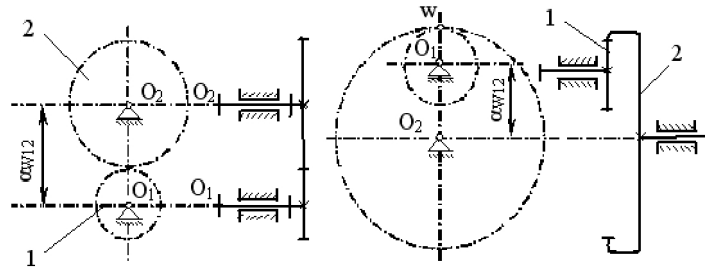


Рис. 5.1. Одноступенчатые передачи с внешним и внутренним зацеплением

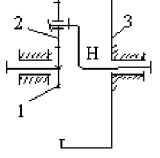
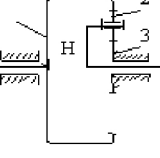
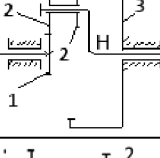
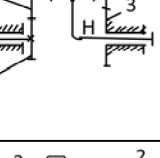
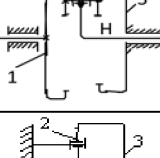
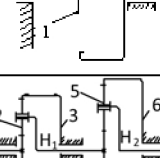
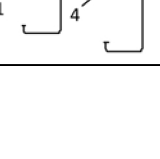
Число потоков мощности равно числу сателлитов  $a_n$  (рис. 6.1). На схеме VI представлена простая двухступенчатая передача со смешанным зацеплением, которая может быть получена из схемы I планетарной передачи путем остановки водила методом обращения движения. Для этой передачи общее передаточное отношение равно

$$u_{13} = u_{12} u_{23} = \left( -\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left( +\frac{z_3}{z_2} \right) = -\frac{z_3}{z_1}. \quad (5.3)$$

Для получения больших значений передаточных отношений используются многоступенчатые передачи, являющиеся последовательным соединением передач по схеме I (схема VII) или по схемам I – V с простой ступенью.

Таблица 5.1

## Схемы и характеристики соосных передач

Номер схемы	Схема	Рекомендуемое передаточное от- ношение	КПД
<u>I</u>		$u_{1H}^{(3)} = 1 + \frac{Z_3}{Z_1};$ $3 \leq u_{1H}^{(3)} \leq 8$	$\eta_{1H}^{(3)} = \frac{1 - u_{13}^{(H)} \eta^H}{1 - u_{13}^{(H)}}$ 0,97...0,99
<u>II</u>		$u_{1H}^{(3)} = 1 + \frac{Z_3}{Z_1};$ $1,35 \leq u_{1H}^{(3)} \leq 1,6$	$\eta_{1H}^{(3)} = \frac{\eta^H - u_{13}^{(H)}}{1 - u_{13}^{(H)}}$ 0,97...0,99
<u>III</u>		$u_{1H}^{(3)} = 1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 Z_2'};$ $3 \leq u_{1H}^{(3)} \leq 16$	$\eta_{1H}^{(3)} = \frac{1 - u_{13}^{(H)} \eta^H}{1 - u_{13}^{(H)}}$ 0,97...0,99
<u>IV</u>		$u_{1H}^{(3)} = 1 - \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 Z_2'};$ $-7,35 \leq u_{1H}^{(3)} \leq 0,88$ при $a_n = 3$	Падает с ростом $ u_{H1} $ Рис. 6.20
<u>V</u>		$u_{1H}^{(3)} = 1 - \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 Z_2'};$ $-0,91 \leq u_{1H}^{(3)} \leq 0,48$	Падает с ростом $ u_{H1} $ Рис. 6.20
<u>VI</u>		$u_{13} = -\frac{Z_3}{Z_1};$ $2 \leq  u_{13}  \leq 7$	$\eta_{13} = \eta^H$ 0,95...0,97
<u>VII</u>		$u_{1H_2} = u_{1H_1}^{(3)} u_{4H_2}^{(6)};$ $8 \leq u_{1H_2} \leq 60$	$\eta_{1H_2} = \eta_{1H_1}^{(3)} \eta_{4H_2}^{(6)}$

Последняя тихоходная ступень передачи является наиболее нагруженной и от неё зависит вес и габариты всей конструкции.

Поэтому последнюю ступень следует выполнять многопоточной за счет применения от 3 до 6 (и более) сателлитов в планетарных передачах и промежуточных колес в простых соосных механизмах (схема VI). Зубчатые же пары целесообразно использовать как быстроходные ступени, располагая их ближе к валу двигателя.

## 5.2. Основные определения зубчатых зацеплений

В зубчатой передаче вращение передается с помощью зацепления пары зубчатых колес, меньшее из которых называется шестерней, большее – колесом. Термин «зубчатое колесо» относится как к шестерне, так и к колесу.

Рассмотрим геометрические элементы зацепления цилиндрической пары колес с эвольвентными зубьями (рис. 5.2).

*Линия зацепления* – прямая  $N_1N_2$ , неподвижная относительно линии центров  $O_1O_2$ , по которой перемещается точка контакта сопряженных профилей. Отрезок АВ линии зацепления между начальной и конечной точками фактического касания сопряженных профилей называется активной (рабочей) частью линии зацепления.

*Полос зацепления* – точка W пересечения линии зацепления с линией центров  $O_1O_2$ , определяющая мгновенный центр скоростей двух колес в их относительном движении.

*Начальные окружности* – окружности, касающиеся в полюсе зацепления, которые обкатываются друг по другу без скольжения, диаметры их обозначаются  $d_{w_1}$  и  $d_{w_2}$ .

*Шагом зацепления*  $p$  называется расстояние по начальной окружности между двумя одноименными точками двух соседних профилей.

*Угол зацепления* – острый угол  $\alpha_w$  между линией зацепления и прямой, перпендикулярной линии центров  $O_1O_2$ .

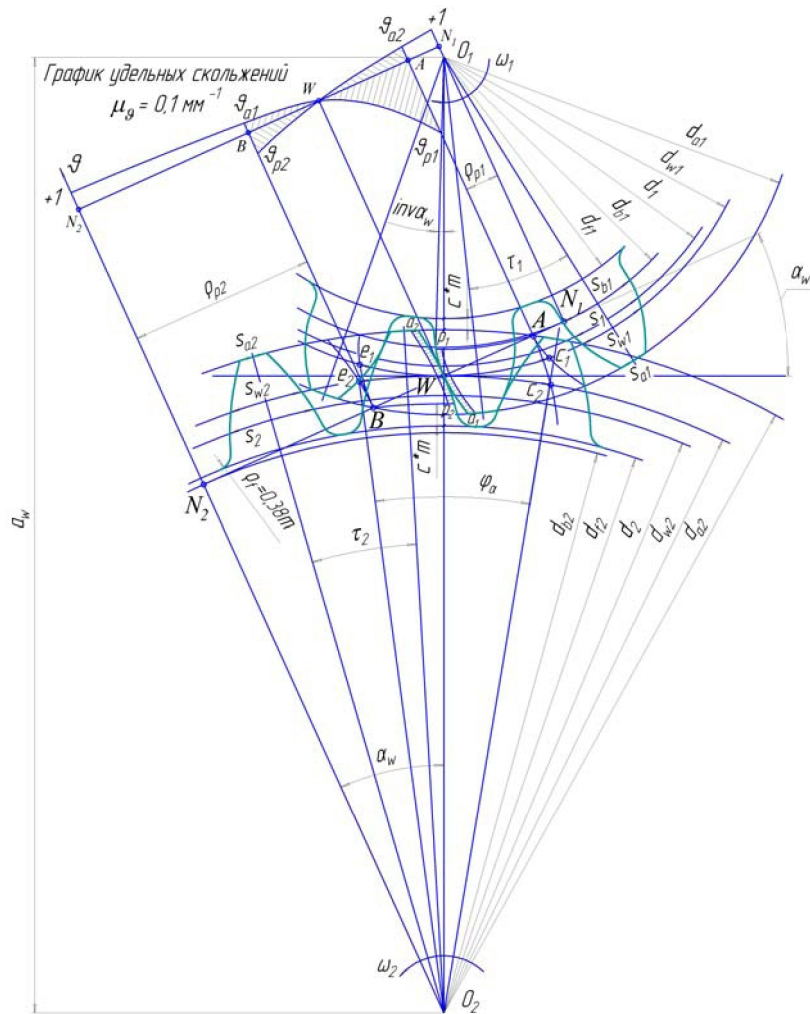


Рис. 5.2. Схема зацепления цилиндрической пары колес с эвольвентными зубьями

Угловой шаг – отношение

$$\tau_1 = \frac{2\pi}{z_1} \text{ и } \tau_2 = \frac{2\pi}{z_2}. \quad (5.4)$$

Основным геометрическим параметром зацепления является модуль зацепления. Согласно ГОСТу 9563–60 модулем называется отношение шага  $p$  к числу  $\pi$ , т.е.



$$m = \frac{P}{\pi}, \text{ мм.} \quad (5.5)$$

Стандартом предусмотрено два ряда модулей  $m$  (первый ряд считается предпочтительным):

1-ый ряд: 0,05; 0,06; 0,08; 0,1; 0,12; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,8; 1,0; 1,25; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0; 5,0; 6,0; 8,0; 10; 12; 16; 20; 25; 32; 40; 50; 60; 80; 100.

2-й ряд: 0,055; 0,07; 0,09; 0,11; 0,14; 0,18; 0,22; 0,28; 0,35; 0,45; 0,55; 0,7; 0,9; 1,125; 1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 7,0; 9,0; 11; 14; 18; 22; 28; 36; 45; 55; 70; 90.

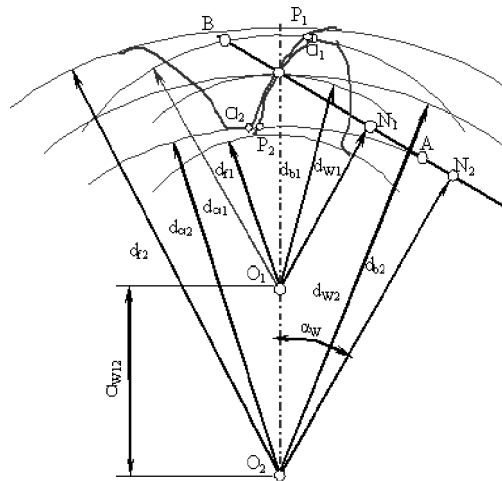


Рис. 5.3. Геометрические элементы зубчатого внутреннего зацепления

Делительной окружностью называется окружность, для которой модуль является стандартным. Через модуль выражается диаметр делительной окружности и все линейные размеры колес:

$$d = mz. \quad (5.6)$$

Формулы расчета геометрических параметров зацепления приведены в таблице 5.3.

Главной боковой поверхностью зубьев чаще всего является эвольвентная поверхность. Эвольвентой называется кривая, которую описывает любая точка прямой, обкатывающейся без скольжения по окружности (рис. 5.4).

Окружность, по которой перекачивается прямая, образующая эвольвенту, называется основной, диаметр которой обозначается  $d_b$ .

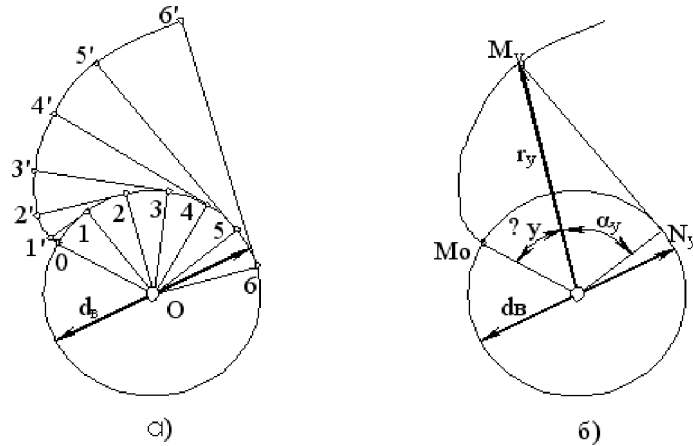


Рис. 5.4. Эвольвента окружности: а – схема образования эвольвенты; б – к выводу уравнения эвольвенты

Уравнение эвольвенты в параметрической форме выражается формулами (рис 5.4 б):

$$\text{inv} \alpha_y = \text{tg} \alpha_y - \alpha_y, \text{ где } \text{inv} \alpha_y = \Theta_y, \quad (5.7)$$

$$r_y = \frac{r_b}{\cos \alpha_y}. \quad (5.8)$$

### 5.3. Основные качественные показатели эвольвентного зацепления

К основным качественным показателям, характеризующим передачу с точки зрения плавности и бесшумности зацепления, прочности зубьев, а также их износа, относятся коэффициенты перекрытия  $\mathcal{E}_\alpha$ , удельного скольжения  $\sigma$  профилей зубьев и удельного давления  $q_p$ .

### 5.3.1. Коэффициент перекрытия

Коэффициентом торцевого перекрытия называется отношение угла торцевого перекрытия  $\varphi_\alpha$  (угла поворота зубчатого колеса от положения входа зуба в зацепление до выхода из него) к угловому шагу  $\tau$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varphi_{\alpha_1}}{\tau_1} = \frac{\varphi_{\alpha_2}}{\tau_2}. \quad (5.9)$$

Коэффициент перекрытия характеризует непрерывность и плавность зацепления в передаче. По этому коэффициенту можно определить число пар профилей зубьев, находящихся одновременно в зацеплении. Если, например,  $\varepsilon_\alpha = 1,43$ , то 43% от общего времени зацепления одной пары сопряженных профилей в зацеплении находятся две пары, а 57% – одна пара.

Для прямозубых передач значения коэффициента перекрытия находятся в пределах  $1,05 \leq \varepsilon_\alpha \leq 2$ . Необходимо отметить, что с увеличением коэффициентов смещения  $x_1$  и  $x_2$  коэффициент перекрытия уменьшается.

Для косозубой передачи ( $\beta \neq 0$ ) коэффициент перекрытия определяется по формуле:

$$\varepsilon_\chi = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta, \quad (5.10)$$

где  $\varepsilon_\beta$  – коэффициент осевого перекрытия, который определяется по формуле

$$\varepsilon_\beta = \frac{\psi_{bm} \sin \beta}{\pi}. \quad (5.11)$$

Здесь  $\psi_{bm} = \frac{b_w}{m}$  – коэффициент ширины зубчатого колеса.

При помощи коэффициента перекрытия  $\varepsilon_\alpha$  можно определить участок рабочей части линии зацепления, на котором происходит зацепление в данный момент только одной пары профилей, а также те участки, на которых происходит одновременное зацепление двух пар профилей. Для этого от крайних точек А и В активной части линии зацепления АВ необходимо отложить отрезки Af и Vk, равные длине основного шага  $p_b$  (рис. 5.5, а), и получаем участки Ak, kf, fB.

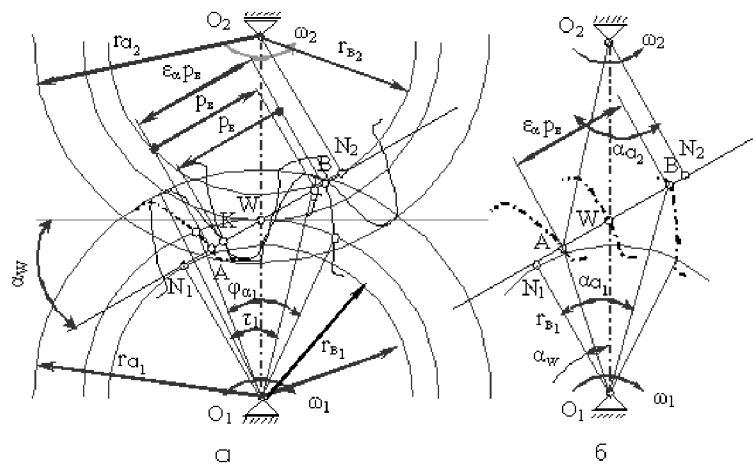


Рис. 5.5. К определению коэффициента перекрытия:

а – схема определения зон однопарного и двухпарного зацепления; б – определение рабочей части линии зацепления

Участок  $kf$  является зоной однопарного зацепления. Участки  $Ak$  и  $fB$  представляют собой зоны двухпарного зацепления. Если точка касания сопряженных профилей находится на участке  $Ak$ , то одновременно с ней на участке  $fB$  будет находится точка касания второй пары сопряженных профилей.

На рис 5.5, б показано положение профиля шестерни при входе в зацепление и выходе из него. Формула для определения коэффициента перекрытия приведена в табл. 5.3.

### 5.3.2. Коэффициент удельного скольжения

Коэффициентом удельного скольжения называется отношение скорости скольжения  $V_{ск}$  к относительной скорости перемещения точки контакта вдоль сопряженного профиля (рис. 5.6).

$$g = \frac{V_{ск}}{V^τ}, \quad (5.12)$$

где

$$V_{ск} = V_{k1}^r - V_{k2}^r = \ell_{wk} \omega_{12} = \ell_{wk} (\omega_1 \pm \omega_2). \quad (5.13)$$

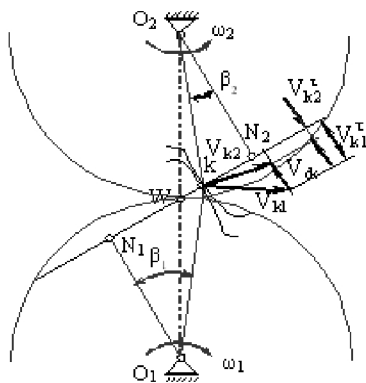


Рис. 5.6. К определению удельного скольжения

Знак «+» соответствует внешнему зацеплению, знак «-» - внутреннему.

Скольжение зубьев друг по другу вызывает износ рабочих поверхностей. Только в полюсе зацепления W скорость скольжения равна нулю. Скольжение будет тем больше, чем дальше от полюса находится точка зацепления. Коэффициент удельного скольжения характеризует взаимное скольжение сопряженных профилей. Формулы для определения коэффициента удельного скольжения для различных точек профиля приведены в табл. 5.3. Коэффициенты скольжения зависят от коэффициентов смещения  $x_1$  и  $x_2$ . Оптимальный выбор коэффициентов смещения позволяет получить значения коэффициентов удельного скольжения, отвечающих условиям эксплуатации.

### 5.3.3. Коэффициент удельного давления

Этот коэффициент характеризует поверхностную прочность зуба и имеет значение при расчете на контактную прочность активных поверхностей зубьев, определяется по формуле:

$$q_k = \frac{m}{\rho} = \frac{m N_1 N_2}{N_{1k} \cdot N_{2k}}, \quad (5.14)$$

где  $\rho$  – приведенный радиус кривизны эвольвентных профилей в точке контакта.

$$\text{В полюсе зацепления } q_w = \frac{m \overline{N_1 N_2}}{N_{1w} \cdot N_{2w}},$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_1 \rho_2}.$$

Коэффициент удельного давления изменяется в процессе зацепления, уменьшается при увеличении коэффициентов смещения  $x_1$  и  $x_2$ . Рекомендуется выбирать коэффициенты смещения так, чтобы коэффициент  $q \leq 1$ .

#### 5.4. Определение общего передаточного отношения и разбивка его по ступеням

Общее передаточное отношение (число) определяется по формуле:

$$u_0 = \frac{n_{\text{ДВ}}}{n_{\text{ВЫХ}}}, \quad (5.15)$$

где  $n_{\text{ВЫХ}} = n_{\text{ОА}}$  – в случае, если редуктор установлен между двигателем и рабочей машиной, в которой кривошип ОА является входным звеном. Для авиационных ТВД и двигателей внутреннего сгорания частота вращения выходного звена (води́ла) соответствует частоте вращения винта  $n_{\text{в}}$ .

Габариты зубчатой передачи во многом зависят от целесообразной разбивки общего передаточного числа по ступеням.

В многоступенчатой передаче, являющейся последовательным соединением простых ступеней и планетарных передач, общее передаточное отношение (число) равно произведению передаточных отношений отдельных ступеней:

$$u_0 = u_{12} u_{23} \cdot \dots \cdot u_{k_{n-1} k_n}. \quad (5.16)$$

Так как последняя, тихоходная, ступень передачи является наиболее нагруженной и от нее зависят вес и габариты всей конструкции, как указывалось выше, её следует выполнять многопоточной, например, планетарной с достаточно большим передаточным отношением и высоким КПД.

Если простая передача в составе сложного механизма представлена одной ступенью, то  $1,5 \leq u_{12} \leq 6$ .

Широкое распространение получили двухступенчатые соосные простые передачи (рис. 5.7), основным достоинством которых является возможность получения меньших габаритов по длине.

Расчеты на прочность показывают, что для уменьшения габаритов передаточное отношение быстроходной ступени следует принимать больше, чем тихоходной, т.е.  $u_B > u_T$ .

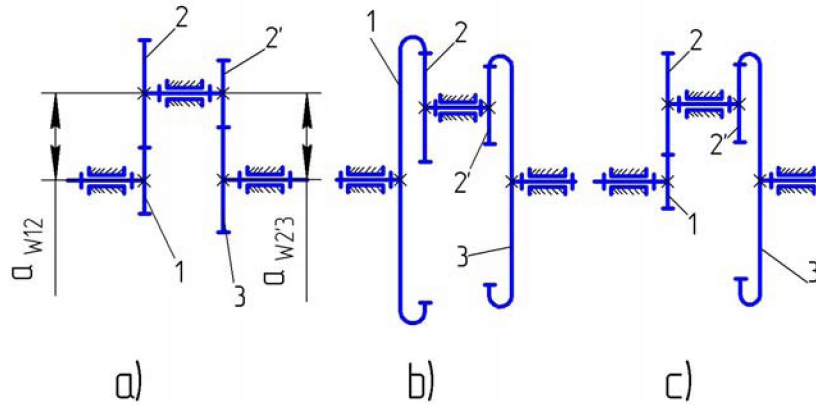


Рис. 5.7. Простые соосные двухступенчатые передачи

В работе [13] рекомендуется применять формулы:

– для соосной схемы с внешним зацеплением (рис. 5.7, а)

$$u_B = \frac{u - 1,13\sqrt[3]{u}}{1,13\sqrt[3]{u} - 1}, \quad (5.17)$$

где  $u$  – полное передаточное отношение передачи.

– для соосной схемы и внутренним зацеплением на тихоходной ступени (рис 5.7, в)

$$u_B = \frac{u - 1,13\sqrt[3]{u}}{1,13\sqrt[3]{u} + 1}. \quad (5.18)$$

Передаточное отношение тихоходной ступени

$$u_T = \frac{u}{u_B}. \quad (5.19)$$

Если  $u_B > u_{\max}$ , то принимают  $u_B = u_{\max}$ . После определения  $u_B$  и  $u_T$  по формулам (5.17), (5.18) и (5.19) необходимо принять передаточные отношения ступеней в соответствии с единым рядом: 1,00; 1,12; 1,25; 1,4; 1,6; 1,8; 2,00; 2,24; 2,50; 2,80; 3,15; 3,55; 4,00; 4,50; 5,00; 5,60; 6,30; 7,10; 8,00; 9,00; 10,00...[13].

### 5.5. Подбор чисел зубьев одноступенчатой передачи при заданном межосевом расстоянии

Исходными данными для подбора чисел зубьев являются межосевое расстояние  $a_{w12}$ , модуль  $m_{12}$ , передаточное отношение  $u_{12}$ .

Вначале определяется возможное суммарное число зубьев из условия

$$z_\Sigma = z_1 + z_2 \leq \frac{2a_{w12}}{m_{12}}. \quad (5.20)$$

Число зубьев шестерни определяется по формуле

$$z_1 = \frac{z_\Sigma}{u_{12} + 1}. \quad (5.21)$$

Полученное по формуле (5.21) число округляется обязательно до меньшего целого значения.

Тогда

$$z_2 = u_{12} z_1. \quad (5.22)$$

Полученное по формуле (5.22) число зубьев можно округлять как в большую, так и в меньшую сторону до целого значения, имея в виду, что полученная сумма зубьев  $z'_1 + z'_2$  не должна отличаться от  $z_\Sigma$  более, чем на два зуба, иначе суммарное смещение  $x_\Sigma$  получается значительно больше 1, а  $\alpha_w > 30^\circ$ . В этом случае можно увеличить число зубьев  $z'_2$  колеса на 1 или 2 зуба. Погрешность передаточного отношения  $\Delta u_{12}$  при этом не должна превышать 5%.



## 5.6. Подбор чисел зубьев двухступенчатой соосной передачи при заданном межосевом расстоянии

Исходными данными для подбора чисел зубьев передач по схемам а и б (рис 5.7.) являются межосевое расстояние  $\alpha_{w12}$ , модули зацепления  $m_{12}$  и  $m_{2'3}$  и передаточное отношение (число)  $u_{13}$ . Подбор производится в следующей последовательности, имея в виду, что  $u_{13} = u_B u_T$ :

1. По формулам (15.17) или (15.18) и (15.19) определяются  $u_B$  и  $u_T$ .

2. Так как передача соосная, то должно выполняться условие соосности

$$\alpha_{w12} = \alpha_{w2'3}, \text{ т.е. } \frac{m_{12}}{2}(z_1 + z_2) = \frac{m_{2'3}}{2}(z_3 \pm z_{2'}) \text{ при } \alpha = \alpha_w, \quad (5.23)$$

где знак «минус» для внутреннего зацепления.

3. Из равенства (5.23) имеем

$$\alpha_{w12} = \frac{m_{12}}{2}(z_1 + z_2) = \frac{m_{12}}{2}z_1(1 + u_B) \quad (5.24)$$

Откуда определяется число зубьев шестерни

$$z_1 = \frac{2\alpha_{w12}}{m_{12}(1 + u_B)}. \quad (5.25)$$

Тогда

$$z_2 = z_1 u_B. \quad (5.26)$$

Преобразовав равенство (5.23), получим

$$\lambda = \frac{m_{12}}{m_{2'3}} = \frac{z_2(1 \pm u_T)}{z_1(1 + u_B)} \leq 1, \quad (5.27)$$

так как модуль  $m_{2'3}$  из расчета на прочность получается больше  $m_{12}$ .

Откуда

$$z_{2'} = \frac{m_{12}}{m_{2'3}} \frac{(1 + u_B)}{(u_T \pm 1)} \cdot z_1 = \frac{\lambda(1 + u_B)}{u_T \pm 1} z_1. \quad (5.28)$$

Тогда

$$z_3 = u_T z_{2'}. \quad (5.29)$$

Полученные значения  $z_1, z_2, z_2', z_3$  округляются до целых чисел, причем  $z_1$  и  $z_2'$  всегда округляются в меньшую сторону.

Если в формулах (5.25) и (5.28) числа зубьев  $z_1$  и  $z_2'$  получается дробным, то следует произвести исправление зубчатых колес методом смещения инструмента (см. п. 5.7).

В этом случае  $\alpha_w \neq \alpha$  и условие соосности выражается равенством:

$$\frac{m_{12}}{2}(z_1 + z_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{w_{12}}} = \frac{m_{2'3}}{2}(z_3 \pm z_2') \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{w_{2'3}}}. \quad (5.30)$$

**Пример.** Подобрать числа зубьев передачи (рис. 5.7 в), если передаточное число  $u_{13} = 10$ ; межосевое расстояние  $a_{w_{12}} = a_{w_{2'3}} = 72$  мм, модуль первой ступени  $m_{12} = 3$  мм, модуль второй ступени  $m_{2'3} = 3,5$  мм.

Общее передаточное число  $u_{13} = u_B u_T$ .

Решение.

По формуле (5.18) определяем передаточное число быстроходной ступени:

$$u_B = \frac{u_{13} - 1,13\sqrt[3]{u_{13}}}{1,13\sqrt[3]{u_{13}} + 1} = \frac{10 - 1,13\sqrt[3]{10}}{1,13\sqrt[3]{10} + 1} = \frac{10 - 2,434}{2,434 + 1} = 2,2;$$

Принимаем из единого ряда ближайшее значение  $u_B = 2,24$ .

Тогда  $u_T = \frac{u_{13}}{u_B} = \frac{10}{2,24} = 4,46$ ; Принимаем  $u_T = 4,5$ . Определяем сум-

марное число зубьев быстроходной ступени:

$$z_\Sigma = z_1 + z_2 \leq \frac{2a_{w_{12}}}{m_{12}} = \frac{2 \cdot 72}{3} = 48.$$

По формуле (5.25) определяем число зубьев шестерни

$$z_1 = \frac{2a_{w_{12}}}{m_{12}(1 + u_B)} = \frac{2 \cdot 72}{3 \cdot 3,24} = 14,8.$$

Принимаем  $z_1 = 14$  тогда  $z_2 = u_B z_1 = 2,24 \cdot 14 = 31,36$ .

Принимаем  $z_2 = 32$ . Так как  $z_1 + z_2 < z_\Sigma$ , то  $\alpha_w \neq \alpha$ .

Из формулы (5.30) имеем

$$\cos \alpha_{w_{12}} = \frac{m_{12}(z_1 + z_2) \cos \alpha}{2 a_{w_{12}}} = \frac{3(14 + 32) \cdot 0,93969}{2 \cdot 72} = 0,9005.$$

Отсюда  $\alpha_{w_{12}} = 25^{\circ} 46'$  и, следовательно, зубчатые колеса  $z_1$  и  $z_2$  необходимо нарезать со смещением режущего инструмента.

По формуле (5.28) определяем число зубьев шестерни тихоходной ступени:

$$z_{2'} = \frac{m_{12} (1 + u_B)}{m_{2'3} (u_T - 1)} z_1 = \frac{3 \cdot 3,24 \cdot 14}{3,5 \cdot 3,5} = 11,108.$$

Принимаем  $z_{2'} = 11$ . Тогда  $z_3 = u_T z_{2'} = 4,5 \cdot 11 = 49,5$ . Принимаем  $z_3 = 50$ .

Из формулы (5.30) имеем

$$\cos \alpha_{w_{23}} = \frac{m_{23}(z_3 - z_{2'}) \cos \alpha}{2 a_{w_{23}}} = \frac{3,5 \cdot 39 \cdot 0,93969}{2 \cdot 72} = 0,89075.$$

Отсюда  $\alpha_{w_{23}} = 27^{\circ} 07'$ , следовательно, зубчатые колеса  $z_{2'}$  и  $z_3$  также необходимо нарезать со смещением режущего инструмента.

## 5.7. Выбор коэффициентов смещения режущего инструмента

При нарезании зубчатого колеса возможен подрез ножки зуба и его ослабление в опасном сечении. Минимальное число зубьев, при котором не происходит подрез, определяется по формуле

$$z_{\min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha}, \quad (5.31)$$

где  $h_a^* = 1$  – коэффициент высоты головки зуба.

При  $\alpha = 20^{\circ}$  и  $h_a^* = 1$ ,  $z_{\min} \approx 17$ .

Однако для уменьшения габаритов зубчатых передач колеса следует проектировать с малым числом зубьев. Чтобы избежать подреза, зубчатые колеса изготавливают со смещением режущего инструмента на величину  $xm$ , где  $x$  – коэффициент смещения.

Коэффициенту смещения присваивают определенный знак. Если делительная прямая исходного контура (рейки) пересекает делительную окружность колеса (рис. 5.8, б), смещение считают отрицательным, если не пересекает и не касается (рис. 5.8, в) – положительным, если касается. (рис. 5.8, а), то смещение равно нулю.

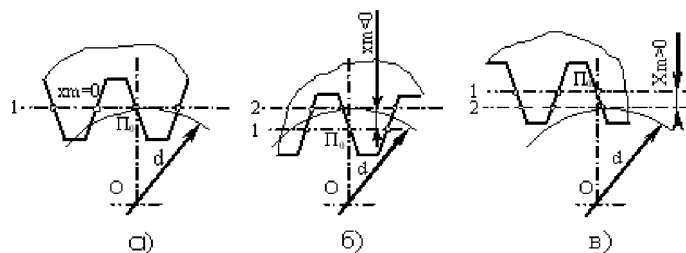


Рис. 5.8. Положение производящей рейки в станочном зацеплении

Колеса с внутренними зубьями зацепляться с реечным контуром не могут, они нарезаются долбяками.

Колесо, нарезанное без смещения, называется нулевым.

С увеличением коэффициента смещения толщина внешних зубьев увеличивается, а внутренних уменьшается. Однако, если увеличивать коэффициент смещения, то толщина зуба  $S_a$  у вершины будет уменьшаться и может наступить заострение. Поэтому коэффициент смещения выбирают так, чтобы  $S_a \geq 0,2m$ .

Зубчатое колесо, имеющее  $z > z_{\min}$  можно нарезать с положительным, нулевым и даже с отрицательным смещением.

Коэффициенты смещения существенно влияют на геометрию и качественные показатели зубчатой передачи.

С помощью смещения инструмента можно вписать передачу в заданное межосевое расстояние. При положительном смещении толщина зуба у корня увеличивается, поэтому зуб становится прочнее на изгиб, повышается жесткость, одновременно уменьшаются контактные напряжения, что повышает износостойкость.

Однако при увеличении коэффициентов смещения снижается коэффициент перекрытия.

При отрицательных смещениях снижается прочность зуба и его износостойкость.

Абразивный износ зубьев (истирание поверхностей) усиливается при увеличении удельного давления и удельного скольжения профилей сопряженных зубьев. Они достигают наибольшей величины в начальных и конечных точках контакта (у основания ножки и у головки зуба). Правильным выбором коэффициентов смещения для обоих колес можно выровнять величину удельного скольжения и давления по всему боковому профилю зуба, снизить их величину и таким образом повысить долговечность зубчатой передачи.

При заданном межосевом расстоянии  $a_{w_{12}}$  сумма или разность коэффициентов смещения определяется по формулам:

а) для внешнего зацепления

$$x_{\Sigma} = x_1 + x_2 = \frac{(z_1 + z_2)(\text{inv} \alpha_w - \text{inv} \alpha)}{2 \text{tg} \alpha}, \quad (5.32)$$

где  $\alpha$  – угол профиля исходного контура ( $\alpha = 20^\circ$ );

б) для внутреннего зацепления

$$x_{\Sigma} = x_2 - x_1 = \frac{(z_2 - z_1)(\text{inv} \alpha_w - \text{inv} \alpha)}{2 \text{tg} \alpha}. \quad (5.33)$$

Угол  $\alpha_w$  рекомендуется получать в пределах  $20^\circ \dots 30^\circ$ . Если  $\alpha_w$  получится за этими пределами, то необходимо изменить число зубьев  $z_1$  и  $z_2$ . Если по формуле (5.20) суммарное число зубьев  $z_{\Sigma}$  получится целым, то  $\alpha_{w_{12}} = \alpha$  и зацепление называется равносмещенным. Если число зубьев колес  $z_1$  и  $z_2$ , полученные по формулам (5.21), (5.22) или (5.25), (5.26), будут целыми и большими 17, то коэффициенты смещения  $x_1 = x_2 = 0$ .

Если одно из колес имеет число зубьев меньше 17, то минимальный коэффициент смещения для этого колеса определяется по формуле

$$x_{\min} = \frac{z_{\min} - Z}{z_{\min}} h_{\alpha}^*, \quad (5.34)$$

где  $z_{\min}$  определяется по формуле (5.31), следовательно, при  $z_1 < 17$

$$x_1 = \frac{17 - z_1}{17}, \quad (5.35)$$

тогда

$$x_2 = x_{\Sigma} - x_1, \quad (5.36)$$

где  $x_{\Sigma}$  определяется по формуле (5.32). В работе [12] даются рекомендации по выбору коэффициентов смещения для силовых и кинематических передач при заданном межосевом расстоянии, приведенные в таблице 5.2. В ряде случаев рекомендуется пользоваться блокирующими контурами, приведенными в качестве приложения к ГОСТ 16532-70 и характеризующими изменение некоторых показателей передачи в зависимости от выбора коэффициентов смещения  $x_1$  и  $x_2$  [3].

Если сумма коэффициентов смещения  $x_{\Sigma} = 0$  и  $z_1 < 17$ , то можно принять

$$-x_2 = x_1 = \frac{17 - z_1}{17}. \quad (5.37)$$

Таблица 5.2

Коэффициент смещения  $x$  для силовых и кинематических передач при заданном межосевом расстоянии

$x_{\Sigma}$	$z_1$ и $z_2$	$x_1$	$x_2$
0	$z_1 \geq 21$	0	0
	$z_1 = 14 \dots 21$ и $u_{12} \geq 3,5$	0,3	-0,3
0...0,5	$z_1 \geq 19$ ; $z_1 \geq 21$ $z_1 = z_2 \leq 20$	$x_1 = x_{\Sigma}$ $x_1 = 0,5x_{\Sigma}$	0 $x_2 = 0,5x_{\Sigma}$
0,5...1, 0	$z_1 = z_2 \geq 10$ $z_1 \geq 11$ ; $z_2 \geq 19$	$x_1 = 0,5x_{\Sigma}$ $x_1 = 0,5$	$x_2 = 0,5x_{\Sigma}$ $x_2 = x_{\Sigma} - 0,5$

Если полученные по расчетам число зубьев  $z_1$  и  $z_2$  будут больше 17, но не целыми, а также если  $x_{\Sigma} > 1$ , то принимают

$$x_1 = x_2 = \frac{x_\Sigma}{2}. \quad (5.38)$$

## 5.8. Определение геометрических параметров зацепления

Формулы расчета геометрических параметров зацепления приведены в таблице 5.3.

Таблица 5.3

Формулы расчета геометрических параметров зацепления

№ Формулы	Внешнее зацепление	Внутреннее зацепление
1	$\cos \alpha_w = \frac{m(z_1 + z_2) \cos \alpha}{2 a_w}$	$\cos \alpha_w = \frac{m(z_2 - z_1) \cos \alpha}{2 a_w}$
2	$x_\Sigma = x_1 + x_2 = \frac{(z_1 + z_2)(\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha)}{2 \operatorname{tg} \alpha}$	$x_\Sigma = x_2 - x_1 = \frac{(z_2 - z_1)(\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha)}{2 \operatorname{tg} \alpha}$
3	$d_1 = m z_1 ; d_2 = m z_2$	
4	$d_{b1} = d_1 \cos \alpha ; d_{b2} = d_2 \cos \alpha .$	
5	$p = \pi m ; p_b = p \cos \alpha .$	
6	$d_{w1} = \frac{d_{b1}}{\cos \alpha_w} ; d_{w2} = \frac{d_{b2}}{\cos \alpha_w}$	
7	$d_{f1} = d_1 - 2(h_a^* + c^*)m + 2x_1m$	
	$d_{f2} = d_2 - 2(h_a^* + c^*)m + 2x_2m$	$d_{f2} = d_2 + 2(h_a^* + c^*)m - 2x_2m$
8	$d_{a1} = 2a_w - d_{f2} - 2c^*m$	$d_{a1} = d_{f2} - 2a_w - 2c^*m$
	$d_{a2} = 2a_w - d_{f1} - 2c^*m$	$d_{a2} = 2a_w + d_{f1} + 2c^*m$
9	$S_1 = 0,5p + 2x_1m \operatorname{tg} \alpha$	
	$S_2 = 0,5p + 2x_2m \operatorname{tg} \alpha$	$S_2 = 0,5p - 2x_2m \operatorname{tg} \alpha$
10	$S_{b1} = d_{b1} \left( \frac{S_1}{d_1} + \operatorname{inv} \alpha \right)$	
	$S_{b2} = d_{b2} \left( \frac{S_2}{d_2} + \operatorname{inv} \alpha \right)$	$S_{b2} = d_{b2} \left( \frac{S_2}{d_2} - \operatorname{inv} \alpha \right)$

№ Формулы	Внешнее зацепление	Внутреннее зацепление
11	$S_{a1} = d_{a1} \left( \frac{S_1}{d_1} + \text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_{a1} \right) \geq (0,3..0,4)m ; \cos\alpha_{a1} = \frac{d_{b1}}{d_{a1}}$	
	$S_{a2} = d_{a1} \left( \frac{S_2}{d_2} + \text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_{a2} \right)$	$S_{a2} = d_{a1} \left( \frac{S_2}{d_2} - \text{inv}\alpha + \text{inv}\alpha_{a2} \right)$
12	$S_{w1} = d_{w1} \left( \frac{S_1}{d_1} + \text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_w \right)$	
	$S_{w2} = d_{w2} \left( \frac{S_2}{d_2} + \text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_w \right)$	$S_{w2} = d_{w2} \left( \frac{S_2}{d_2} - \text{inv}\alpha + \text{inv}\alpha_w \right)$
13	$\varepsilon = \frac{a_1 + p_{a2} - a_w \sin\alpha_w}{p_b}$	$\varepsilon = \frac{p_{a1} - p_{a2} - a_w \sin\alpha_w}{p_b}$
14	$p_{a1} = 0,5\sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} = 0,5d_{b1} \text{tg}\alpha_{a1}$	
	$p_{a2} = 0,5\sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2} = 0,5d_{b2} \text{tg}\alpha_{a2}$	
15	$g_{a_1} = 1 - \frac{\rho_{p_2} z_1}{\rho_{a_1} z_2}; \quad g_{p_1} = 1 - \frac{\rho_{a_2} z_1}{\rho_{p_1} z_2};$	
	$g_{a_2} = 1 - \frac{\rho_{p_1} z_2}{\rho_{a_2} z_1}; \quad g_{p_2} = 1 - \frac{\rho_{a_1} z_2}{\rho_{p_2} z_1};$	



№ Формулы	Внешнее зацепление	Внутреннее зацепление
16	$\rho_{p_1} = a_w \sin \alpha_w - \rho_{a_2}$	$\rho_{p_1} = \rho_{a_2} - a_w \sin \alpha_w$
	$\rho_{p_2} = a_w \sin \alpha_w - \rho_{a_1}$	$\rho_{p_1} = \rho_{a_1} + a_w \sin \alpha_w$
17	$q_p = \sqrt{\frac{m}{\rho_{np}}} = 2 \sqrt{\frac{ma_w}{d_{w_1} d_{w_2} \sin \alpha_w}}$	
	$W_1 = (z_{n_1} - 1)p_B + S_{B_1}; z_{n_1} = \frac{z_1}{9} + 0,5; z_{n_2} = \frac{z_2}{9} + 0,5$	
18	$W_2 = (z_{n_2} - 1)p_B + S_{B_2}$	$W_2 = z'_{n_1} p_B - S_{B_2}$
	$z_{n_1}$ – число охватываемых зубьев	$z_{n_2}$ – число охватываемых впадин

### 5.9. Пример геометрического расчёта внешнего зацепления

Исходные данные:

$$z_1 = 12; z_2 = 21; m = 8\text{мм}; a_w = 140\text{мм}; h_a^* = 1; c^* = 0,25; \alpha = 20^\circ.$$

Порядок расчёта (табл.5.3.):

1. Угол зацепления

$$\cos \alpha_w = \frac{m(z_1 + z_2) \cos \alpha}{2 a_w} = \frac{8 \cdot (12 + 21) \cdot 0,9396926}{2 \cdot 140} = 0,885996.$$

$$\alpha_w = 27,626^\circ; \operatorname{inv} \alpha_w = 0,0411991.$$

2. Коэффициенты смещения исходного контура

$$x_\Sigma = x_1 + x_2 = \frac{(z_1 + z_2)(\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha)}{2 \operatorname{tg} \alpha} =$$

$$= \frac{(12 + 21) \cdot (0,0411991 - 0,01490)}{2 \cdot 0,363970} = 1,1922.$$

Произведём разбивку суммарного коэффициента смещения. Наименьший коэффициент смещения для шестерни

$$x_{1\min} = \frac{17 - z_1}{17} = \frac{17 - 12}{17} = +0,2941.$$

Следовательно,  $x_1 \geq 0,2941$ .

Так как  $x_\Sigma > 1$ , то принимаем  $x_1 = x_2 = \frac{x_\Sigma}{2}$ .

Тогда  $x_1 = 0,5961$ ;  $x_2 = 0,5961$ .

3. Делительные диаметры

$$d_1 = mz_1 = 8 \cdot 12 = 96 \text{ мм};$$

$$d_2 = mz_2 = 8 \cdot 21 = 168 \text{ мм}.$$

4. Основные диаметры

$$d_{b_1} = d_1 \cos \alpha = 96 \cdot 0,9396926 = 90,21049 \text{ мм};$$

$$d_{b_2} = d_2 \cos \alpha = 168 \cdot 0,9396926 = 157,86836.$$

5. Шаг делительный

$$p = \pi m = 3,141593 \cdot 8 = 25,13274 \text{ мм}.$$

Шаг основной

$$p_b = p \cos \alpha = 25,13274 \cdot 0,939693 = 23,6162 \text{ мм}.$$

6. Диаметры начальных окружностей

$$d_{w_1} = \frac{d_{b_1}}{\cos \alpha_w} = \frac{90,21049}{0,885996} = 101,8182 \text{ мм};$$

$$d_{w_2} = \frac{d_{b_2}}{\cos \alpha_w} = \frac{157,86836}{0,885996} = 178,1818 \text{ мм}.$$

7. Диаметры окружностей впадин

$$d_{f_1} = d_1 - 2(h_a^* + c^*)m + 2x_1m = 96 - 2 \cdot (1 + 0,25) \cdot 8 + 2 \cdot 8 \cdot 0,5961 = 85,5376 \text{ мм};$$

$$d_{f_2} = d_2 - 2(h_a^* + c^*)m + 2x_2m = 168 - 2 \cdot (1 + 0,25) \cdot 8 + 2 \cdot 8 \cdot 0,5961 = 157,5376 \text{ мм}.$$

8. Диаметры окружности вершин

$$d_{a_1} = 2a_w - d_{f_2} - 2c^*m = 2 \cdot 140 - 157,5376 - 2 \cdot 0,25 \cdot 8 = 118,4624 \text{ мм}$$

$$d_{a_2} = 2a_w - d_{f_1} - 2c^*m = 2 \cdot 140 - 85,5376 - 2 \cdot 0,25 \cdot 8 = 190,4624 \text{ мм}.$$

9. Делительная толщина зубьев

$$S_2 = 0,5p + 2x_2 \operatorname{mtg} \alpha = 0,5 \cdot 25,1374 + 2 \cdot 0,5961 \cdot 8 \cdot 0,36397 = 16,0378 \text{ мм};$$

$$S_2 = 0,5p + 2x_2 \operatorname{mtg} \alpha = 0,5 \cdot 25,1374 + 2 \cdot 0,5961 \cdot 8 \cdot 0,36397 = 16,0378 \text{ мм}.$$

#### 10. Основная толщина зубьев

$$S_{b_1} = d_{b_1} \left( \frac{S_1}{d_1} + \operatorname{inv} \alpha \right) = 90,21049 \cdot \left( \frac{16,0378}{96} + 0,01490 \right) = 16,4147 \text{ мм}$$

$$S_{b_2} = d_{b_2} \left( \frac{S_{21}}{d_2} + \operatorname{inv} \alpha \right) = 157,86836 \cdot \left( \frac{16,0378}{168} + 0,01490 \right) = 17,4228 \text{ мм}$$

#### 11. Толщина зубьев по окружности вершин

$$\cos \alpha_{a_1} = \frac{d_{b_1}}{d_{a_1}} = \frac{90,21049}{118,4624} = 0,7615114;$$

$$\alpha_{a_1} = 40,40236^\circ = 0,70515 \text{ рад};$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{a_1} = 0,851138;$$

$$\operatorname{inv} \alpha_{a_1} = 0,145988;$$

$$\begin{aligned} S_{a_1} &= d_{a_1} \cdot \left( \frac{S_1}{d_1} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{a_1} \right) = \\ &= 118,4624 \cdot \left( \frac{16,0378}{96} + 0,01490 - 0,145988 \right) = 4,2614 \text{ мм} > 0,4 \text{ м}. \end{aligned}$$

#### 12. Толщина зубьев по начальным окружностям

$$\begin{aligned} S_{w_1} &= d_{w_1} \cdot \left( \frac{S_1}{d_1} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_w \right) = \\ &= 101,8182 \cdot \left( \frac{16,0378}{96} + 0,01490 - 0,04119 \right) = 14,3321 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{w_2} &= d_{w_2} \cdot \left( \frac{S_2}{d_2} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_w \right) = \\ &= 178,1818 \cdot \left( \frac{16,0378}{168} + 0,01490 - 0,041199 \right) = 12,3238 \end{aligned}$$

#### 13. Шаг по начальной окружности

$$p_w = \frac{\pi d_{w_1}}{z_1} = \frac{\pi d_{w_2}}{z_2} = \frac{3,141593 \cdot 101,8182}{12} = 26,6559 \text{ мм};$$

$$\text{Проверка: } p_w = S_{w_1} + S_{w_2} = 14,3321 + 12,3238 = 26,6559 \text{ мм}.$$

14. Радиусы кривизны эвольвент сопряжённых профилей

$$\rho_{\alpha_1} = 0,5\sqrt{d_{\alpha_1}^2 - d_{b_1}^2} = 0,5d_{b_1} \operatorname{tg} \alpha_{\alpha_1} = 0,5\sqrt{118,4624^2 - 90,21049^2} = 38,3908 \text{ мм};$$

$$\rho_{\alpha_2} = 0,5\sqrt{d_{\alpha_2}^2 - d_{b_2}^2} = 0,5\sqrt{190,4624^2 - 157,86836^2} = 53,2764 \text{ мм};$$

$$\rho_{p_1} = \alpha_w \sin \alpha_w - \rho_{\alpha_2} = 140 \cdot 0,463693 - 53,2764 = 11,6406 \text{ мм};$$

$$\rho_{p_2} = \alpha_w \sin \alpha_w - \rho_{\alpha_1} = 140 \cdot 0,463693 - 38,3908 = 26,5262 \text{ мм}.$$

15. Коэффициент торцевого перекрытия

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\rho_{\alpha_1} + \rho_{\alpha_2} - \alpha_w \sin \alpha_w}{p_b} = \frac{38,3908 + 53,2764 - 140 \cdot 0,46369}{23,6162} = 1,133.$$

16. Коэффициенты удельного скольжения

$$g_{\alpha_1} = 1 - \frac{\rho_{p_2} Z_1}{\rho_{\alpha_1} Z_2} = 1 - \frac{26,5262 \cdot 12}{38,3908 \cdot 21} = 0,605 ;$$

$$g_{\alpha_2} = 1 - \frac{\rho_{p_1} Z_2}{\rho_{\alpha_2} Z_1} = 1 - \frac{11,6406 \cdot 21}{53,2764 \cdot 12} = 0,618 ;$$

$$g_{p_1} = 1 - \frac{\rho_{\alpha_2} Z_1}{\rho_{p_1} Z_2} = 1 - \frac{53,2764 \cdot 12}{11,6406 \cdot 21} = -1,615;$$

$$g_{p_2} = 1 - \frac{\rho_{\alpha_1} Z_2}{\rho_{p_2} Z_1} = 1 - \frac{38,3908 \cdot 21}{26,5262 \cdot 12} = -1,533 .$$

17. Размер по общей нормали

$$z_{n_1} = \frac{z_1}{9} + 0,5 = \frac{12}{9} + 0,5 = 1,833. \text{ Принимаем } z_{n_1} = 2;$$

$$W_1 = (z_{n_1} - 1)p_b + S_{b_1} = (2 - 1) \cdot 23,6162 + 16,4147 = 40,031 \text{ мм};$$

$$z_{n_2} = \frac{z_2}{9} + 0,5 = \frac{21}{9} + 0,5 = 2,833. \text{ Принимаем } z_{n_2} = 3;$$

$$W_2 = (z_{n_2} - 1)p_b + S_{b_2} = (3 - 1) \cdot 23,6162 + 17,4228 = 64,655 \text{ мм} .$$

## 5.10. Построение картины зацепления

Подсчитав все размеры по формулам табл. 5.3, приступают к вычерчиванию картины зацепления (рис.5.1). Масштаб построения выбирают таким, чтобы высота зуба была не менее 40...50 мм. Рекомендуется выбирать масштаб или масштабный коэффициент в соответствии с ГОСТ 2.302–68.

Прежде всего, наносят в масштабе межосевое расстояние и все окружности. Точка касания начальных окружностей есть полюс зацепления. Общая касательная к основным окружностям, проходящая через полюс, есть линия зацепления. Профиль зуба можно построить как развертку основной окружности либо по точкам, используя рассчитанные толщины зубьев  $S_a, S, S_w, S_b$ .

Отложив от полюса в масштабе толщину  $S_w$ , разделив ее пополам, проводят ось симметрии зуба. От этой оси на соответствующих окружностях откладывают толщины, и полученные точки соединяют с помощью лекала. Это и будет эвольвентный профиль зуба.

Если  $d_f < d_b$ , то зуб на этом участке строят по радиальной прямой. Сопряжение профиля зуба с окружностью впадин выполняют радиусом  $\rho_f = 0,38m$ . Отложив по делительной окружности шаг, с помощью шаблона строят 2 – 3 зуба. Активный участок линии зацепления АВ определяется пересечением линии зацепления с окружностями вершин шестерни 1 и колеса 2.

При указанном на рисунке направлении вращения шестерни контакт зубьев начнется в точке А с зацеплением точки  $p_1$  на ножке шестерни и точки  $a_2$  на головке колеса. Закончится зацепление в точке В контактом точек  $a_1$  и  $p_2$ . Дуги эвольвент  $a_1p_1$  и  $a_2p_2$  есть активные участки профилей зубьев. На размерных линиях диаметров зубьев необходимо указывать числовые значения с точностью не менее 5 значащих цифр, например,  $\varnothing 90,211(d_{b_1})$  или  $\varnothing 190,462(d_{a_2})$ . На основании результатов расчетов удельных скольжений  $u_{a1}, u_{a2}, u_{p1}, u_{p2}$  в точках  $a_1, p_1, a_2, p_2$  строят график удельных скольжений. Для удовлетворительной работы передачи удельное скольжение на ножке зуба не должно превышать

$$g_{\max} = 3 \dots 6 \quad \text{при } V_{\text{окр}} = 1 \dots 20 \text{ м/с},$$

$$g = 1 \dots 5 \quad \text{при } V_{\text{окр}} > 20 \text{ м/с},$$

$$\text{где } V_{\text{окр}} = 0,5 \cdot \omega \cdot d.$$

The diagram shows a table with three columns and several rows. The table is placed on a grid with dimensions: 110 mm width, 70 mm height, and 20 mm spacing between columns. The table is divided into three parts: 1. Main data, 2. Control data, and 3. Reference data. The table contains the following data:

Зубчатый венец	-	1	2
Модуль	<i>m</i>	8	8
Число зубьев	<i>z</i>	12	21
Исходный контур ГОСТ 13755-81	<i>h<sub>a</sub></i>	1,0	1,0
	<i>c</i>	0,25	0,25
	<i>W</i>	40,031	64,655
Длина общей нормали	<i>x</i>	0,596	0,596
Коэффициент смещения			

Рис. 5.9 Таблица основных параметров зацепления

Согласно ГОСТ 2.403 – 75 в правом верхнем углу листа (чертежа зацепления) должна располагаться таблица с основными параметрами зацепления, состоящая из трех частей, отделенных одна от другой сплошными основными линиями: 1 часть – основные данные, 2 часть – данные для контроля, 3 часть – справочные данные (рис. 5.9).

## 6. Проектирование сателлитных передач

### 6.1. Общие сведения

Сателлитные зубчатые передачи, обладающие существенными преимуществами перед простыми, получили широкое распространение в космической, авиационной, автомобильной и приборостроительной отраслях промышленности.

Основное преимущество – возможность получить весьма большое передаточное отношение при малых габаритах и весе передачи. В авиации, например, применяли планетарный механизм к винту переменного шага с передаточным отношением  $i = 22446$ .

Кроме этого, сателлитные передачи отличаются высокой надежностью, малыми потерями на трение и лучшими, чем в простых передачах, виброакустическими свойствами. В сателлитных передачах, выполняемых всегда по соосной схеме, центральный вал разгружен от изгиба, зубчатые колеса имеют лучшее распределение нагрузки по ширине зуба.

К недостаткам таких передач следует отнести некоторую конструктивную сложность, трудность сборки передачи, сложность подбора чисел зубьев, обеспечивающих выполнение заданных условий, большие потери на трения в некоторых типах передач.

## 6.2. Классификация сателлитных передач

Сателлитными называются зубчатые передачи, имеющие звенья, геометрические оси которых перемещаются в пространстве.

Звено, на котором установлены зубчатые колеса с подвижными в пространстве осями, называется водилом и обозначается буквой Н (рис. 6.1).

Звено, состоящее из одного или нескольких зубчатых колес с подвижными в пространстве осями и совершающее сложное движение, называется сателлитом.

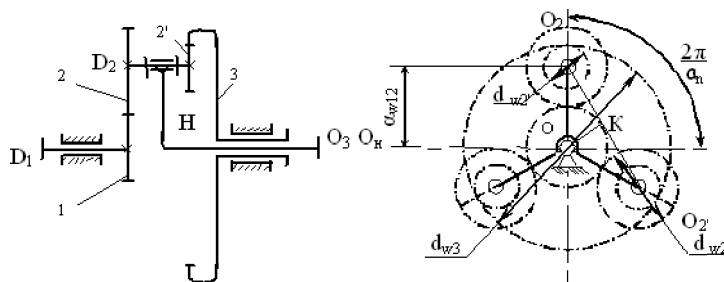


Рис. 6.1. Схема дифференциальной двухрядной передачи с цилиндрическими колесами

Неподвижная ось, вокруг которой вращается водило Н, называется основной осью. Зубчатые колеса 1 и 3, сцепляющиеся с сателлитами, оси которых совпадают с основной осью, называются центральными колесами.

Сателлитные передачи делятся на дифференциальные, планетарные, замкнутые дифференциальные и волновые.

Дифференциальной называется сателлитная передача, обладающая двумя или более степенями свободы и все зубчатые колеса которой подвижны (рис. 6.1.) В дифференциальных передачах применяются как цилиндрические, так и конические колеса (рис. 6.2).



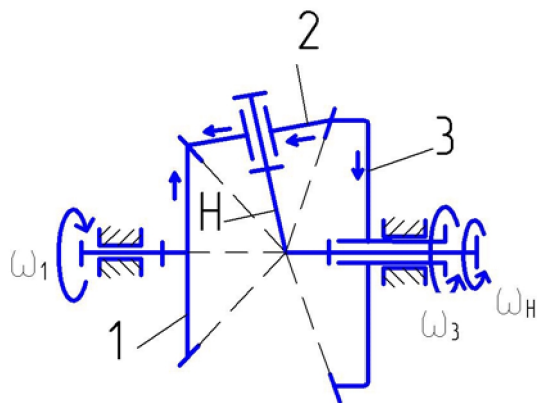


Рис. 6.2. Схема дифференциальной передачи с коническими колесами

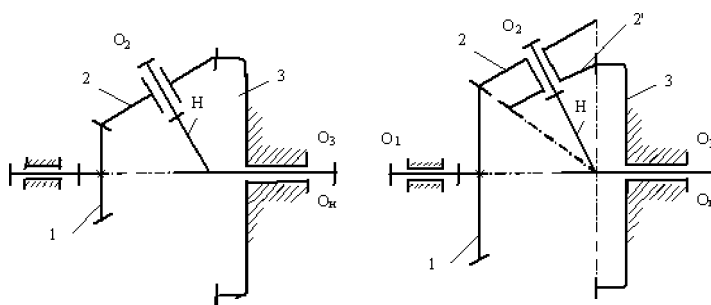


Рис. 6.3. Схемы планетарных передач с коническими колесами

Планетарная передача имеет одну степень подвижности и одно из центральных колес неподвижно (табл. 5.1, рис. 6.3).

Планетарная передача может иметь два или три центральных колеса. При наличии трех центральных колес планетарная передача относится к типу ЗК (рис. 6.4).

Дифференциальные передачи с тремя центральными колесами применяются весьма редко.

Замкнутые дифференциальные передачи получили широкое распространение в авиационном редукторостроении, например, в редукторе ТВВДД-27. Наиболее распространенными являются трехступенчатые замкнутые пере-

чи, в которых одна ступень дифференциальная (рис.6.5). Два из трех основных звеньев дифференциальной ступени соединены между собой с помощью дополнительной простой зубчатой передачи.

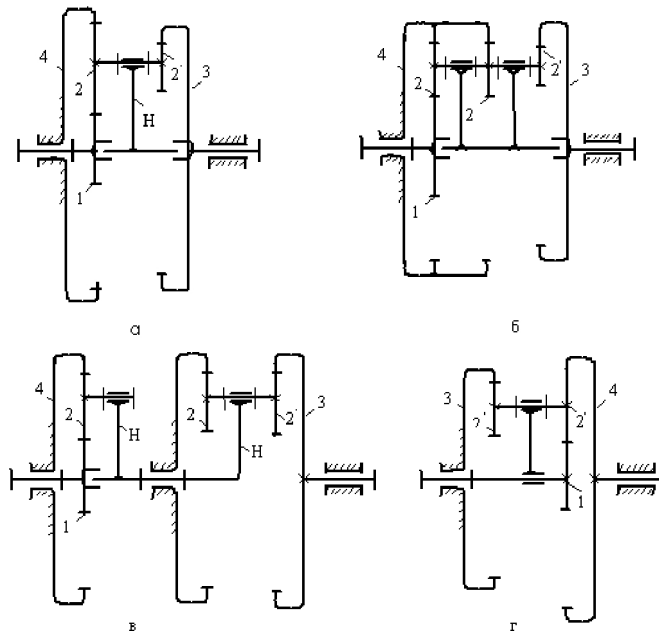


Рис. 6.4. Схемы передач типа 3К

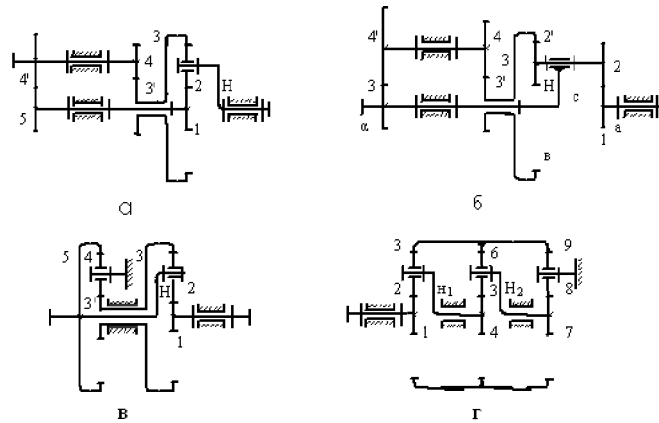


Рис 6.5. Схемы замкнутых передач

Относительно недавно в авиационной и космической отрасли получили распространение волновые зубчатые передачи [11]. В отличие от планетарных или дифференциальных передач волновые имеют гибкое колесо F, которое может деформироваться.

Устройство, вызывающее деформацию, называется генератором H (рис 6.6). Принцип действия волновых передач основан на преобразовании движения за счет перемещения волны деформации гибкого колеса. Жесткое колесо обозначается С.

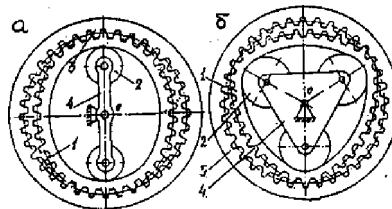


Рис.6.6. Схемы одноступенчатых волновых передач: а) двухволновая с роликовым генератором; б) трехволновая с роликовым генератором

К основным достоинствам волновой передачи можно отнести:

1. Малые массы и габаритные размеры при большой нагрузочной способности. Это связано с тем, что одновременно в зацеплении находится 20–40 % общего числа зубьев, а нагрузки на валы и опоры невелики.
2. Высокая кинематическая точность, которая обеспечивается многопарностью зацепления и наличием нескольких зон контакта зубьев.
3. Большое передаточное отношение одной ступени ( $i = 80 \dots 300$ ).
4. Возможность передачи движения из герметизированного пространства.
5. Достаточно высокий КПД ( $\eta = 0,8 \dots 0,9$ ) при работе передачи в качестве редуктора.
6. Возможность использования не только в качестве редуктора или мультипликатора, но и в качестве дифференциала.

К недостаткам волновых передач можно отнести: сложность изготовления гибкого колеса и генератора волн, большое значение минимального передаточного отношения.

Различают волновые передачи двухволновые, в которых зоны зацепления создаются генератором с двумя роликами (рис. 6.6, а) или дисковым генератором (рис. 6.7, б), либо кулачковым генератором (рис. 6.7 а).

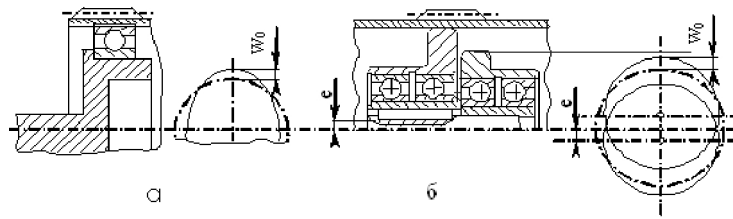


Рис. 6.7. Схемы генераторов: а – кулачкового; б – дискового

В трехволновой передаче зоны зацепления создаются генератором с тремя роликами (рис. 6.6 б).

Кроме того, волновые передачи бывают с одним (рис. 6.8 а,б), двумя (рис. 6.8 в) или тремя жесткими колесами, а также применяются замкнутые волновые передачи.

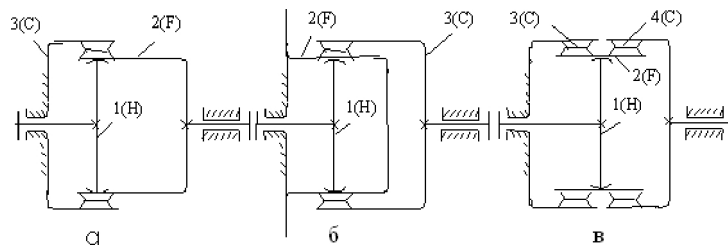


Рис. 6.8. Кинематические схемы волновых передач

### 6.3. Кинематика сателлитных передач

Для определения угловых скоростей или частоты вращения зубчатых колёс, а также передаточного отношения сателлитной передачи применяется метод обращения движения (метод Виллиса), который заключается в следующем: всем звеньям механизма условно сообщается дополнительная угловая скорость, обратная и численно равная угловой скорости водила  $H$  ( $-\omega_H$ ).

Тогда водило становится условно неподвижным, а сателлитная передача превратится в соосный простой механизм с неподвижными в пространстве осями вращения зубчатых колёс, называемый обращённым механизмом (рис. 6.9 б).

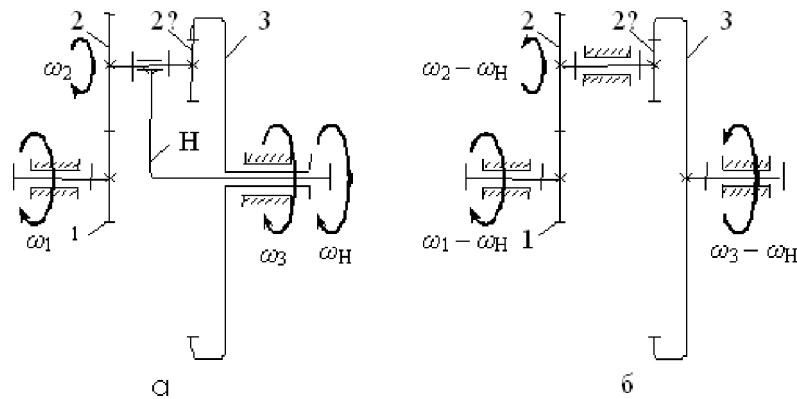


Рис. 6.9. Схемы передач

а – дифференциальной двухрядной; б – обращенного механизма

### 6.3.1. Кинематика дифференциальной передачи

Рассмотрим применение метода Виллиса на примере двухрядной дифференциальной передачи (рис. 6.9, а).

Пусть  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  и  $\omega_H$  – угловые скорости звеньев, а  $z_1, z_2, z_2'$  и  $z_3$  – числа зубьев рассматриваемой передачи. После применения метода Виллиса звеня обращённого механизма (рис. 6.9. б) будут иметь следующие угловые скорости (табл. 6.1).

Тогда передаточное отношение будет равно:

$$u_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = \frac{z_1 - z_H}{z_3 - z_H}. \quad (6.1)$$

Таблица 6.1

Угловые скорости звеньев

Звенья механизма	Действительные угловые скорости звеньев	Угловые скорости звеньев обращённого механизма
1	$\omega_1$	$\omega_1 - \omega_H$

2	$\omega_2$	$\omega_2 - \omega_H$
3	$\omega_3$	$\omega_3 - \omega_H$
H	$\omega_H$	$\omega_H - \omega_H = 0$

Зависимость (6.1) называется уравнением Виллиса для дифференциальной передачи.

С другой стороны обращенный механизм представляет собой двухступенчатую простую передачу, для которой

$$u_{13}^{(H)} = u_{12}^{(H)} u_{23}^{(H)} = -\frac{Z_2 Z_3}{Z_1 Z_2'} \quad (6.2)$$

Следовательно,

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -\frac{Z_2 Z_3}{Z_1 Z_2'}$$

Определим степень подвижности дифференциального механизма, представленного на рис. 6.9, а

$$W = 3n - 2p_5 - p_4, \text{ где } n = 4; p_5 = 4; p_4 = 2.$$

$$\text{Тогда } W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 2 = 2.$$

В данном механизме должно быть два входных звена. Задаваясь двумя угловыми скоростями и зная числа зубьев передачи, можно определить угловую скорость выходного звена. Угловую скорость сателлита 2 можно определить по формуле:

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H} = u_{12}^{(H)} = \pm \frac{Z_2}{Z_1} \quad (6.3)$$

**Пример.** Определить частоту вращения водила  $n_H$  механизма (рис. 6.9, а), если известны  $\omega_1 = 157$  1/с,  $\omega_3 = -78,5$  1/с (вращение колеса 3 противоположно вращению колеса 1),  $z_1=30$ ;  $z_2=60$ ;  $Z_2'=20$ ;  $z_3=110$ .

Решение:

1. Определим по формуле (6.2) передаточное отношение  $u_{13}^{(H)}$  обращенного механизма

$$u_{13}^{(H)} = -\frac{Z_2 Z_3}{Z_1 Z_2'} = -\frac{60 \cdot 110}{30 \cdot 20} = -11.$$

2. Решаем уравнение (6.1) относительно  $\omega_H$  :

$$\omega_H = \frac{\omega_1 - u_{13}^{(H)} \omega_3}{1 - u_{13}^{(H)}} = \frac{157 - (-11) \cdot (-78,5)}{1 - (-11)} = \frac{157 - 863,5}{12} = -58,9 \text{ 1/с.}$$

3. Определяем частоту вращения водила  $n_H$

$$n_H = \frac{30\omega_H}{\pi} = \frac{30 \cdot (-58,9)}{3,14159} = -562,5 \text{ об/мин.}$$

Знак “минус” указывает, что вращение водила также противоположно вращению звена 1.

Для дифференциальных передач с несколькими степенями свободы удобно пользоваться формулами, полученными в результате дифференцирования зависимости угла поворота выходного элемента от углов поворота входных звеньев [9].

Рассмотрим, например, дифференциальную передачу, показанную на рис. 6.10.

Степень свободы такой передачи равна

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 7 - 4 = 3.$$

Следовательно, передача должна иметь три входных звена. Предположим, что входными являются 1, 3 и 6 звенья. Тогда угол поворота водила  $H_2$  является функцией углов поворота колес 4 и 6. Но угол поворота колеса 4 в свою очередь, зависит от углов поворота колес 1 и 3.

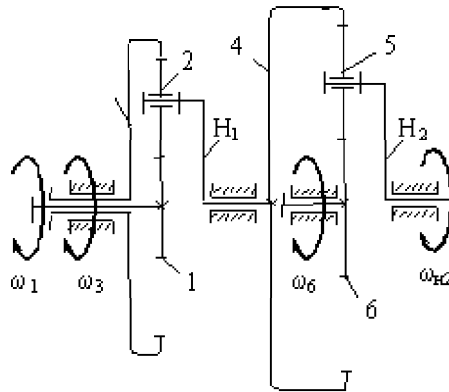


Рис. 6.10. Схема дифференциальной передачи с тремя степенями свободы

Таким образом:

$$\varphi_{H_2} = f(\varphi_4, \varphi_6), \quad (6.4)$$

$$\varphi_4 = f(\varphi_2, \varphi_3), \quad (6.5)$$

$$\varphi_{H_2} = f(\varphi_1, \varphi_3, \varphi_6). \quad (6.6)$$

Дифференцируя (6.6) по времени, получим:

$$\omega_{H_2} = \frac{\partial f}{\partial \varphi_1} \omega_1 + \frac{\partial f}{\partial \varphi_3} \omega_3 + \frac{\partial f}{\partial \varphi_6} \omega_6. \quad (6.7)$$

Рассмотрим частные случаи, когда два из трёх входных звеньев остановлены:

при  $\omega_3 = \omega_6 = 0$

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi_1} = \frac{\omega_{H_2}}{\omega_1} = \mathbf{u}_{H_2 1}^{(3,6)} = \mathbf{u}_{H_2 4}^{(6)} \mathbf{u}_{H_1 1}^{(3)}, \quad (6.8)$$

при  $\omega_1 = \omega_6 = 0$

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi_3} = \frac{\omega_{H_2}}{\omega_3} = \mathbf{u}_{H_2 3}^{(1,6)} = \mathbf{u}_{H_2 4}^{(6)} \mathbf{u}_{H_1 3}^{(1)}, \quad (6.9)$$

при  $\omega_1 = \omega_3 = 0$

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi_6} = \frac{\omega_{H_2}}{\omega_6} = \mathbf{u}_{H_2 6}^{(1,3)} = \mathbf{u}_{H_2 6}^{(4)}. \quad (6.10)$$

Подставляя значения частных производных в уравнение (6.7), получим:

$$\omega_{H_2} = \mathbf{u}_{H_2 1}^{(3,6)} \omega_1 + \mathbf{u}_{H_2 3}^{(1,6)} \omega_3 + \mathbf{u}_{H_2 6}^{(1,3)} \omega_6. \quad (6.11)$$

Последовательное соединение дифференциальных механизмов обладает свойством, при котором сумма коэффициентов при угловых скоростях входных звеньев равна единице, т.е.

$$\mathbf{u}_{H_2 1}^{(3,6)} + \mathbf{u}_{H_2 3}^{(1,6)} + \mathbf{u}_{H_2 6}^{(1,3)} = 1. \quad (6.12)$$

Аналогично можно получить зависимость частот вращения звеньев дифференциального механизма, степень подвижности которого  $W = 2$  (рис 6.1)

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{n}_H &= \mathbf{u}_{H1}^{(3)} \mathbf{n}_1 + \mathbf{u}_{H3}^{(1)} \mathbf{n}_3, \\ \mathbf{n}_1 &= \mathbf{u}_{13}^{(H)} \mathbf{n}_3 + \mathbf{u}_{1H}^{(3)} \mathbf{n}_H, \\ \mathbf{n}_3 &= \mathbf{u}_{31}^{(H)} \mathbf{n}_1 + \mathbf{u}_{3H}^{(1)} \mathbf{n}_H. \end{aligned} \right\} \quad (6.13)$$



Причем

$$\left. \begin{aligned} u_{H1}^{(3)} + u_{H3}^{(1)} &= 1, \\ u_{13}^{(H)} + u_{1H}^{(3)} &= 1, \\ u_{31}^{(H)} + u_{3H}^{(1)} &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (6.14)$$

### 6.3.2. Кинематика планетарной передачи

В планетарных передачах одно из центральных колёс неподвижно, а степень подвижности равна единице. Если, например, в дифференциальной передаче, показанной на рис. 6.1, закрепить колесо 3, т.е.  $\omega_3 = 0$ , то уравнение (6.1) приводится к формуле Виллиса для планетарных передач

$$u_{1H}^{(3)} = 1 - u_{13}^{(H)}, \quad (6.15)$$

или в общем виде

$$u_{cH}^{(b)} = 1 - u_{cb}^{(H)}. \quad (6.16)$$

Эта формула справедлива для любой схемы планетарной передачи. Таким образом, передаточное отношение от любого колеса С передачи к водилу Н равно единице минус передаточное отношение этого же колеса С к неподвижному колесу в при остановленном водиле.

Рассмотрим применение формулы Виллиса к различным схемам планетарных передач, показанных в таблице 5.1.

Для схем I и II имеем

$$u_{1H}^{(3)} = 1 + \frac{Z_3}{Z_1}. \quad (6.17)$$

Для схемы III имеем

$$u_{1H}^{(3)} = 1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 Z_{2'}}. \quad (6.18)$$

Для схем IV и V имеем

$$u_{1H}^{(3)} = 1 - \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 Z_{2'}}. \quad (6.19)$$

Передаточное отношение от центрального колеса 1 к сателлиту 2 можно определить по формуле

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{1 - u_{13}^{(H)}}{1 - u_{23}^{(H)}}. \quad (6.20)$$

Зная связь  $u_{1H}^{(3)}$  с числами зубьев передачи, можно установить аналогичную связь при другом входном звене по следующим отношениям:

$$u_{H1}^{(3)} = \frac{1}{u_{1H}^{(3)}}; u_{3H}^{(1)} = \frac{u_{1H}^{(3)}}{u_{1H}^{(3)} - 1}; u_{H3}^{(1)} = \frac{1}{u_{3H}^{(1)}} = \frac{u_{1H}^{(3)} - 1}{u_{3H}^{(1)}}; u_{31}^{(H)} = \frac{1}{1 - u_{1H}^{(3)}}. \quad (6.21)$$

**Пример 1.** Определить передаточное отношение  $u_{1H}^{(3)}$  планетарной передачи по схеме III (табл.5.1), если  $z_1 = z_{2'} = 20$ ;  $z_2 = 60$ ;  $z_3 = 100$ .

Решение:

$$u_{1H}^{(3)} = 1 - u_{13}^{(H)} = 1 - u_{12}^{(H)} u_{23}^{(H)} = 1 - \left( -\frac{z_2}{z_1} \right) \frac{z_3}{z_{2'}} = 1 + \frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} = 1 + \frac{60 \cdot 100}{20 \cdot 20} = 15.$$

**Пример 2.** Определить передаточное отношение  $u_{H1}^{(3)}$  планетарной передачи по схеме IV (табл.5.1), если  $z_1 = 100$ ,  $z_2 = 99$ ;  $z_{2'} = 100$ ;  $z_3 = 101$ .

Решение:

Сначала определяем передаточное отношение  $u_{1H}^{(3)}$  по формуле Виллиса (6.15)

$$u_{1H}^{(3)} = 1 - u_{13}^{(H)} = 1 - u_{12}^{(H)} u_{23}^{(H)} = 1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} = 1 - \frac{99 \cdot 101}{100 \cdot 100} = \frac{1}{10000};$$

$$\text{Тогда } u_{H1}^{(3)} = \frac{1}{u_{1H}^{(3)}} = 10000.$$

**Пример 3.** Определить передаточное отношение  $u_{15}$  сложного зубчатого механизма (рис. 6.11), если числа зубьев  $z_1 = 18$ ,  $z_2 = 54$ ;  $z_3 = 98$ ,  $z_4 = 100$ ;  $z_{4'} = 99$ ;  $z_5 = 99$ .

Решение:

Данный механизм представляет собой двухступенчатую передачу, у которой ступень 1 – 2 является простой, а ступень H – 5 планетарной двухрядной с внешним зацеплением.

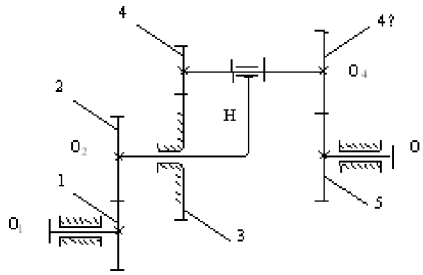


Рис. 6.11. Схема сложного зубчатого механизма

Следовательно,  $u_{15} = u_{12} u_{H5}^{(3)}$ , где  $u_{12} = -\frac{z_2}{z_1}$ ,  $u_{H5}^{(3)} = \frac{1}{u_{5H}^{(3)}} = \frac{1}{1 - u_{53}^{(H)}}$ ;

Тогда

$$u_{15} = -\frac{z_2}{z_1} \frac{1}{1 - \frac{z_4 z_3}{z_5 z_4}} = -\frac{54}{18} \cdot \frac{1}{1 - \frac{99 \cdot 98}{99 \cdot 100}} = -150.$$

Так как  $|u_{15}| > 1$ , то данная передача является редуктором, а знак минус указывает на противоположное направление вращения зубчатых колёс 1 и 5.

### 6.3.3. Кинематика планетарной передачи типа ЗК

Для передачи типа ЗК (рис. 6.4, с) составляются два выражения уравнения Виллиса

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = u_{14}^{(H)}, \quad \text{и} \quad \frac{\omega_3 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = u_{34}^{(H)},$$

откуда исключением  $\omega_H$  определяется передаточное отношение механизма при неподвижном центральном колесе 4.

$$u_{13}^{(4)} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{u_{1H}^{(4)}}{u_{3H}^{(4)}} = \frac{1 - u_{14}^{(4)}}{1 - u_{34}^{(4)}} = \frac{1 + \frac{z_4}{z_1}}{1 - \frac{z_2 z_4}{z_2 z_3}}. \quad (6.22)$$

**Пример.** Определить передаточное отношение планетарной передачи ЗК (рис. 6.4, а), если  $z_1 = 18$ ;  $z_2 = 36$ ;  $z_2' = 33$ ;  $z_3 = 87$ ,  $z_4 = 90$ .

Решение:

Передаточное отношение передачи  $u_{13}^{(4)}$  при неподвижном колесе 4 определяется по формуле (6.22)

$$u_{13}^{(4)} = \frac{1 - u_{14}^{(4)}}{1 - u_{34}^{(4)}} = \frac{1 + \frac{z_4}{z_1}}{1 - \frac{z_2' z_4}{z_2 z_3}} = \frac{1 + \frac{90}{18}}{1 - \frac{33 \cdot 90}{36 \cdot 87}} = \frac{6}{1 - \frac{55}{58}} = 116.$$

Следовательно, передача является редуктором, в котором направление вращения зубчатых колёс 1 и 3 совпадают.

### 6.3.4. Кинематика замкнутых дифференциальных передач

Для замкнутых дифференциальных передач (рис. 6.5, в) необходимо дополнительно к уравнению Виллиса (6.1) составить уравнение связи между угловыми скоростями замыкаемых звеньев [5], [12]:

$$\frac{\omega_3}{\omega_H} = \frac{\omega_{3'}}{\omega_5} = u_{3'5} = \frac{z_4 z_5}{z_3' z_4'} \quad (6.23)$$

Решив его совместно с (6.1), получим

$$u_{1H} = u_{15} = 1 - u_{13}^{(H)} + u_{13}^{(H)} u_{3'5}, \quad (6.24)$$

или в сокращённой записи

$$u_{15} = u_{15}^{(3)} + u_{15}^{(H)}, \quad \text{где}$$

$$u_{15}^{(3)} = 1 - u_{13}^{(H)}; u_{15}^{(H)} = u_{13}^{(H)} u_{3'5}. \quad (6.25)$$

В общем случае

$$u_{ad} = u_{ad}^{(b)} + u_{ad}^{(H)}, \quad (6.26)$$

где а, б и Н – центральные звенья дифференциальной ступени, а – входное звено, не связанное со звеном замыкания; d – выходное звено (может совпадать со звеном б или Н дифференциальной ступени).

Таким образом, передаточное отношение замкнутой дифференциальной передачи от звена  $c$ , не входящего в дополнительную связь со звеном замыкания, равно сумме двух передаточных отношений, каждое из которых определяется в предположении, что одно из центральных звеньев дифференциальной ступени условно остановлено, а мешающие вращению связи удалены.

Для передачи, изображенной на рис. 6.5 в

$$u_{cd}^{(b)} = u_{15}^{(3)} = 1 - u_{13}^{(H)} = 1 + \frac{z_3}{z_1},$$

$$u_{cd}^{(H)} = u_{15}^{(H)} = u_{13}^{(H)} u_{3'5}^{(H)} = \left( -\frac{z_3}{z_1} \right) \left( -\frac{z_5}{z_{3'}} \right) = \frac{z_3 z_5}{z_1 z_{3'}}.$$

Следовательно,

$$u_{15} = u_{15}^{(3)} + u_{15}^{(H)} = 1 + \frac{z_3}{z_1} + \frac{z_3 z_5}{z_1 z_{3'}}. \quad (6.27)$$

При входном звене  $d$ , связанном со звеном замыкания или являющимся звеном замыкания, справедлива обратная формула

$$\frac{1}{u_{da}} = \frac{1}{u_{da}^{(b)}} + \frac{1}{u_{da}^{(H)}}. \quad (6.28)$$

Если в замкнутом дифференциальном механизме имеется несколько контуров замыкания, то число слагаемых в формуле (6.25) всегда на единицу больше числа контуров.

**Пример.** Определить передаточное отношение  $u_{16}$  редуктора двигателя вертолёта МИ – 6 (рис. 6.12), если  $z_1 = 31$ ,  $z_2 = 68$ ;  $z_{2'} = 31$ ;  $z_3 = 29$ ,  $z_4 = 89$ ;  $z_{4'} = 48$ ;  $z_5 = 29$ ;  $z_6 = 106$ .

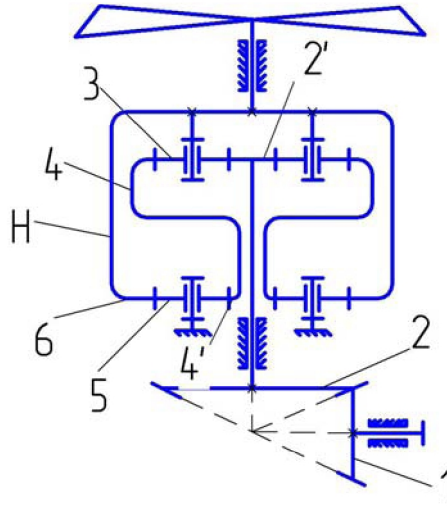


Рис. 6.12. Схема редуктора двигателя вертолёта МИ – 6

Решение. Редуктор представляет собой сложный зубчатый механизм, состоящий из простой конической передачи 1 – 2 и замкнутой дифференциальной передачи 2' – Н(6). Следовательно,  $u_{1H} = u_{16} = u_{12}u_{2'6}$ . Передаточное отношение простой конической передачи равно  $u_{12} = \frac{z_2}{z_1}$ . Передаточное отношение замкнутой дифференциальной передачи определяется по формуле (6.26)

$$u_{2'6} = u_{2'6}^{(4)} + u_{2'6}^{(H)},$$

$$\text{где } u_{2'6}^{(4)} = 1 - u_{2'4}^{(H)} = 1 + \frac{z_4}{z_{2'}}, \quad u_{2'6}^{(H)} = u_{2'4}^{(H)} u_{4'6}^{(H)} = \left( -\frac{z_4}{z_{2'}} \right) \left( -\frac{z_6}{z_{4'}} \right) = \frac{z_4 z_6}{z_{2'} z_{4'}}.$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } u_{16} &= \frac{z_2}{z_1} \left( 1 + \frac{z_4}{z_{2'}} + \frac{z_4 z_6}{z_{2'} z_{4'}} \right) = \frac{68}{31} \left( 1 + \frac{89}{31} + \frac{89 \cdot 106}{31 \cdot 48} \right) = \\ &= 2,193 \cdot (1 + 2,871 + 6,339) = 2,193 \cdot 10,21 = 22,3895 \end{aligned}$$

### 6.3.5. Кинематика волновых передач

Передаточное отношение одноступенчатой волновой передачи с одним жестким колесом (рис. 6.8а) определяется так же, как и для планетарной передачи.

При остановленном жестком звене ( $\omega_c = 0$ ) получим

$$u_{FH}^{(C)} = 1 - u_{FC}^{(H)} = -\frac{z_C - z_F}{z_F}. \quad (6.29)$$

Знак минус перед выражением передаточного отношения означает, что генератор Н и вал гибкого колеса имеют различные направления вращения.

При остановленном гибком колесе ( $\omega_F = 0$ ) имеем

$$u_{HC}^{(F)} = \frac{1}{1 - u_{FC}^{(H)}} = \frac{z_C}{z_C - z_F}. \quad (6.30)$$

Из формулы следует, что генератор волн и жесткое колесо имеют одинаковые направления вращения.

Разность чисел зубьев  $z_C - z_F$  должна быть кратной числу волн К. Обычно принимают  $z_C - z_F = K$ . Тогда для двухволновой передачи ( $K=2$ ) передаточное отношение равно:

$$u_{FC}^{(C)} = -\frac{2}{z_F}; \quad u_{FH}^{(C)} = -\frac{z_F}{2} = -0,5 z_F; \quad (6.31)$$

$$u_{HC}^{(F)} = 0,5 z_C. \quad (6.32)$$

### 6.3.6. Планы линейных и угловых скоростей цилиндрических планетарных передач

Метод построения планов линейных и угловых скоростей предложил Л.П. Смирнов. В основу положена зависимость окружной скорости вращательного движения от радиуса вращения. При сложном движении сателлита радиус измеряется от мгновенного центра вращения.

Построение плана линейных и угловых скоростей рассмотрим на примере сложного зубчатого механизма, изображенного на рис. 6.13.

Порядок построения следующий:

1. Строят в масштабе  $\mu_\ell \left[ \frac{\text{М}}{\text{мм}} \right]$  кинематическую схему, откладывая  $\alpha_w$  и диаметры начальных окружностей  $d_{w1}, d_{w2}, d_{w2'}, d_{w3}, d_{w4}, d_{w5}$ .
2. На вертикаль  $\Pi - \Pi$  сносят центры вращения колёс  $O_{\Pi}$  и полюсы  $P$ .
3. В масштабе  $\mu_v$  из полюса  $P_{12}$  откладывают скорость точки  $A$  на начальной окружности колеса 1:  $V_A = \omega_1 \cdot 0,5d_{w1} = \overline{P_{12}A} \cdot \mu_v$ .

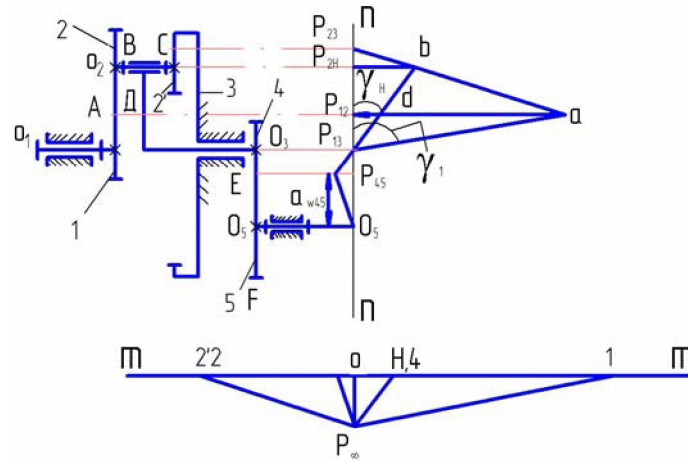


Рис. 6.13. Планы линейных и угловых скоростей сложного планетарного редуктора

4. Так как в полюсе  $P_{23}$  скорость равна нулю (колесо 3 неподвижно), линия  $\overline{P_{23}A}$  есть картина скоростей сателлита 2.
5. Линия  $\overline{P_{2H}b}$  есть масштабное значение скорости сателлита и водила на оси  $O_2$ , а линия  $\overline{O_{13}b}$  есть картина распределения скоростей на водиле  $H$  и на колесе 4.
6. На рис. 6.13 из треугольника  $O_{13}P_{12}a$  определяется тангенс угла  $\gamma_1$

$$\operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{\overline{P_{12}a}}{\overline{O_{13}P_{12}}} = \frac{\omega_1 0,5d_{w1} \mu_{\xi \square}}{\mu_v 0,5d_{w1}} = \frac{\omega_1 \mu_{\xi \square}}{\mu_v}. \quad (6.33)$$



Следовательно,  $\operatorname{tg}\gamma_1$  пропорционален угловой скорости звена.

Тогда, если на вертикали  $p - p$  отложить полюсное расстояние  $h = OP_\omega$  и от точки  $P_\omega$  провести лучи, параллельные соответствующим лучам картины линейных скоростей, то получится с учётом выражения (6.32), что отрезок  $\overline{OI}$  на горизонтали  $m - m$  будет равен

$$\overline{OI} = h \cdot \operatorname{tg}\gamma_1 = \frac{h\mu_1}{\mu_v} \omega_1 = \frac{\omega_1}{\mu_\omega}.$$

Отсюда масштаб угловых скоростей

$$\mu_\omega = \frac{\mu_v}{\mu_1 h}. \quad (6.34)$$

Следовательно, чтобы определить угловую скорость любого звена, надо соответствующий отрезок на картине угловых скоростей умножить на масштаб  $\mu_\omega$ . Так, относительная угловая скорость сателлита относительно водила

$$\omega_2^{(H)} = \omega_2 - \omega_H = 2\overline{H}\mu_\omega.$$

Передаточное отношение редуктора можно определить из соотношения

$$u_{1H}^{(3)} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{\overline{OI}}{\overline{OH}}.$$

#### 6.4. Конструктивные особенности сателлитных передач

При кинематическом синтезе сателлитных передач, заключающемся в подборе чисел зубьев зубчатых колёс принятой схемы по заданному передачному отношению, приходится учитывать некоторые конструктивные особенности. К ним относятся условия соосности, соседства, сборки и отсутствия заклинивания.

Рассмотрим эти особенности.

##### 6.4.1. Условие соосности

Все сателлитные передачи выполняются по сосной схеме, т.е. в такой передаче необходимо выдерживать равенство межосевых расстояний. Так, в планетарной двухрядной со смешанным зацеплением передаче (рис. 6.13)

межосевое расстояние между осями зубчатых колёс  $z_1$  и  $z_2$  должно равняться межосевому расстоянию колёс  $z_2'$  и  $z_3$

$$a_{w12} = a_{w2'3},$$

или

$$\frac{m_{12}}{2} (z_1 + z_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{w12}} = \frac{m_{2'3}}{2} (z_3 - z_2') \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{w2'3}}. \quad (6.35)$$

В большинстве случаев в сателлитных передачах  $\alpha = \alpha_w$ .

Обозначим  $\frac{m_{12}}{m_{2'3}} = \lambda$ .

Тогда

$$\lambda(z_1 + z_2) = z_3 - z_2'. \quad (6.36)$$

Для любой сателлитной передачи условие соосности записывается:

$$\lambda(z_1 \pm z_2) = z_3 \pm z_2', \quad (6.37)$$

где знак минус соответствует внутреннему зацеплению.

В однорядной передаче по схеме I (табл. 5.1) модули зубчатых колёс одинаковые, т.е.  $\lambda = 1$ . Поэтому

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_2', \quad (6.38)$$

или

$$z_1 + 2z_2 = z_3.$$

Для передач типа ЗК (рис.6.4) должно быть выдержано двойное равенство

$$\lambda(z_1 + z_2) = \lambda(z_4 - z_2) = z_3 - z_2'. \quad (6.39)$$

Для замкнутых дифференциальных передач (рис. 6.5) необходимо выдержать два равенства

$$\lambda_1(z_1 + z_2) = z_3 - z_2', \lambda_2(z_3 + z_4) = z_4' + z_5, \quad (6.40)$$

где  $\lambda_1 = \frac{m_{12}}{m_{2'3}}$  и  $\lambda_2 = \frac{m_{3'4}}{m_{4'5}}$ .

В силовых двухрядных передачах и передачах ЗК из расчёта на прочность модуль одной ступени получается неравным модулю другой. Обычно  $m_{2'3} > m_{12}$ .

В приборах все колёса часто имеют один и тот же модуль, т.е.  $m_{12} = m_{23}$ .

#### 6.4.2. Условие соседства

Для уменьшения диаметральных размеров при проектировании сателлитных передач стремятся увеличить число сателлитов. Чаще всего число сателлитов выбирается от 3 до 8. Однако количество их в передаче обусловлено двумя ограничениями, рассмотренными впервые В.В. Добровольским [5]: условием соседства и условием сборки.

Условие соседства заключается в том, чтобы сателлиты при своём вращении не задевали друг друга (рис. 6.1).

Обозначим:

$k = \frac{z_2}{z_{2'}}$  – отношение чисел зубьев двухвенцового сателлита;

$a_n$  – число сателлитов передачи;  $\lambda = \frac{m_{12}}{m_{2'3}}$ .

Учитывая, что

$$m_{12}z_2 = d_2, \text{ а } m_{2'3}z_{2'} = d_{2'}, \text{ то } \frac{d_2}{d_{2'}} = \frac{m_{12}z_2}{m_{2'3}z_{2'}} = \lambda k. \quad (6.41)$$

Расстояние между осями двух соседних сателлитов должно быть больше суммы двух радиусов окружностей вершин сателлитов, т.е.  $O_2O'_2 > 2r_{a2}$ , если  $\lambda k > 1$  и  $O_2O'_2 > 2r_{a2'}$ , если  $\lambda k < 1$ .

Угол  $O_2OO'_2$  равен  $\frac{2\pi}{a_n}$ , т.к. сателлиты равномерно распределены в пределах угла  $2\pi$ .

Опустим из центра  $O$  на линию  $O_2O'_2$  перпендикуляр  $OK$ . Тогда для прямоугольного треугольника  $OKO_2$  после соответствующих перестановок получим

$$O_2K = \frac{O_2O'_2}{2} = \frac{m_{12}}{2}(z_1 + z_2)\sin\frac{\pi}{a_n}.$$

Для нулевых колёс, нарезанных без смещения инструмента,

$$d_{a2} = m_{12}(z_2 + 2h_a^*) \text{ и } d_{a2'} = m_{2'3}(z_{2'} + 2h_a^*)$$

Поэтому условия соседства запишутся следующим образом (при  $h_a^* = 1$ ):

$$\lambda_1(z_1 + z_2)\sin\frac{\pi}{\alpha_n} > z_{2'} + 2 \text{ (при } \lambda k < 1),$$

$$(z_1 + z_2)\sin\frac{\pi}{\alpha_n} > z_2 + 2 \text{ (при } \lambda k > 1).$$

В общем случае для нулевых цилиндрических передач

$$\lambda_1(z_1 \pm z_2)\sin\frac{\pi}{\alpha_n} > z_{2'} + 2 \text{ (при } \lambda k < 1),$$

$$(z_1 \pm z_2)\sin\frac{\pi}{\alpha_n} > z_2 + 2 \text{ (при } \lambda k > 1), \quad (6.42)$$

где плюс при внешнем зацеплении, а минус – при внутреннем зацеплении.

### 6.4.3. Условие сборки

Условие сборки представляет собой уравнение, связывающее числа зубьев зубчатых колёс, число сателлитов и их взаимное расположение.

Рассмотрим планетарную однорядную передачу (рис. 6.14).

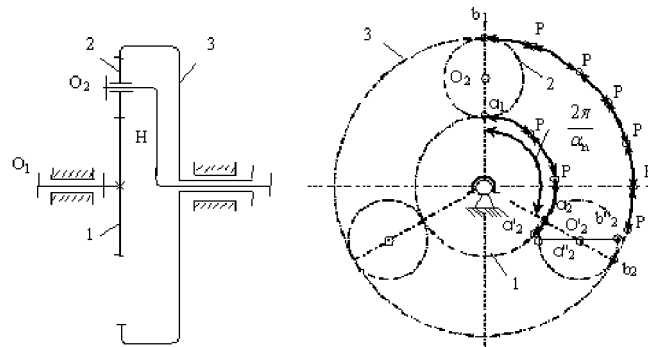


Рис. 6.14. К выводу условия сборки

Сателлит 2 с центром в  $O_2$  всегда можно ввести в зацепление с колёсами  $z_1$  и  $z_3$ . Однако при постановке следующих сателлитов зубья их могут не войти одновременно в зацепление с зубьями колёс  $z_1$  и  $z_3$ . Тогда поставить сателлиты будет невозможно. Рассмотрим условие, при котором зубья всех сателлитов могут войти в правильное зацепление с зубьями колёс  $z_1$  и  $z_3$ . Если от точек  $a_1$  и  $b_1$  диаметра  $d_2$  откладывать шаги  $p$  по начальным окружностям колёс  $z_1$  и  $z_3$ , то в общем случае на дуге  $a_1a_2$ , соответствующей углу  $\frac{2\pi}{\alpha_n}$ , уложится не целое число шагов  $p$ .

Чтобы уложить целое число шагов  $p$ , придётся добавить дугу  $a_2a'_2$ , равную некоторой доли шага  $\chi p$ , где  $\chi < 1$ . Точно также на начальной окружности колеса  $z_3$  останется дуга  $b_2b'_2 = \chi p$ . Так как все начальные окружности катятся одна по другой без скольжения, то  $\cup a_2a''_2 = \cup a_2a'_2 = \chi_1 p$  и  $\cup b_2b''_2 = \cup b_2b'_2 = \chi_2 p$ . Колесо  $z_2$  с центром в  $O'_2$  можно повернуть на угол  $\gamma$ , при этом точки  $a_2, b_2$  пройдут равные пути, и значит,  $u^{(H)} < 0$  и  $\chi_1 = \chi_2 = \chi$ .

На всей начальной окружности колеса 1 размещается  $Z$  шагов. На дуге  $a_2a_2$  поместится  $\frac{Z_1}{\alpha_n}$  шагов и в сумме с долей шага  $\chi$  должно получиться целое число шагов  $p$ . Отсюда следует, что

$$\frac{Z_1}{\alpha_n} + \chi = C_1,$$

где  $C_1$  – целое число. Аналогично находим для колеса 3 с числом зубьев  $z_3$

$$\frac{Z_3}{\alpha_n} + \chi = C_2,$$

где  $C_2$  – целое число. Складывая два последних равенства, получим условие сборки

$$\frac{z_1 + z_3}{a_n} = C, \quad (6.43)$$

где  $C$  – целое число.

Таким образом, сборка однорядной сателлитной передачи с  $u^{(H)} < 0$  будет возможной, если числа зубьев  $z_1$  и  $z_3$  будут кратными числу сателлитов

$a_n$ . Если учесть, что  $u_{1H}^{(3)} = 1 + \frac{z_3}{z_1}$ , то условие сборки можно написать в сле-

дующем виде:

$$\frac{z_1 u_{1H}^{(3)}}{a_n} = C. \quad (6.44)$$

Эта формула справедлива для любых схем планетарных передач с двумя центральными колёсами.

#### 6.4.4. Условие отсутствия заклинивания

При неправильном подборе чисел зубьев сателлитной передачи возможно возникновение интерференции или заклинивания зубьев. Профессор С.Н. Кожевников предложил формулу для наименьшего числа зубьев  $z_{1\min}$  шестерни, при котором ножка зуба будет свободна от внедрения головки зуба колеса, т.е. заклинивания не произойдёт

$$z_1 \geq z_{1\min} = \frac{2h_a^*}{(2 - u_{21}) \sin^2 \alpha_w}. \quad (6.45)$$

Для нормального зубчатого зацепления, у которого  $h_a^* = 1, \alpha_w = \alpha = 20^\circ$ , формула (6.45) приобретает вид:

$$z_1 \geq \frac{34,2}{2 - u_{21}} \quad \text{или} \quad z_{2'} \geq \frac{34,2}{2 - u_{32'}}. \quad (6.46)$$

Формулы (6.45) и (6.46) справедливы как для внешнего, так и для внутреннего зацепления.

При определении числа зубьев  $z_1$  шестерни передаточное отношение  $u_{21}$  положительно, если зацепление внутреннее, и отрицательно, если зацепление внешнее.

Так, для колёс с внутренними зубьями при  $\alpha = 20^\circ$  и  $h_a^* = 1$ , будем иметь  $z_{\min\text{вн}} \geq 85$ ; для сопряженных с ними колёс с внешними зубьями  $z_{\min\text{вн}} = 20$  или 18 зубьев, а для всей передачи разность чисел зубьев сопряженных колёс  $z_{\text{вн}} - z_{\text{вн}}$  должна быть не менее 8 при  $h_a^* = 1$ , [16].

## 6.5. Подбор чисел зубьев сателлитных передач

### 6.5.1. Методы подбора

Подбор чисел зубьев сателлитных передач остаётся весьма сложной комплексной задачей, так как конструктивные и технологические особенности этих передач накладывают на числа зубьев колёс ряд ограничений, таких как условие соосности, условие соседства, условие сборки и условие отсутствия заклинивания и т.п.

При проектировании сателлитной передачи известным обычно является передаточное отношение или величины угловых скоростей входных звеньев. Перед подбором чисел зубьев конструктору необходимо выбрать схему передачи и определить, хотя бы ориентировочно, КПД. Предлагаемый графоаналитический метод подбора чисел зубьев планетарных передач был предложен А.П. Савиновым в работе [14], в которой при совместном рассмотрении трёх условий: заданного передаточного числа  $u_{1H}^{(3)} = 1 \pm \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'}$ , условия соосности  $\lambda_1(z_1 \pm z_2) = z_3 \pm z_2'$  и условия заклинивания  $z_2' \geq \frac{34,2}{2 - u_{32'}}$  исследованы зависимости чисел зубьев колёс от передаточного числа  $u_{1H}$ , отношения модулей зацеплений  $\lambda = \frac{m_{12}}{m_{2'3}}$  и конструктивного параметра  $k = \frac{z_2}{z_2'}$ .

На основании этих исследований получены формулы для подбора чисел зубьев и построены графики, показанные на рис. 6.15, 6.16, 6.17, 6.18.

Для стандартных значений модуля величина  $\lambda$  может быть выбрана из ряда (табл. 6.2)

## Отношение модулей

$\lambda = \frac{m_{12}}{m_{23}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{13}{20}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{17}{20}$
	$\frac{9}{10}$	1,00	$\frac{11}{10}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{13}{10}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{3}{2}$

Известно, что модуль определяется из расчёта на прочность. Так как момент сил, действующий на центральное колесо 3, обычно больше момента, действующего на ведущую шестерню 1, то модуль  $m_{23}$  должен быть больше модуля  $m_{12}$ , т.е.  $\lambda < 1$ .

Подбор чисел зубьев для схем I...V планетарных передач (табл. 5.1) производится в следующем порядке:

1. По заданному передаточному числу  $u_{1H}^{(3)}$  и выбранному или заданному  $\lambda$  по соответствующему схеме графику (рис. 6.15, 6.16, 6.17, 6.18) определяется величина конструктивного параметра  $k$ . Рекомендуется принимать значения  $k$  в простых дробях и несколько больше значения, соответствующего точке пересечения  $\lambda$  и  $u_{1H}^{(3)}$ .

2. По формулам подбора чисел зубьев для соответствующей схемы передачи определяется минимальное число зубьев  $z_2$  сателлита, при котором не произойдёт заклинивания, а также числа зубьев  $z_1, z_2, z_3$ , подставляя число зубьев  $z_2$  сателлита, кратное знаменателю. Подсчёт при этом следует проводить точно, без округлений, выражая все величины в простых дробях. Подобранные числа зубьев не должны превышать 150.

3. Из условия соседства (6.42) определяется возможное число сателлитов. Обычно  $3 \leq a_n \leq 5$ .

4. Передача проверяется по условию сборки (6.44). Если при выбранной величине  $k$  подбор зубьев окажется неудачным или передача не будет удовлетворять условию сборки, то величину  $k$  следует увеличить или изменить число сателлитов  $a_n$ .



Примечание:

При использовании внутреннего зацепления необходимо помнить о следующем:

1. Для увеличения контактной и изломной прочности зубьев в авиационных редукторах часто используется угловая и высотная коррекция, т.е. вместо 20 – градусного стандартного исходного контура рейки применяется специальный с  $\alpha = 28^\circ$ ,  $h_a^* = 0,8$ ,  $c^* = 0,35$  (редуктор двигателя АИ – 20).

В этом случае все колеса можно выполнять без смещения исходного контура, но специальным инструментом.

2. Если используется стандартное 20 – градусное зацепление, то для устранения интерференции во внутреннем зацеплении (пересечение головки зуба колеса К и переходной кривой ножки зуба сателлита С) рекомендуется это зацепление выполнять равносмещенным при

$$x_c = x_k = +0,25; d_{ak} = d_k - 1,2 \cdot m; d_{ac} = d_c + 2,5 \cdot m.$$

Рассмотрим подбор чисел зубьев колес различных схем и типов сателлитных передач.

### 6.5.2. Синтез планетарной передачи с $u^{(H)} < 0$ и одновенцовыми сателлитами (схема 1 табл. 5.1)

Для этой передачи  $k=1$ ;  $\lambda=1$ , т.к. модули зацеплений равны,  $m_{12} = m_{23}$ .

Тогда

$$z_2 \geq \frac{68,4 \cdot (u_{1H}^{(3)} - 1)}{3 \cdot u_{1H}^{(3)} - 2}; \quad (6.47)$$

$$z_1 = \frac{2}{u_{1H}^{(3)} - 2} z_2; \quad (6.48)$$

$$z_3 = \frac{2 \cdot (u_{1H}^{(3)} - 1)}{u_{1H}^{(3)} - 2} z_2. \quad (6.49)$$

**Пример.** Подобрать числа зубьев однорядной планетарной передачи при  $u_{1H}^{(3)} = 3,625$ .

Решение:

1. Определяем возможное число зубьев сателлита  $z_2$

$$z_2 \geq \frac{68,4 \cdot (u_{\text{IH}}^{(3)} - 1)}{3 \cdot u_{\text{IH}}^{(3)} - 2} = \frac{68,4 \cdot 2,625}{3 \cdot 3,625 - 2} = 20,23.$$

Следовательно,  $z_2 \geq 21$

2. По формулам (6.48) и (6.49) определяем  $z_1$  и  $z_3$

$$z_1 = \frac{2}{u_{\text{IH}}^{(3)} - 2} z_2 = \frac{2}{1,625} z_2 = \frac{2000}{1625} z_2 = \frac{16}{13} z_2;$$

$$z_3 = \frac{2 \cdot (u_{\text{IH}}^{(3)} - 1)}{u_{\text{IH}}^{(3)} - 2} z_2 = \frac{2 \cdot 2,625}{1,625} z_2 = \frac{42}{13} z_2.$$

Так как  $z_2 \geq 21$  и должно быть кратным знаменателю, то принимаем  $z_2 = 26$ . Тогда  $z_1 = 32$ ,  $z_3 = 84$ .

3. Проверяем.

По условию заданного передаточного числа:

$$u_{\text{IH}}^{(3)} = 1 + \frac{z_3}{z_1} = 1 + \frac{84}{32} = 3,625;$$

по условию соосности:

$$z_1 + 2 \cdot z_1 = z_3; \quad 32 + 2 \cdot 26 = 84; \quad 84 = 84;$$

по условию соседства:

$$a_n \leq \frac{\pi}{\arcsin \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}} = \frac{180^\circ}{\arcsin 0,4827} = \frac{180^\circ}{28,86^\circ} \leq 6,24.$$

Принимаем  $a_n = 4$ .

По условию сборки  $\frac{z_1 u_{\text{IH}}^{(3)}}{a_n} = c$  или  $\frac{z_1 + z_3}{a_n} = c$ .

$$\frac{z_1 + z_3}{a_n} = \frac{32 + 84}{4} = 29, \text{ условие выполняется.}$$

**6.5.3. Синтез двухрядной планетарной передачи с  $u^{(H)} < 0$  и двухвенцовыми сателлитами (схема  $\overline{\text{III}}$  табл.5.1)**

Для этой передачи

$$z_2 \geq \frac{34,2(u_{1H}^{(3)} - 1)(\lambda k + 1)}{(2\lambda k + 1)u_{1H}^{(3)} - (\lambda k + 1)}; \quad (6.50)$$

$$z_1 = \frac{k(\lambda k + 1)}{u_{1H}^{(3)} - (\lambda k + 1)} z_2; \quad (6.51)$$

$$z_2 = kz_2'; \quad (6.52)$$

$$z_3 = \frac{(u_{1H}^{(3)} - 1)(1 - \lambda k)}{u_{1H}^{(3)} - (\lambda k + 1)} z_2'. \quad (6.53)$$

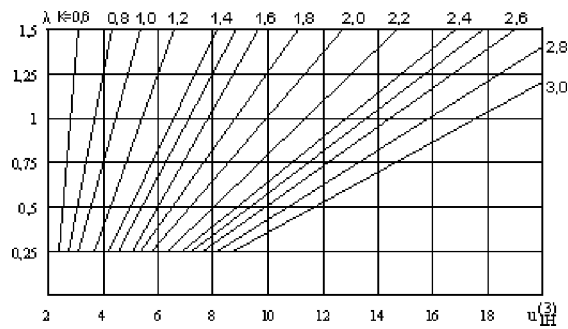


Рис. 6.15. График зависимости величины  $\lambda = \frac{m_{12}}{m_{23}}$  двухрядной планетарной

передачи с  $u^{(H)} < 0$  от  $u_{1H}^{(3)}$  и  $k = \frac{z_2}{z_2'}$

**Пример.** Для двухрядной планетарной передачи по схеме  $\overline{\text{III}}$  табл.5.1.

подобрать числа зубьев при  $u_{1H}^{(3)} = 12$  и  $\lambda = \frac{4}{5}$ .

Решение.

1. Из графика (рис. 6.15) определяем конструктивный параметр  $k$ .

$$k = 2,5 = \frac{5}{2}; \text{ тогда } \lambda k = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{5} = 2.$$

2. По формулам (6.50), (6.51), (6.52) и (6.53) подбираем числа зубьев  $z_2, z_1, z_2, z_3$ .

$$z_2 \geq \frac{34,2(u_{\text{IH}}^{(3)} - 1)(\lambda + 1)}{(2\lambda k + 1)u_{\text{IH}}^{(3)} - (\lambda + 1)} = \frac{34,2 \cdot 11 \cdot 3}{5 \cdot 12 - 3} = 19,8.$$

Следовательно,  $z_2 \geq 20$ .

$$z_1 = \frac{k(\lambda k + 1)}{u_{\text{IH}}^{(3)} - (\lambda k + 1)} z_2 = \frac{\frac{5}{2} \cdot 3}{12 - 3} z_2 = \frac{5}{2 \cdot 3} z_2;$$

$$z_2 = k z_1 = \frac{5}{2} z_1;$$

$$z_3 = \frac{(u_{\text{IH}}^{(3)} - 1)(1 + \lambda k)}{u_{\text{IH}}^{(3)} - (\lambda k + 1)} z_2 = \frac{11 \cdot 3}{12 - 3} z_2 = \frac{11}{3} z_2.$$

Таким образом, числа зубьев  $z_1, z_2, z_3$  должны быть кратными 2 и 3.

Следовательно,  $z_2 = 24, 30, 36 \dots$  Принимаем,  $z_2 = 24$ , так как чем меньше число зубьев при заданном модуле, тем меньше габариты передачи.

$$\text{Тогда } z_1 = 20; z_2 = 60; z_3 = 88.$$

3. Проверяем:

по условию заданного передаточного числа:

$$u_{\text{IH}}^{(3)} = 1 + \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2} = 1 + \frac{60 \cdot 88}{20 \cdot 24} = 12;$$

$$\text{по условию соосности: } \lambda(z_1 + z_2) = z_3 - z_2; \quad \frac{4}{5} \cdot (20 + 60) = 88 - 24;$$

$$64 = 64.$$

По условию соседства определяем число сателлитов:

$$a_n \leq \frac{\pi}{\arcsin \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}} = \frac{180^\circ}{\arcsin 0,78} = \frac{180^\circ}{51,9^\circ} = 3,53.$$

Принимаем  $a_n = 3$ .

По условию сборки:  $\frac{z_1 u_{1H}}{a_n} = c; \frac{20 \cdot 12}{3} = 80.$

Все условия выполнены.

**6.5.4. Синтез двухрядной планетарной передачи с  $u^{(H)} > 0$  с двухвенцовыми сателлитами внешнего зацепления (схема  $\overline{IV}$  табл. 5.1)**

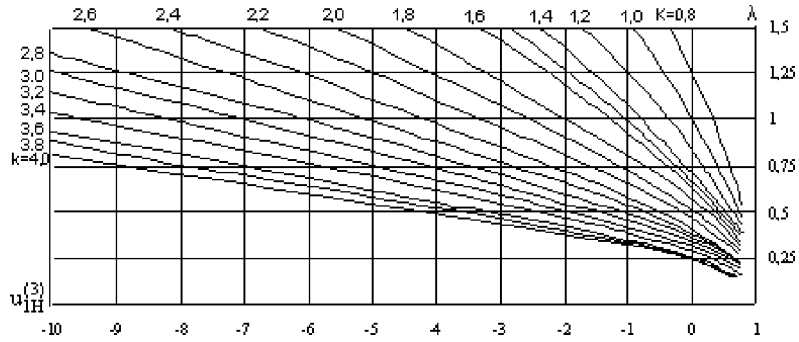


Рис. 6.16. График зависимости величины  $\lambda = \frac{m_{12}}{m_{23}}$  планетарной двухрядной

передачи с  $u^{(H)} > 0$  и внешними зацеплениями от  $u_{1H}^{(3)}$  и  $k = \frac{z_2}{z_2'}$

Для данной передачи формулы подбора чисел зубьев следующие:

$$z_{2'} \geq \frac{34,2(u_{1H}^{(3)} - 1)(\lambda k - 1)}{(2\lambda k - 1)u_{1H}^{(3)} - (\lambda k - 1)}; \quad (6.54)$$

$$z_1 = \frac{k(\lambda k - 1)}{(\lambda k - 1) - u_{1H}^{(3)}} z_{2'}; \quad (6.55)$$

$$z_2 = k z_{2'}; \quad (6.56)$$

$$z_3 = \frac{(u_{\text{HН}}^{(3)} - 1)(\lambda k - 1)}{u_{\text{HН}}^{(3)} + (\lambda k - 1)} z_{2'}. \quad (6.57)$$

**Пример.** Подобрать числа зубьев для планетарной двухрядной передачи по схеме  $\overline{\text{IV}}$  табл. 5.1 при  $u_{\text{HН}}^{(3)} = -50$  и  $\lambda = 1$ .

Решение.

1. Для подбора чисел зубьев необходимо определить передаточное число

$$u_{\text{HН}}^{(3)} = \frac{1}{u_{\text{HН}}^{(3)}} = -\frac{1}{50} = -0,02.$$

Следует отметить, что при заданном передаточном числе при входном зубчатом колесе  $z_1$  передача будет самотормозящая, т.е.  $\eta_{\text{HН}} = 0$ .

2. По графику рис. 6.16 определяем конструктивный параметр  $k$ .

Принимаем  $k = 1,01$ . Тогда  $\lambda k = 1 \cdot 1,01 = 1,01$ .

3. По формулам (6.54), (6.55), (6.56) и (6.57) подбираем числа зубьев  $z_{2'}, z_1, z_2, z_3$ .

$$z_{2'} \geq \frac{34,2(u_{\text{HН}}^{(3)} - 1)(\lambda k - 1)}{(2\lambda k - 1)u_{\text{HН}}^{(3)} - (\lambda k - 1)} = \frac{34,2 \cdot (-1,02) \cdot 0,01}{(2 \cdot 0,02 - 1)(-0,02) - 0,01} = 11,4.$$

$$z_1 = \frac{k(\lambda k - 1)}{(\lambda k - 1) - u_{\text{HН}}^{(3)}} z_{2'} = \frac{\frac{101}{100} \cdot 0,01}{-0,01 + 0,02} z_{2'} = \frac{101}{100} z_{2'};$$

$$z_2 = k z_{2'} = \frac{101}{100} z_{2'};$$

$$z_3 = \frac{(u_{\text{HН}}^{(3)} - 1)(\lambda k - 1)}{u_{\text{HН}}^{(3)} + (\lambda k - 1)} \cdot z_{2'} = \frac{(-1,02) \cdot 0,01}{-0,02 + 0,01} z_{2'} = \frac{102}{100} z_{2'}.$$

Принимаем:  $z_1 = 101$ ;  $z_2 = 101$ ;  $z_{2'} = 100$ ;  $z_3 = 102$ ;

4. Проверяем:

По условию заданного передаточного числа:

$$u_{\text{HН}}^{(3)} = 1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} = 1 - \frac{101 \cdot 102}{101 \cdot 100} = -0,02;$$

$$\text{Тогда } u_{\text{HН}}^{(3)} = \frac{1}{u_{\text{HН}}^{(3)}} = -\frac{1}{0,02} = -50.$$

В этом случае при входном звене водиле Н передача представляет собой редуктор, у которого зубчатое колесо 3 будет вращаться противоположно вращению водила. При этом  $\eta_{\text{НН}} \neq 0$ .

По условию соосности:  $z_1 + z_2 = z_{2'} + z_3$ ;  $101 + 101 = 100 + 102$ ;  $202 = 202$ .

По условию соседства определяем число сателлитов:

$$a_n \leq \frac{\pi}{\arcsin \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}} = \frac{180^\circ}{\arcsin 0,51} = \frac{180^\circ}{30,66^\circ} = 5,87.$$

Принимаем  $a_n = 5$ .

$$\text{По условию сборки: } \frac{z_1 u_{\text{НН}}}{a_n} = c; \quad \frac{101 \cdot (-0,02)}{5} = \frac{[2,2]}{5} \neq c.$$

Следовательно, в данной передаче можно установить только один сателлит, т.е.  $a_n = 1$ .

### 6.5.5. Синтез планетарной передачи с $u^{(\text{H})} > 0$ и двухвенцовыми сателлитами с внутренними зацеплениями (схема $\overline{V}$ табл.5.1)

Для данной передачи формулы подбора чисел зубьев следующие:

$$z_{2'} \geq \frac{34,2(u_{\text{НН}}^{(3)} - 1)(\lambda k - 1)}{(2\lambda k - 1)u_{\text{НН}}^{(3)} - (\lambda k - 1)}; \quad (6.58)$$

$$z_1 = \frac{k(\lambda k - 1)}{u_{\text{НН}}^{(3)} + (\lambda k - 1)} z_{2'}; \quad (6.59)$$

$$z_2 = k z_{2'}; \quad (6.60)$$

$$z_3 = \frac{(u_{\text{НН}}^{(3)} - 1)(1 - \lambda k)}{u_{\text{НН}}^{(3)} + (\lambda k - 1)} z_{2'}. \quad (6.61)$$

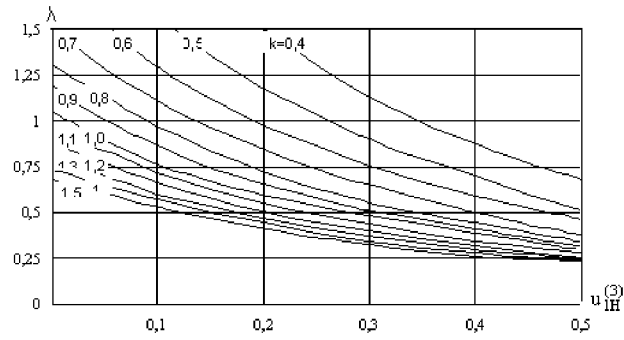


Рис.

6.17. График зависимости величины  $\lambda_3 = \frac{m_{12}}{m_{23}}$  планетарной двухрядной передачи с

$u^{(H)} > 0$  и внутренними зацеплениями от  $u_{IH}^{(3)}$  и  $k = \frac{Z_2}{Z_2'}$  при  $u_{IH}^{(3)} > 0$

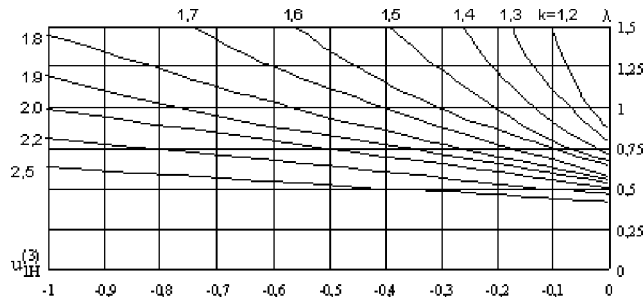


Рис. 6.18. График зависимости величины  $\lambda_3 = \frac{m_{12}}{m_{23}}$  планетарной двухрядной пе-

редачи с  $u^{(H)} > 0$  и внутренними зацеплениями от  $u_{IH}^{(3)}$  и  $k = \frac{Z_2}{Z_2'}$  при  $u_{IH}^{(3)} < 0$

**Пример.** Подобрать числа зубьев для планетарной двухрядной передачи по схеме  $\bar{V}$  табл.5.1 при  $u_{IH}^{(3)} = -100$  и  $\lambda = 0,85$ .

Решение:



1. Для подбора чисел зубьев необходимо определить передаточное число

$$u_{\text{IH}}^{(3)} = \frac{1}{u_{\text{HI}}^{(3)}} = -\frac{1}{100} = -0,01.$$

Следует отметить, что при заданном передаточном числе при входном зубчатом колесе  $z_1$  передача будет самотормозящая, т.е.  $\eta_{\text{IH}} = 0$ .

2. По графику рис. 6.18 определяем конструктивный параметр  $k$ .

$$\text{Принимаем } k = 1,2. \text{ Тогда } \lambda k = \frac{6}{5} \cdot \frac{17}{20} = \frac{102}{100}.$$

3. По формулам (6.58), (6.59), (6.60) и (6.51) подбираем числа зубьев  $z_2, z_1, z_2, z_3$ .

$$z_2 \geq \frac{34,2(u_{\text{IH}}^{(3)} - 1)(\lambda k - 1)}{(2\lambda k - 1)u_{\text{IH}}^{(3)} - (\lambda k - 1)} = \frac{34,2 \cdot (-1,01) \cdot 0,02}{(2,04 - 1) \cdot (-0,01) - 0,02} = 22,7.$$

Следовательно,  $z_2 \geq 23$ .

$$z_1 = \frac{k(\lambda k - 1)}{u_{\text{IH}}^{(3)} + (\lambda k - 1)} \cdot z_2 = \frac{\frac{6}{5} \cdot \frac{2}{100}}{-\frac{1}{100} + \frac{2}{100}} \cdot z_2 = \frac{6 \cdot 2}{5} \cdot z_2;$$

$$z_2 = kz_2 = \frac{6}{5} z_2;$$

$$z_3 = \frac{(u_{\text{IH}}^{(3)} - 1)(1 - \lambda k)}{u_{\text{IH}}^{(3)} + (\lambda k - 1)} z_2 = \frac{\left(-\frac{1}{100} - 1\right) \cdot \left(1 - \frac{102}{100}\right)}{-\frac{1}{100} + \left(\frac{102}{100} - 1\right)} z_2 = \frac{101}{50} z_2.$$

Таким образом, число зубьев  $z_2$  должно быть равным или кратным числу 50.

Принимаем:  $z_1 = 120$ ;  $z_2 = 60$ ;  $z_2 = 50$ ;  $z_3 = 101$ .

4. Проверяем:

По условию заданного передаточного числа:

$$u_{\text{IH}}^{(3)} = 1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2} = 1 - \frac{101 \cdot 60}{120 \cdot 50} = -\frac{1}{100}, \text{ тогда } u_{\text{HI}}^{(3)} = \frac{1}{u_{\text{IH}}^{(3)}} = -100.$$

В этом случае передача представляет собой редуктор с  $\eta_{\text{HI}} > 0$ , в котором зубчатое колесо 1 будет вращаться противоположно вращению водила Н.

По условию соосности:  $\lambda(z_1 - z_2) = z_3 - z_2$ ;  $0,85 \cdot (120 - 60) = 101 - 50$ ;  
 $51 = 51$ .

5. Определяем возможное число спутников. Предположим, что число спутников  $a_n = 2$ ; Тогда по условию соседства:

$$(z_1 - z_2) \cdot \sin \frac{\pi}{a_n} \geq z_2 + 2, \text{ но } (120 - 60) \cdot \sin \frac{180^\circ}{2} = 60, \text{ а } z_2 + 2 = 62, \text{ т.е. ус-}$$

ловие соседства при числе спутников более двух или равное двум не выполняется.

Следовательно, данная планетарная передача должна иметь один двух-венцовый спутник.

#### **6.5.6. Подбор чисел зубьев в планетарной передаче типа ЗК**

При подборе чисел зубьев колес передачи ЗК должно быть выполнено условие сборки (6.44), а также условие соосности (6.39).

#### **6.5.7. Подбор чисел зубьев замкнутой дифференциальной передачи**

Замкнутая дифференциальная передача (рис. 6.5.) состоит из дифференциальной ступени и замыкающей цепи, которая представляет собой простую двухступенчатую соосную передачу.

Подбор чисел зубьев замкнутой дифференциальной передачи следует начинать с разбивки заданного передаточного отношения  $u_{ad}$  по составляющим механизмам согласно формулам (6.26) и (6.28). Передаточное отношение дифференциальной ступени рекомендуется выбирать в пределах, которые соответствуют аналогичному типу планетарной передачи (табл. 5.1).

По выбранному передаточному отношению аналогичной планетарной передачи подбираются числа зубьев в соответствии с приведенной в п.6.5.3 методикой.

По передаточному отношению цепи замыкания подбираются числа зубьев согласно п.5.6. Если замыкающая цепь представляет собой обращенный механизм дифференциальной ступени (рис. 6.5, в), то целесообразно числа зубьев цепи замыкания и дифференциальной ступени принять равными, т.е.  $z_1 = z_3$ ;  $z_2 = z_4$ ;  $z_3 = z_5$ .

В этом случае передаточное отношение  $u_{13}^{(H)}$  между центральными колёсами при остановленном водиле удобно определять по формуле

$$u_{13}^{(H)} = 0,5 \pm \sqrt{u_{15} - 0,75}, \quad (6.62)$$

где знак плюс – для передач с  $u^{(H)} > 0$ ;

знак минус – для передач с  $u^{(H)} < 0$ .

**Пример.** Подобрать числа зубьев замкнутой дифференциальной передачи (рис. 6.5 в) при  $u_{15} = 16,75$ .

**Решение.**

В данной передаче входным является звено 1, не входящее в дополнительную связь со звеном замыкания. Тогда на основании формулы (6.25) имеем  $u_{15} = u_{15}^{(3)} + u_{15}^{(H)}$ ,

где  $u_{15}^{(3)} = u_{1H}^{(3)}$  и  $u_{15}^{(H)} = u_{13}^{(H)} u_{35}^{(H)}$ , то есть  $u_{15} = 1 - u_{13}^{(H)} + u_{13}^{(H)} u_{35}^{(H)}$ .

Целесообразно принять  $u_{13}^{(H)} = u_{35}^{(H)}$ . Тогда согласно формуле (6.62).

$$u_{13}^{(H)} = 0,5 - \sqrt{u_{15} - 0,75} = 0,5 - 4 = -3,5.$$

Следовательно,  $u_{1H}^{(3)} = 1 - u_{13}^{(H)} = 1 + 3,5 = 4,5$ .

Число зубьев передачи подбираем по формулам (6.47), (6.48), (6.49).

$$z_2 \geq \frac{68,4(u_{1H}^{(3)} - 1)}{3u_{1H}^{(3)} - 2} = \frac{68,4 \cdot 3,5}{13,5 - 2} = 20,8, \text{ т.е. } z_2 \geq 21$$

$$z_1 = \frac{2}{u_{1H}^{(3)} - 2} z_2 = \frac{2}{2,5} z_2,$$

$$z_3 = \frac{2 \cdot (u_{1H}^{(3)} - 1)}{u_{1H}^{(3)} - 2} z_2 = \frac{2 \cdot 3,5}{2,5} z_2 = \frac{14}{5} z_2.$$

Принимаем  $z_2 = 25$ . Тогда  $z_1 = 20$  и  $z_3 = 70$ .

Так как нами принято  $u_{13}^{(H)} = u_{35}^{(H)}$ , то, следовательно,

$$z_3 = 20, z_4 = 25 \text{ и } z_5 = 70.$$

Определяем возможное число сателлитов:

$$a_n \leq \frac{\pi}{\arcsin \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}} = \frac{180^\circ}{\arcsin \frac{27}{45}} = \frac{180^\circ}{36,531^\circ} = 4,87. \text{ Принимаем } a_n = 4. \text{ Про-}$$

веряем передачи по условию сборки (6.44):  $\frac{z_1 u_{1H}^{(3)}}{a_n} = c; \frac{20 \cdot 4,5}{4} = 22,5.$

Следовательно, при числе сателлитов  $a_n = 4$  передача не соберется.

Принимаем  $a_n = 3$ . Тогда  $\frac{z_1 u_{1H}^{(3)}}{a_n} = \frac{20 \cdot 4,5}{3} = 30$ , то есть сборка передачи

возможна. Проверяем передачу по заданному передаточному отношению:

$$u_{15} = 1 - u_{13}^{(H)} + u_{13}^{(H)} u_{3'5}^{(H)} = 1 + \frac{z_3}{z_1} + \frac{z_3}{z_1} \frac{z_5}{z_3} = 1 + \frac{70}{20} + \frac{70}{20} \cdot \frac{70}{20} = 16,75.$$

## 6.6. Определение коэффициента полезного действия сателлитных передач

Коэффициент полезного действия является одним из показателей работоспособности передачи.

Чаще всего величину КПД планетарных передач выражают через коэффициент потерь  $\psi^{(H)}$  передачи, полученной методом обращения движения ( $\omega_H = 0$ ), где  $\psi^{(H)} = 1 - \eta^{(H)}$ .

В.Н.Кудрявцев в работе [9] рекомендует следующие формулы:

для передачи с  $u^{(H)} < 0$  и одно или двухвенцовыми сателлитами

$$\eta_{1H}^{(3)} = \eta_{H1}^{(3)} = 1 - \frac{u_{1H}^{(3)} - 1}{u_{1H}^{(3)}} \psi^{(H)}; \quad (6.63)$$

для передачи с  $u^{(H)} > 0$  и двухвенцовыми сателлитами при входном центральном колесе  $z_1$  и  $u_{1H}^{(3)} < 0$

$$\eta_{1H}^{(3)} = 1 - \left| \frac{u_{1H}^{(3)} - 1}{u_{1H}^{(3)}} \right| \psi^{(H)}; \quad (6.64)$$

$$\eta_{1H}^{(3)} = 1 - \left| \frac{u_{1H}^{(3)} - 1}{u_{1H}^{(3)}} \right| \psi^{(H)}; \quad (6.64)$$

при входном центральном колесе  $z_1$  и  $u_{1H}^{(3)} > 0$

$$\eta_{1H}^{(3)} = \frac{u_{1H}^{(3)} - \psi^{(H)}}{u_{1H}^{(3)}(1 - \psi^{(H)})}; \quad (6.65)$$

при входном водиле Н и  $u_{1H}^{(3)} < 0$

$$\eta_{1H}^{(3)} = \frac{1 - \psi^{(H)}}{1 - u_{1H}^{(3)} \psi^{(H)}}; \quad (6.66)$$

при входном водиле Н и  $u_{1H}^{(3)} > 0$

$$\eta_{1H}^{(3)} = \frac{1}{1 + (u_{1H}^{(3)} - 1) \psi^{(H)}}. \quad (6.67)$$

Для основных типов планетарных передач принимают

$$\psi^{(H)} \approx \psi_{12}^{(H)} + \psi_{23}^{(H)}, \quad (6.68)$$

где  $\psi_{12}^{(H)}$  и  $\psi_{23}^{(H)}$  – коэффициенты потерь в зацеплениях передачи, которые задают или определяют по формулам (при  $\alpha = 20^\circ$ ).

$$\psi_{12}^{(H)} = 2,3f \left| \frac{1}{z_2} \pm \frac{1}{z_1} \right|, \quad (6.69)$$

$$\psi_{23}^{(H)} = 2,3f \left| \frac{1}{z_2'} \pm \frac{1}{z_3} \right|. \quad (6.70)$$

Знак минус берется для внутреннего зацепления, а значение коэффициента трения в пределах  $f = 0,07 \dots 0,1$ . При приближенных расчетах принимают  $\psi^{(H)} \approx 0,03 \dots 0,05$ .

Зависимости (6.63) и (6.67) можно представить графиками (рис. 6.19) и (рис. 6.20), из которых видно, что для положительных и отрицательных передаточных отношений, при входном центральном колесе, планетарная передача работает с высоким КПД, как редуктор ( $-1 > u_{1H}^{(3)} > 1$ ), а при входном водиле Н КПД высок для ускоряющих передач ( $-1 < u_{1H}^{(3)} < 1$ ), то есть КПД планетарных передач достаточно высок при передаточном отноше-

нии  $|u_{1H}^{(3)}| > 1$ . Передачи с  $|u_{1H}^{(3)}| < 1$  (рис. 6.19) либо имеют очень низкий КПД, либо вообще невозможны, т.к. являются самотормозящимися ( $\eta_{1H}^{(3)} < 0$ ).

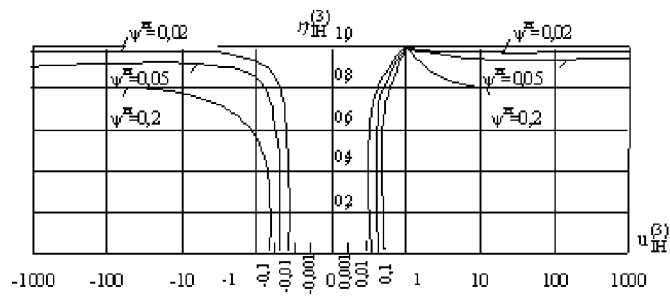


Рис. 6.19. График зависимости величины  $\eta_{1H}^{(3)}$  планетарных передач от  $u_{1H}^{(3)}$

Передачи с  $|u_{1H}^{(3)}| > 1$  (рис. 6.20) имеют, как правило, низкий КПД. Чаше всего применяют как не силовые передачи.

Для определения КПД передачи ЗК (рис. 6.4) можно рекомендовать приближенную формулу

$$\eta_{13}^{(4)} \approx \frac{0,98}{1 + \frac{u_{13}^{(4)}}{1 + \frac{z_4}{z_1}} \psi_{43}^{(H)}} \quad (6.71)$$

где  $\psi_{43}^{(H)} \approx 2,75 \frac{f}{z_2}$ ,  $f = 0,07 \dots 0,12$  – коэффициент трения.

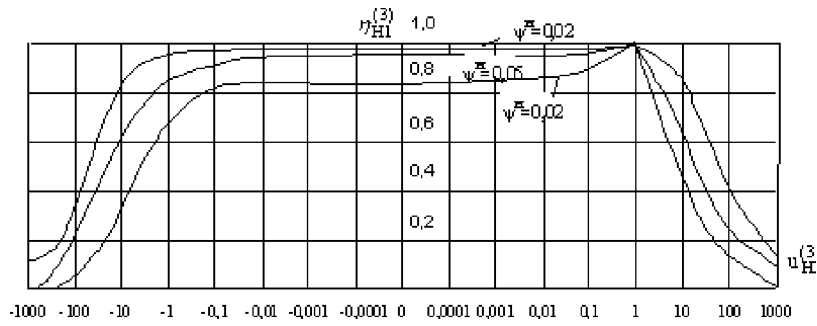


Рис. 6.20. График зависимости величины  $\eta_{H1}^{(3)}$  планетарных передач от  $u_{H1}^{(3)}$

На основании формулы (6.71) построен график (рис. 6.21).

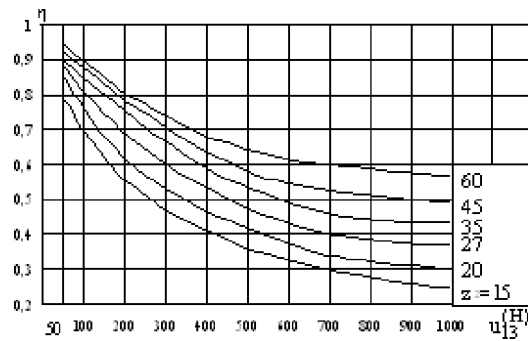


Рис. 6.21. График для определения ориентировочных значений КПД передач ЗК при ведущем центральном колесе

КПД замкнутых дифференциальных передач (рис.6.5) определяется по формулам, предложенным В.В.Добровольским [5]:

При входном звене  $\alpha$  дифференциальной ступени, не связанном со звеном замыкания,

$$\eta_{ad} u_{ad} = (\eta_{ad}^{(b)})^{\pm 1} u_{ad}^{(b)} + (\eta_{ad}^{(H)})^{\pm 1} u_{ad}^{(H)}, \quad (6.72)$$

т.е кинематическое уравнение (6.26), все члены которого умножены на соответствующий КПД;

при входном звене  $\mathcal{C}$ , связанном с замыкающей цепью или являющемся звеном замыкания

$$\frac{1}{\eta_{ad} u_{ad}} = \frac{1}{(\eta_{ad}^{(b)})^{\pm 1} u_{ad}^{(b)}} + \frac{1}{(\eta_{ad}^{(H)})^{\pm 1} u_{ad}^{(H)}}. \quad (6.73)$$

В уравнениях (6.71) и (6.72)  $\eta^{(b)} = 1 - \psi^{(b)}$  и  $\eta^{(H)} = 1 - \psi^{(H)}$  – КПД составляющих передач, для которых знак показателя выбирается так: если знак соответствующего передаточного отношения, то берется плюс, если не совпадает, то минус. Для замкнутой передачи, показанной на (рис. 6.5,  $\mathcal{C}$ ),

$$\eta_{15} u_{15} = \frac{u_{15}^{(3)}}{\eta_{15}^{(3)}} + \eta_{15}^{(H)} u_{15}^{(H)}, \quad (6.74)$$

так как  $u_{15} u_{15}^{(H)} > 0$ , а  $u_{15} u_{15}^{(3)} < 0$ .

При этом  $\eta_{15}^{(3)} = \eta_{1H}^{(3)}$ ;  $\eta_{15}^{(H)} = \eta_{13}^{(H)} \eta_{3'4} \eta_{4'5}$ .

Замкнутые дифференциальные передачи имеют высокое значение КПД для любого передаточного отношения, если:

- передаточные отношения составляющих передач имеют одинаковый знак и близки по значению, т.е.  $u_{ad}^{(b)} \approx u_{ad}^{(H)}$ ;
- составляющие передачи имеют малые коэффициенты потерь;
- в составляющей передаче, имеющей большее передаточное отношение, будет ниже коэффициентов потерь.

Если составляющие передачи имеют разные знаки, т.е.  $u^{(b)} u^{(H)} < 0$ , то в замкнутой части дифференциальной передачи возникает, так называемая, циркулирующая (замкнутая) мощность, которая во многих случаях значительно превышает подводимую мощность. Коэффициент полезного действия таких передач уменьшается с приближением  $|u^{(b)}|$  к  $|u^{(H)}|$ .

Рациональными силовыми передачами являются передачи, у которых  $u^{(b)} u^{(H)} > 0$ . В этом случае подводимая мощность разветвляется на два параллельных потока одинакового направления. Такие передачи имеют высокий КПД.

КПД волновых передач определяются по формулам [4]:  
в режиме ускорителя при неподвижном гибком колесе



$$\eta_{\text{CH}}^{(F)} = \frac{1 - \psi^{(H)} u_{\text{HC}}^{(F)}}{1 - \psi^{(H)}}; \quad (6.75)$$

в режиме ускорителя при неподвижном жестком колесе

$$\eta_{\text{FH}}^{(C)} = 1 - \psi^{(H)} (1 + |u_{\text{HF}}^{(C)}|); \quad (6.76)$$

в режиме редуктора при неподвижном гибком колесе

$$\eta_{\text{HC}}^{(F)} = \frac{1}{1 - \psi^{(H)} (1 - u_{\text{HF}}^{(C)})}; \quad (6.77)$$

в режиме редуктора при неподвижном жестком колесе

$$\eta_{\text{FH}}^{(C)} = \frac{1 - \psi^{(H)}}{1 + |u_{\text{HF}}^{(C)}| \psi^{(H)}}. \quad (6.78)$$

В формулах (6.75) и (6.76)  $\psi^{(H)} = \frac{k_{\psi}}{r_{\text{bc}}}$  – коэффициент потерь в относительном движении.

В формулах (6.77) и (6.78)  $\psi^{(H)} = \frac{k_{\psi}}{r_{\text{bc}}}$  – коэффициент зависящий от геометрии приближенного зацепления;  $r_{\text{bc}}$  – радиус основной окружности жесткого колеса.

Методика определения коэффициента  $k_{\psi}$  приводится в работе [9].

## 7. Синтез кулачковых механизмов

### 7.1. Общие сведения

Кулачковым механизмом называется механизм, в состав которого входит кулачок - звено с элементом высшей кинематической пары, выполненной в виде поверхности переменной кривизны.

Кулачковые механизмы применяются в тех случаях, когда перемещение, скорость и ускорение звена должны изменяться по заранее заданному закону и, в частности, когда ведомое звено должно временно останавливаться при непрерывном движении ведущего звена. Это позволяет кулачковые механизмы широко использовать в двигателях внутреннего сгорания, механизмах управления створками реактивного сопла, компрессорах, гидравлических и паровых турбинах, текстильных и полиграфических машинах, пищевых и торговых аппаратах, в металлорежущих станках, приборах и счетных устройствах, в машинах-автоматах и т.п.

К достоинствам кулачковых механизмов относятся:

возможность воспроизведения почти любого закона движения ведомого звена путем соответствующего профилирования кулачка;

достижение высокой производительности за счет рационального выбора закона движения ведомого звена;

быстрое изменение закона движения ведомого звена за счет применения быстросъемных кулачков;

получение малых габаритов механизма;

простота выполнения согласованной работы нескольких механизмов в машинах-автоматах.

Недостатками кулачковых механизмов являются:

значительные величины удельных давлений в зоне контакта кинематической пары и, как следствие, повышенный износ трущихся поверхностей и уменьшение долговечности механизмов;

возможность возникновения ударов при большой скорости движения ведомого звена, в особенности, если предусмотрено только силовое замыкание;

сложное изготовление профиля кулачка.

Под синтезом кулачкового механизма понимают создание кинематической схемы, удовлетворяющей поставленным требованиям: заданным кинематическим характеристикам движения ведомого звена, возможно меньшим габаритам, динамическим требованиям, соответствию технологических и конструктивных условий.

Задача синтеза кулачкового механизма включает следующие этапы:

выбор принципиальной схемы;

выбор закона движения ведомого звена;

определение основных размеров механизма.

Результаты синтеза служат основой для последующей конструктивной и технологической проработки кулачкового узла машины или прибора.

В курсовом проекте схема кулачкового механизма и закон движения ведомого звена заданы, поэтому задача синтеза сводится к определению основных размеров из условия получения механизма с наименьшими габаритами. Этот этап проектирования представляет аналитическое и графическое решение.

## **7.2. Аналитическое описание законов движения ведомого звена**

Закон движения ведомого звена влияет не только на выполняемую технологическую операцию, но и на динамику кулачкового механизма. Теоретически кулачковый механизм может осуществлять любой закон движения, но на практике используются такие законы, которые обеспечивают более простую технологию изготовления кулачка и удовлетворяют кинематическим и дина-

мическим требованиям. Одно из таких требований – отсутствие жесткого удара, который возникает при бесконечно большом ускорении (мгновенном изменении скорости толкателя).

В курсовом проекте синтез кулачкового механизма начинают с получения аналитических зависимостей, описывающих закон движения ведомого звена. Для этого закон изменения аналога скорости ещё раз интегрируют и определяют закон перемещения ведомого звена. Ниже приведены примеры аналитического описания некоторых законов.

### 7.2.1. Параболический закон движения (закон постоянных ускорений)

При удалении толкателя на величину  $h$  ускорение остаётся постоянным за время поворота кулачка на угол  $\varphi_y$  (закон Б в таблице 7.1, рис 7.1)

$$\frac{d^2S}{d\varphi^2} = \frac{W}{\omega^2} = \pm a = \text{const.} \quad (7.1)$$

Последовательно дважды интегрируя выражение (7.1) получают:

$$\frac{dS}{d\varphi} = a\varphi + C_1; \quad (7.2)$$

$$S = \frac{a\varphi^2}{2} + C_1\varphi + C_2; \quad (7.3)$$

$$\frac{dS}{d\varphi} = -a\varphi + C_3; \quad (7.4)$$

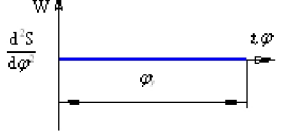
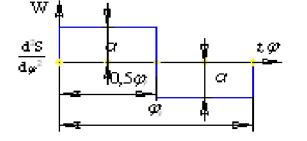
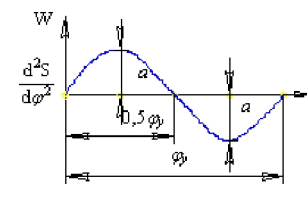
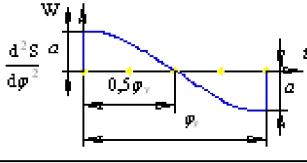
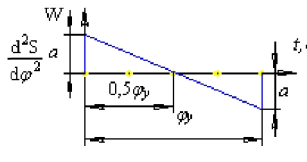
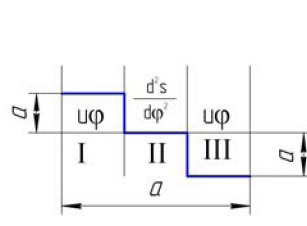
$$S = -\frac{a\varphi^2}{2} + C_3\varphi + C_4. \quad (7.5)$$

Начальные условия для определения постоянных интегрирования при изменении угла  $\varphi$  в пределах  $0 < \varphi < 0,5\varphi_y$ :

$$\varphi = 0, \quad \frac{dS}{d\varphi} = 0, \quad S=0. \quad (7.6)$$

При этих условиях  $C_1=0$  и  $C_2=0$ .

Таблица 7.1

Наименование закона движения на фазе удаления	График ускорения или его аналога	Характ. закона
<p><b>А.</b> Постоянная скорость  <math>V=const</math>  <math>\frac{dS}{d\varphi} = b</math></p>		Жесткие удары
<p><b>Б.</b> Постоянное ускорение  <math>\frac{d^2S}{d\varphi^2} = \pm a</math></p>		Мягкие удары
<p><b>В.</b> Закон синусоиды  <math>\frac{d^2S}{d\varphi^2} = a \sin \frac{2\pi}{\varphi_y} \varphi</math></p>		Удары отсутствуют
<p><b>Г.</b> Закон косинусоиды  <math>\frac{d^2S}{d\varphi^2} = a \cos \frac{\pi}{\varphi_y} \varphi</math></p>		Мягкие удары
<p><b>Д.</b> Равноубывающее ускорение  <math>\frac{d^2S}{d\varphi^2} = a \left( 1 - \frac{\varphi}{0,5\varphi_y} \right)</math></p>		Мягкие удары
<p><b>Е.</b> Постоянная скорость с переходными участками с постоянным ускорением  на I участке: <math>\frac{d^2S}{d\varphi^2} = a</math>  на III участке: <math>\frac{d^2S}{d\varphi^2} = -a</math></p>		Мягкие удары

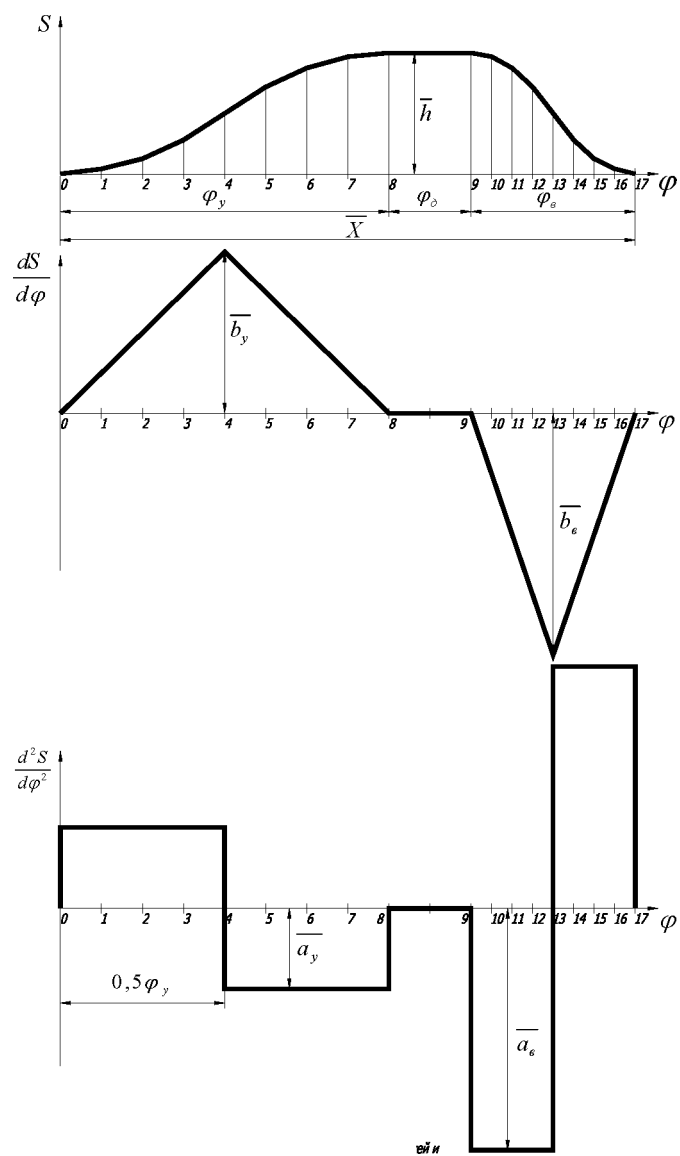


Рис. 7.1. Диаграммы перемещений, аналогов скоростей и аналогов ускорений

Начальные условия для определения постоянных интегрирования при изменении угла  $\varphi$  в пределах  $0,5\varphi_y < \varphi < \varphi_y$ :

$$\varphi = 0,5\varphi_y, \left( \frac{dS}{d\varphi} \right)_I = \left( \frac{dS}{d\varphi} \right)_{II}, S_I = S_{II}. \quad (7.7)$$

При этих условиях получают:

$$\frac{a\varphi_y}{2} = -\frac{a\varphi_y}{2} + C_3, \quad (7.8)$$

откуда

$$C_3 = a\varphi_y \frac{a\varphi_y^2}{8} = -\frac{a\varphi_y^2}{8} + \frac{a\varphi_y^2}{2} + C_4, \quad (7.9)$$

откуда

$$C_4 = -\frac{a\varphi_y^2}{4}.$$

Постоянную  $C$  определяют по формуле (7.5) для конечных значений  $\varphi = \varphi_y$  и  $S = h$ .

С учетом формул (7.8) и (7.9) получают:

на участке  $0 < \varphi < 0,5\varphi_y$

$$\frac{W}{\omega^2} = a_y = \frac{4h}{\varphi_y^2}, \quad (7.10)$$

на участке  $0,5\varphi_y < \varphi < \varphi_y$ :

$$a_y = -\frac{4h}{\varphi_y^2}, \quad (7.11)$$

формулы (7.2) — (7.5) можно записать в следующем виде:

$$\frac{dS}{d\varphi} = \frac{4h}{\varphi_y^2} \varphi, \quad (7.12)$$

$$S = \frac{4h}{\varphi_y^2} \cdot \frac{\varphi^2}{2}, \quad (7.13)$$

$$\frac{dS}{d\varphi} = -\frac{4h}{\varphi_y^2} \varphi + \frac{4h}{\varphi_y}, \quad (7.14)$$

$$S = -\frac{4h}{\varphi_y^2} \cdot \frac{\varphi^2}{2} + \frac{4h}{\varphi_y} \varphi - h. \quad (7.15)$$

Максимальный аналог скорости при  $\varphi = 0,5\varphi_y$

$$b_y = \frac{V_{y\max}}{\omega} = \left( \frac{dS}{d\varphi} \right)_{\max} = \frac{2h}{\varphi_y}.$$

Аналогично: при  $\varphi = 0,5\varphi_b$ ,  $b_b = \frac{2h}{\varphi_b}$ .

### 7.2.2. Синусоидальный закон движения

Аналог ускорения ведомого звена задается в виде синусоиды (закон В в таблице 7.1, рис 7.2)

$$\frac{W}{\omega^2} = \frac{d^2S}{d\varphi^2} = a \sin \frac{2\pi}{\varphi_y} \varphi. \quad (7.16)$$

Последовательно интегрируя, для  $\varphi_y$  получают:

$$\frac{dS}{d\varphi} = -\frac{a\varphi_y}{2\pi} \cos \frac{2\pi}{\varphi_y} \varphi + C_1; \quad (7.17)$$

$$S = -\frac{a\varphi_y^2}{4\pi} \sin \frac{2\pi}{\varphi_y} \varphi + C_1\varphi + C_2. \quad (7.18)$$

Постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  определяют из начальных условий  $\varphi = 0$ ,  $\frac{dS}{d\varphi} = 0$ ,  $S = 0$ . Тогда:

$$C_1 = \frac{a\varphi_y}{2\pi}, C_2 = 0. \quad (7.19)$$

Так как ускорение, скорость и перемещение толкателя в пределах угла  $\varphi_y$  являются непрерывными функциями, максимальный аналог ускорения определяют из конечных условий

$\varphi = \varphi_y$  и  $S = h$ :

$$a = \frac{2\pi h}{\varphi_y^2}. \quad (7.20)$$



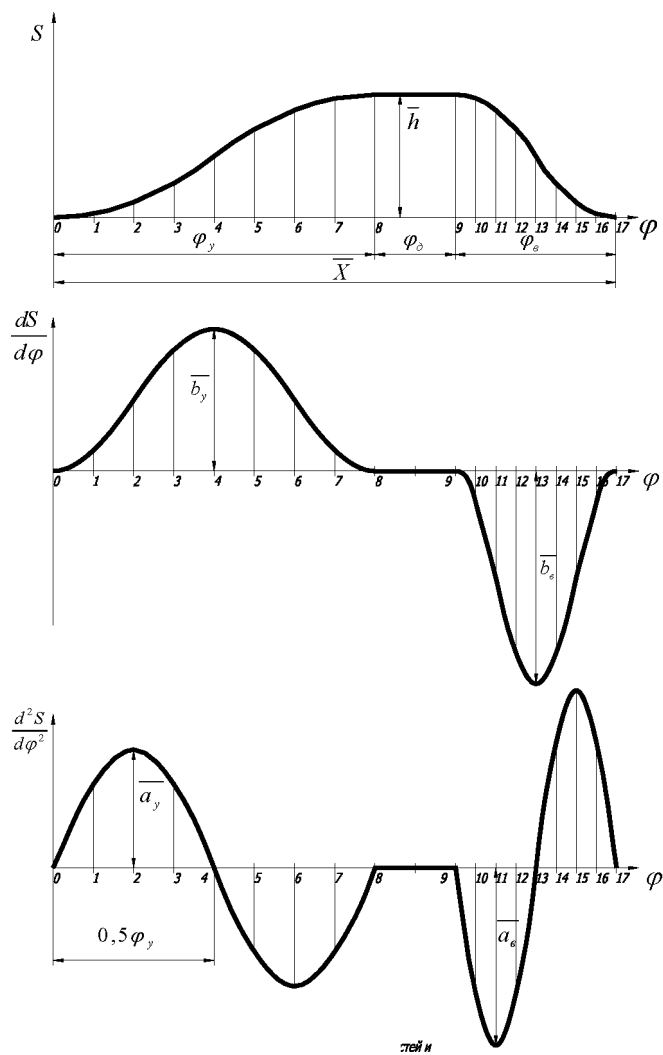


Рис. 7.2. Диаграммы перемещений, аналогов скоростей и аналогов ускорений

Подставляя найденные значения  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $\alpha$ , получают:

$$\frac{dS}{d\varphi} = -\frac{h}{\varphi_y} \cos \frac{2\pi}{\varphi_y} \varphi + \frac{h}{\varphi_y}; \quad (7.21)$$

$$S = -\frac{h}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{\varphi_y} \varphi + \frac{h}{\varphi_y} \varphi. \quad (7.22)$$

Максимальный аналог скорости из (7.21) при  $\varphi = 0,5\varphi_y$  будет

$$b_y = \frac{V_{\max}}{\omega} = \left( \frac{dS}{d\varphi} \right)_{\max} = \frac{2h}{\varphi_y}. \quad (7.23)$$

Максимальный аналог ускорения определяют из (7.16) и (7.20) при

$$\varphi = 0,25\varphi_y : a_y = \frac{w_{\max}}{\omega^2} = \left( \frac{d^2S}{d\varphi^2} \right)_{\max} = \frac{2\pi h}{\varphi_y^2}. \quad (7.24)$$

Соответственно для угла возвращения:

$$b_b = \frac{2h}{\varphi_b} ; a_b = \frac{2\pi h}{\varphi_b^2}.$$

### 7.2.3. Косинусоидальный закон движения

Изменение аналога ускорения ведомого звена задаётся по косинусоидальному закону (закон Г в таблице 7.1, рис. 7.3.):

$$\frac{w}{\omega^2} = \frac{d^2S}{d\varphi^2} = \alpha \cos \frac{\pi}{\varphi_y} \varphi. \quad (7.25)$$

После двукратного интегрирования и определения постоянных  $C_1, C_2$  и  $a$  по тем же условиям, что и при синусоидальном законе (см. п. 7.2.2.) получают

$$\frac{d^2S}{d\varphi^2} = \frac{\pi^2}{2} \frac{h}{\varphi_y^2} \cos \frac{\pi}{\varphi_y} \varphi; \quad (7.26)$$

$$\frac{dS}{d\varphi} = \frac{\pi}{2} \frac{h}{\varphi_y} \sin \frac{\pi}{\varphi_y} \varphi; \quad (7.27)$$

$$S = -\frac{h}{2} \cos \frac{\pi}{\varphi_y} \varphi + \frac{h}{2}. \quad (7.28)$$

Максимальный аналог скорости будет при  $\varphi = 0,5\varphi_y$ :

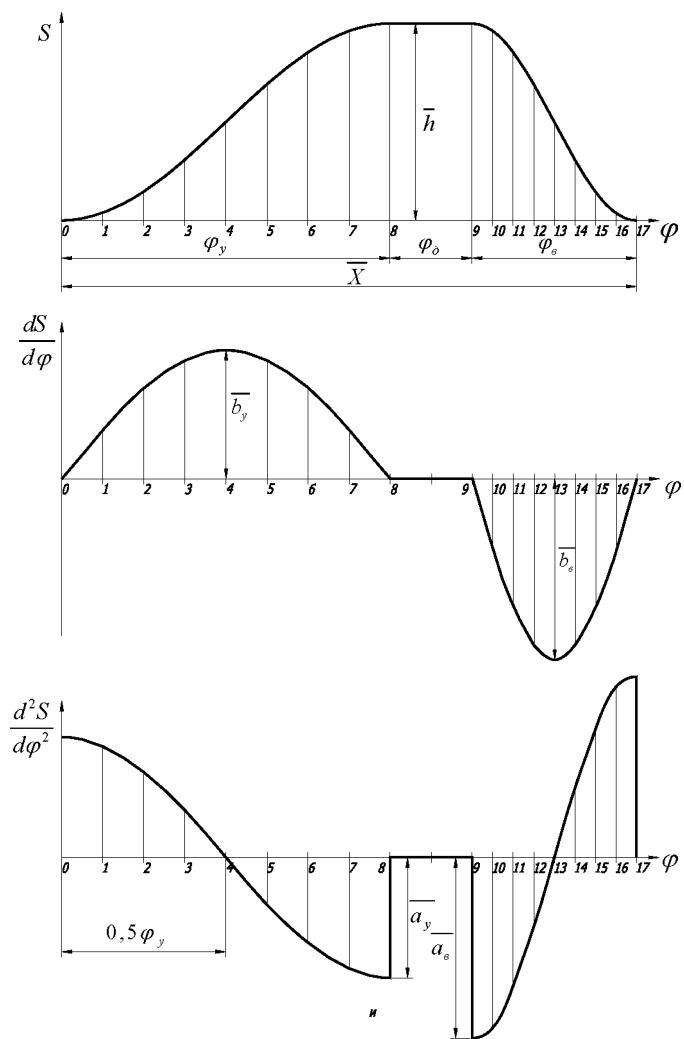


Рис. 7.3. Диаграммы перемещений, аналогов скоростей и аналогов ускорений

$$b_y = \frac{V_{\max}}{\omega} = \left( \frac{dS}{d\varphi} \right)_{\max} = \frac{\pi h}{2\varphi_y}.$$

Максимальный аналог ускорения при  $\varphi = 0$  и  $\varphi = \varphi_y$  :

$$a_y = \frac{W_{\max}}{\omega^2} = \left( \frac{d^2 S}{d\varphi^2} \right)_{\max} = \frac{\pi^2 h}{2\varphi_y^2}.$$

Для угла возвращения справедливы эти же формулы, только  $\varphi_y$  заменяют на  $\varphi_B$ :

$$b_B = \frac{\pi h}{2\varphi_B}; \quad a_B = \frac{\pi^2 h}{2\varphi_B^2}.$$

### 7.3. Построение графиков

Для построения графиков перемещений, аналогов скоростей и ускорений определяют масштабы:

1) по оси абсцисс (ось  $\varphi$ ):

$$\mu_\varphi = \frac{\varphi_{\text{раб}}}{\bar{X}}, \quad \text{где } \varphi_{\text{раб}} = \varphi_y + \varphi_d + \varphi_B,$$

$\bar{X}$  – произвольно выбранный отрезок в мм, пропорциональный углу  $\varphi_{\text{раб}}$ .

2) по оси ординат  $\mu_{\frac{d^2 S}{d\varphi^2}} = \frac{a_y}{\bar{a}_y}$ , где  $\bar{a}_y$  – отрезок в мм, выбранный произ-

вольно, тогда  $\bar{a}_b = \frac{a_B}{\mu_{\frac{d^2 S}{d\varphi^2}}}$  мм;

3)  $\mu_{\frac{dS}{d\varphi}} = \frac{b_y}{\bar{b}_y}$ , где  $\bar{b}_y$  – отрезок в мм, выбранный произвольно, тогда

$$\bar{b}_b = \frac{b_B}{\mu_{\frac{dS}{d\varphi}}} \text{ мм};$$

4) для построения графика перемещений выбирают:

а)  $\mu_S = \mu_{\frac{dS}{d\varphi}}$  для кулачкового механизма с роликовым толкателем

(п. 7.5, примеры 1 и 3);

б)  $\mu_s = \mu \frac{d^2S}{d\varphi^2}$  для кулачкового механизма с тарельчатым толкателем  
(п. 7.5, пример 2).

#### 7.4. Порядок выполнения синтеза кулачкового механизма

При выполнении синтеза кулачкового механизма в курсовом проекте данными являются:

- 1) схема механизма;
- 2) закон изменения аналога ускорения ведомого звена  $\frac{d^2S}{d\varphi^2} = f(\varphi)$ ;
- 3) максимально допустимый угол давления  $\alpha_{\max}$  или минимальный угол передачи  $\gamma_{\min}$  ( $\alpha + \gamma = 90^\circ$ );
- 4) максимальный ход толкателя  $h$  или максимальный угол отклонения коромысла  $\psi$  и длина коромысла  $\ell$ ;
- 5) фазовые углы.

Проектирование кулачкового механизма проводят в следующем порядке:

1. По заданному закону изменения аналога ускорения ведомого звена  $\frac{d^2S}{d\varphi^2} = f(\varphi)$  последовательным интегрированием определяют закон изменения

аналога скорости  $\frac{dS}{d\varphi} = f(\varphi)$  и функцию перемещения ведомого звена

$S = f(\varphi)$  – выполняют на ЭВМ (см. п. 7.2).

2. По результатам расчета строят графики перемещения  $S = S(\varphi)$ , аналога скорости  $\frac{dS}{d\varphi} = f(\varphi)$  и аналога ускорения  $\frac{d^2S}{d\varphi^2} = f(\varphi)$  ведомого звена.

При построении графиков обратить особое внимание на определение масштабных коэффициентов (см. п. 7.3).

3. Определяют основные размеры кулачка:

для механизма с роликовым толкателем строят диаграмму  $S = f\left(\frac{dS}{d\varphi}\right)$ ,

при этом обязательно  $\mu_s = \mu \frac{dS}{d\varphi}$ , (см. 7.5 пример 1 или пример 3);

для механизма с плоским толкателем строят диаграмму  $S = f\left(\frac{d^2S}{d\varphi^2}\right)$ ,

при этом обязательно  $\mu_s = \mu \frac{d^2S}{d\varphi^2}$  (см. 7.5, пример 2).

4. Методом обращения движения строят теоретический (центровой) профиль кулачка, а затем практический (конструктивный) профиль.

При выполнении п.п. 3 и 4 обратить внимание на то, чтобы вращение кулачка соответствовало заданию.

5. Для кулачкового механизма с роликовым толкателем определяют угол давления  $\alpha_1$  для каждого положения ведомого звена на диаграмме

$S = f\left(\frac{dS}{d\varphi}\right)$  и строят график  $\alpha = f(\varphi)$ .

6. Пояснительная записка по синтезу кулачкового механизма включает:

исходные данные, в том числе схему кулачкового механизма;

аналитическое описание закона движения ведомого звена и определение масштабных коэффициентов для построения графиков ( $\mu \frac{d^2S}{d\varphi^2}$ ,  $\mu \frac{dS}{d\varphi}$ ,  $\mu_s$ ,

$\mu_\varphi$ );

определение основных размеров кулачкового механизма  $r_0$ ,  $r_{\text{пол}}$  (или  $r_{\text{гип}}$ ),  $e$ ,  $\ell$ ,  $L$ ;

таблицу значений угла давления для каждого положения механизма.

## 7.5. Примеры проектирования кулачковых механизмов различных типов

**Пример 1. Проектирование кулачкового механизма с поступательно движущимся роликовым толкателем**

1. Проектирование начинают с построения диаграмм  $\frac{d^2S}{d\varphi^2} = f(\varphi)$ ;

$$\frac{dS}{d\varphi} = f(\varphi); \quad S = f(\varphi) \quad (\text{см. п. 6.3.}).$$

Графическому построению предшествует аналитическое интегрирование (см. п. 7.2.), которое проводят на ЭВМ.

2. Для определения  $r_0$  и эксцентриситета  $e$  строят диаграмму

$$S = f\left(\frac{dS}{d\varphi}\right).$$

По оси  $S$  откладывают перемещения центра ролика согласно диаграмме перемещений. По оси  $\frac{dS}{d\varphi}$  вправо от оси  $S$  откладывают вели-

чины  $\frac{dS}{d\varphi}$ , соответствующие углу удаления, а влево – соответствующие значения

для угла возвращения, если кулачок вращается по часовой стрелке (рис. 7.4.).

**Примечание.** Если кулачок вращается против часовой стрелки, то значения, соответствующие фазе удаления, откладывают влево, а значения  $\frac{dS}{d\varphi}$  фазы возвращения – вправо.





К диаграмме проводят две касательные  $\tau_1$  и  $\tau_2$  справа и слева под заданным углом давления  $\alpha_{\text{доп}}$ . Приняв точку их пересечения  $O_1$  за центр вращения кулачка, получают наименьший радиус  $r_0$ , при котором угол давления не выходит за допустимый предел ( $r_0 = O_1B_0 \cdot \mu_S$ ). Расстояние от точки  $O_1$  до оси S равно эксцентриситету  $e = O_1K \cdot \mu_S$ .

**Примечание.** Диаграмма строится при условии  $\mu_S = \mu \frac{dS}{d\varphi}$ . Заданному условию  $\alpha_{\text{доп}}$  удовлетворяет положение центра  $O_1$  в любой точке заштрихованной зоны.

3. Для построения профиля кулачка по заданному закону проводят окружность радиусом  $O_1B_0 = r_0$ , окружность радиусом  $O_1K = e$ , проводят линию толкателя в нулевом положении касательной к окружности эксцентриситета (рис. 7.5).

**Примечание.** Обратите внимание на то, что положение линии толкателя в начальный момент (справа или слева от центра кулачка) определяется только расположением линии  $B_0K$  на диаграмме  $S = f\left(\frac{dS}{d\varphi}\right)$ .

На окружности радиуса  $O_1B_0 = r_0$  откладывают углы  $\varphi_y, \varphi_d, \varphi_b$  в направлении, обратном вращению кулачка.

Дуги, соответствующие  $\varphi_y$  и  $\varphi_b$ , делят на 8 равных частей (столько точек было и на графиках) и через каждую точку деления проводят касательные к окружности радиуса  $O_1K = e$ , следуя за начальной касательной. Для построения точек теоретического профиля из центра  $O_1$  через точки  $B_1, B_2, \dots, B_8$ , отложенные на линии толкателя, проводят дуги до пересечения с соответствующими касательными.

Соединив последовательно найденные точки пересечения, получают теоретический профиль. Для углов  $\varphi_d$  и  $\varphi_b$  профиль очерчивается дугами окружностей с центром в точке  $O_1$ .

Для построения практического профиля кулачка описывают окружности радиусом  $r_{\text{роп}}$  и строят огибающую их линию.

Для определения радиуса ролика  $r_{\text{рол}}$  методом проб находят участок теоретического профиля с наибольшей кривизной и описывают круг кривизны с радиусом  $\rho_{\text{min}}$ .

Радиус ролика  $r_{\text{рол}} \leq 0,7\rho_{\text{min}}$  или  $r_{\text{рол}} \leq 0,3r_0$ . Из этих двух величин берут наименьшую.

Расстояние от центра кулачка до направляющих ведомого звена определяют по формуле  $L = r_0 + X_{\text{max}}$ , а  $X_{\text{max}} \geq h + r_{\text{рол}}$ ; длина направляющих  $l \geq (1,5 \div 2)X_{\text{max}}$ .

**Пример 2. Проектирование кулачкового механизма с поступательно движущимся плоским толкателем**

1. Проектирование начинают с построения диаграмм  $\frac{d^2S}{d\varphi^2} = f(\varphi)$ ,

$$\frac{dS}{d\varphi} = f(\varphi), S = f(\varphi) \text{ (см. п. 7.3.)}$$

Построению графиков предшествует аналитическое интегрирование (см. п. 7.2.), которое проводят на ЭВМ.

2. Для определения минимального радиуса профиля кулачка  $r_0$  строят

$$\text{диаграмму } S = f\left(\frac{d^2S}{d\varphi^2}\right).$$

Положительные аналоги ускорений откладывают в положительном направлении оси  $\frac{d^2S}{d\varphi^2}$ , отрицательные – в отрицательном (рис. 7.6.). Проводят касательную к максимальной отрицательной ветви кривой под углом  $45^\circ$  к оси  $S$ . Центр вращения кулачка выбирают в точке  $O_1$ , расположенной ниже точки  $O$  на 10 мм в масштабе чертежа (это делается во избежание больших местных напряжений),  $r_0 = O_1A \cdot \mu_S$ .

Примечание. Диаграмма строится при условии  $\mu_S = \mu \frac{d_2S}{d\varphi^2}$ .



вые углы откладывают в направлении, противоположном вращению кулачка (рис. 7.7.). Углы  $\varphi_y$  и  $\varphi_b$  делят на восемь равных частей (столько же точек и на графиках). От точек деления на данной окружности вдоль радиальных лучей откладывают соответствующие перемещения из графика  $S = f(\varphi)$ . Через полученные точки проводят перпендикуляры к этим радиусам. Огибающая всех построенных перпендикуляров будет профилем кулачка. Профиль кулачка для углов  $\varphi_d$  и  $\varphi_b$  очерчивается дугами окружностей с центром в точке  $O_1$ .

Расстояние  $L$  от центра кулачка до направляющих ведомого звена определяется по формуле:

$$L = r_0 + X_{\max}, \quad X_{\max} \geq h + c.$$

$$\text{Длина направляющих } l \geq (0,8 \div 1,0) \left( \frac{dS}{d\varphi} \right)_{\max}.$$

$$\text{Радиус тарелки } r_{\text{тар}} \geq \left( \frac{dS}{d\varphi} \right)_{\max}.$$

### Пример 3. Проектирование кулачкового механизма с вращающимся (коромысловым) роликовым толкателем

1. Проектирование начинают с построения диаграмм  $\frac{d^2S}{d\varphi^2} = f(\varphi)$ ,

$$\frac{dS}{d\varphi} = f(\varphi), \quad S = f(\varphi). \quad (\text{см. п. 7.3.}).$$

Построению графиков предшествует аналитическое интегрирование (см. п. 7.2.), которое проводят на ЭВМ.

2. Для определения минимального радиуса кулачка  $r_0$  строят диаграмму  $S = f\left(\frac{dS}{d\varphi}\right)$  (рис. 7.8.).

На дуге окружности радиуса  $O_2A_0$  (где  $O_2A_0 = \frac{S_{\text{коромысла}}^{\text{ог}}}{\mu_s}$ ) от точки  $A_0$  откладывают  $S_1$  – перемещение конца толкателя, соответственно заданным углам поворота кулачка. Через центр вращения  $O_2$  коромысла и полученные

на дуге точки проводят радиусы. На этих лучах откладывают соответствующие аналоги скорости  $\frac{dS}{d\varphi}$ , взятые с диаграммы  $\frac{dS}{d\varphi} = f(\varphi)$ . Если кулачок вращается по часовой стрелке, то аналоги скорости для угла удаления откладываются вправо, а для угла возвращения – влево. Концы аналогов скорости соединяют плавной кривой. Через концы отрезков аналогов скорости проводят прямые под углом  $\gamma_{\min} = 90^\circ - \alpha_{\text{доп}}$  к направлению радиуса  $O_2A_1$  и этим самым определяют область, где можно разместить центр кулачка. Минимальный радиус кулачка  $r_0 = O_1A_0 \cdot \mu_s$ . На диаграмме определяют  $\psi_0$  и  $O_1O_2$ .

**Примечание.** Диаграмма строится при условии  $\mu_s = \mu \frac{dS}{d\varphi}$ .

3. По найденным  $r_0, \varphi_{O_1O_2}, \psi_0$  и известным перемещениям  $S_1$  строят профиль кулачка, используя метод обращения движения (рис. 7.9.).

Из произвольно выбранной точки  $O_1$  проводят окружность радиусом  $O_1O_2$ , делят её на части пропорциональные углам  $\varphi_y, \varphi_d, \varphi_v$  и откладывают их от точки  $O_2$  в направлении, противоположном вращению кулачка. Каждую дугу, стягивающую углы  $\varphi_y$  и  $\varphi_v$  делят на 8 равных частей. Далее из полученных точек 1,2,3 и т.д. (на окружности радиуса  $O_1O_2$ ) проводят дугу радиусом  $O_2A_0$  и находят точки их пересечения с дугами радиусами  $O_1A_1, O_1A_2, O_1A_3$  и т.д., описанными из центра  $O_1$  вращения кулачка.

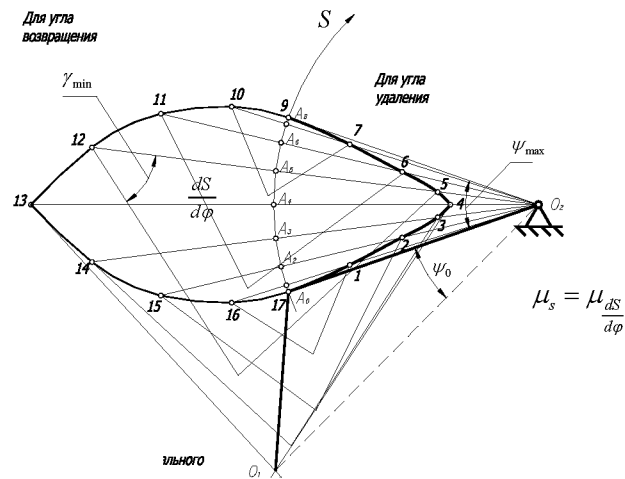


Рис. 7.8. Определение минимального радиуса кулачка

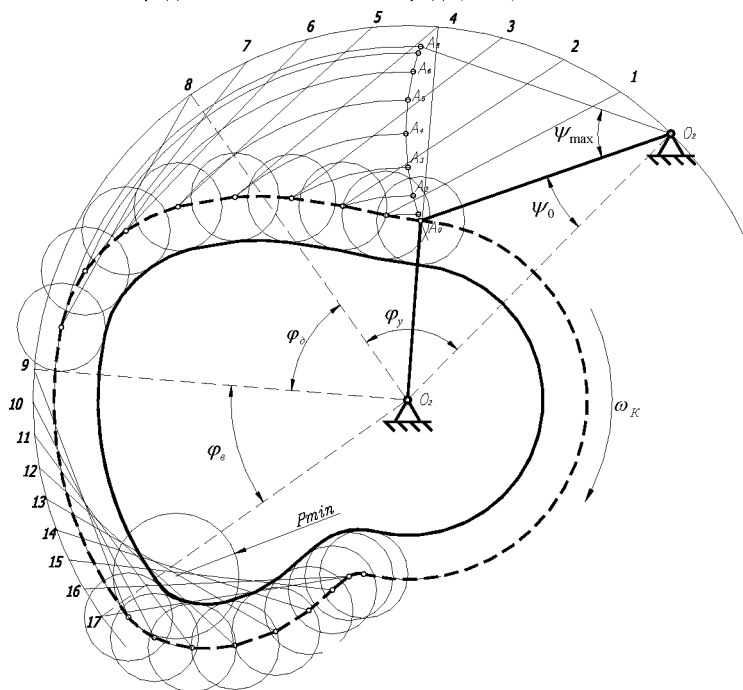


Рис. 7.9. Построение профиля кулачка

Соединив последовательно полученные точки, строят теоретический профиль кулачка.

Для углов  $\varphi_d$  и  $\varphi_\sigma$  теоретический профиль очерчен дугами окружностей из центра  $O_1$ .

Для построения конструктивного (практического) профиля кулачка описывают окружности радиусом  $r_{рол}$  и строят огибающую их линию.

Для определения  $r_{рол}$  находят методом проб участок теоретического профиля с наибольшей кривизной и описывают круг кривизны с радиусом  $\rho_{min}$ . Радиус ролика  $r_{рол} \leq 0,7\rho_{min}$  или  $r_{рол} \leq 0,3r_0$ . Из этих двух величин берут наименьшую.

## Библиографический список

1. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин [текст]: учебник для вузов / И.И. Артоболевский – М.: Наука, 1975.- 640 с.
2. Авиационные зубчатые передачи и редукторы [текст]: справочник / В.И. Алексеев [и др.]; под ред. Э.Б. Булгакова. – М.: Машиностроение, 1981. – 376 с.
3. Болотовская, Т.П. Расчет коррекции зубчатых колес с помощью блокирующих контуров [текст] / Т.П. Болотовская, И.А. Болотовский. – М.: МАШГИЗ, 1969. – 159 с.
4. Гинзбург, Е.Г. Волновые зубчатые передачи [текст] / Е.Г. Гинзбург – Л.: Машиностроение, 1969. - С. 25-29.
5. Добровольский, В.В. Планетарные редукторы с замыкающей цепью [текст] / В.В. Добровольский // Вестник машиностроения. - 1944. - №11 – 184 с.
6. Кестельман, В.Н. Механизмы управления самолётом [текст] / В.Н. Кестельман, А.В. Федоров. – М.: Машиностроение, 1987. – 184 с.
7. Коробова, Н.П. Синтез плоских кулачковых механизмов [текст] / Н.П. Коробова, В.И. Журавлев. – М.: МАИ, 1992. – 40 с.
8. Кричевер, М.Ф. Кинематика дифференциальных механизмов с несколькими степенями подвижности [текст] / М.Ф. Кричевер, Б.С. Цфас // Известия высших учебных заведений. - 1965. - №7. – С. 15-17.
9. Кудрявцев, В.Н. Планетарные передачи: справочник / В.Н. Кудрявцев, Ю.Н. Кирдяшев; под ред. В.Н. Кудрявцева. – Л.: Машиностроение, 1977. – 535 с.
10. Теория, расчет и проектирование авиационных двигателей и энергетических установок [текст] / В.В. Кулагин, С.Г. Бочкарев, Н.М. Горюнов [и др.]; под ред. В.В. Кулагина – М.: Машиностроение, 2005. – 464 с.
11. Кестельман, В.В. Основы расчета и конструирования деталей и механизмов летательных аппаратов: учеб. пособие для вузов [текст] / В.Н. Кестельман, Г.И. Рощина. – М.: Машиностроение, 1989. – 456 с.
12. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин [текст]: учеб. пособие для вузов / С.А. Попов [и др.]; под ред. К.В. Фролова. – М.: Высшая школа, 2001. – 295 с.



13. Проектирование механических передач [текст]: учебно-справочное пособие для вузов / С.А. Чернавский, Г.А. Снесарев [и др.]; под ред. С.А. Чернавского. – М.: Машиностроение, 1984. – 608 с.
14. Савинов, А.П. Кинематическое проектирование зубчатых передач [текст]: учеб. пособие / А.П. Савинов, Л.К. Кудинова, М.Ф. Кричевер. – Куйбышев: КуАИ, 1973. – 118 с.
15. Ткаченко, В.А. Проектирование многосателлитных планетарных передач [текст] / В.А. Ткаченко. – Харьков: Харьковский университет, 1961. – 112 с.
16. Теория механизмов и механика машин: учеб. для вузов [текст] / К.Ф. Фролов, С.А. Попов [и др.]; под ред. К.В. Фролова. – М.: Высшая школа, 2003. - 496 с.
17. Чертежно-конструкторский редактор КОМПАС-ГРАФИК. [Руководство пользователя]. – СПб: АО АСКОН, 2002. – 330 с.
18. Оформление курсового проекта по теории механизмов и машин: метод. указания / сост. Б.А.Куликов, Н.П. Коробова, В.П. Тукмаков [и др.]– Самара: СГАУ, 2003. – 32 с.
19. Ястребов, В.М. ТММ в авиастроении [текст]: учеб. пособие / В.М. Ястребов, М.Я. Кричевер, А.П. Савинов – Самара: СГАУ, 1993. – 77 с.

## Приложение 1

Таблица подбора чисел зубьев колес планетарной передачи  
с одновенцовым сателлитом (схема 1, табл. 5.1)

$u_{1H}^{(3)}$	$z_1$	$z_3$	$a_n$	$u_{1H}^{(3)}$	$z_1$	$z_3$	$a_n$	$u_{1H}^{(3)}$	$z_1$	$z_3$	$a_n$
3,00	40	80	4	3,80	30	84	3	5,70	20	94	3
3,15	54	116	5	3,83	47	132	4	5,73	22	104	4
3,26	43	97	5	3,87	31	89	5	5,86	21	102	3
3,27	33	75	3	3,90	41	119	4	6,00	18	90	3
3,36	49	111	5	4,00	21	63	3	6,15	20	103	3
3,40	30	72	3	4,17	24	76	5	6,21	28	146	3
3,50	32	80	4	4,20	20	64	3	6,30	20	106	3
3,51	37	93	5	4,22	37	119	4	6,40	15	81	3
3,57	47	121	4	4,37	24	81	3	6,50	18	99	3
3,62	24	63	3	4,41	29	99	4	6,60	20	112	3
3,62	32	84	4	4,50	20	70	3	6,78	23	133	3
3,64	28	74	6	4,67	18	66	3	6,90	20	118	3
3,64	45	119	4	4,80	20	76	3	7,15	26	160	3
3,65	26	69	5	4,80	35	133	3	7,36	22	140	3
3,66	32	85	3	4,91	22	86	3	7,58	19	125	3
3,68	37	99	4	5,00	18	72	3	7,76	17	115	3
3,69	39	105	4	5,09	22	90	4	7,91	22	152	3
3,70	27	73	5	5,18	22	92	3	8,10	20	142	3
3,72	25	68	3	5,31	26	112	3	8,25	20	145	3
3,72	43	117	4	5,40	20	88	3	8,53	19	143	3
3,74	47	129	5	5,56	18	82	4	8,82	17	133	3
3,76	33	91	4	5,59	29	133	3	9,16	19	155	3

## Приложение 2

Таблица подбора чисел зубьев колес планетарной передачи с двухвенцовым сателлитом при  $\lambda=1$ ,  $\alpha_n = 3$  (схема III, табл. 5.1)

$u_{IH}^{(3)}$	$z_1$	$z_2$	$z_2'$	$z_3$	$\kappa$	$u_{IH}^{(3)}$	$z_1$	$z_2$	$z_2'$	$z_3$	$\kappa$
5,00	18	24	21	63	1,14	8,25	32	56	28	116	2,00
5,20	30	42	36	108	1,16	8,40	30	54	27	111	2,00
5,50	24	36	30	90	1,20	8,50	24	44	22	90	2,00
5,80	75	49	35	180	2,20	8,50	24	60	42	126	1,42
6,00	18	30	24	72	1,25	8,50	30	72	48	150	1,50
6,25	24	36	24	84	1,50	8,80	15	39	27	81	1,44
6,40	60	68	34	162	2,00	9,00	18	48	33	99	1,45
6,40	15	27	21	63	1,28	9,20	30	62	31	123	2,00
6,50	30	48	32	110	1,50	9,30	20	42	21	83	2,00
6,70	60	74	37	171	2,00	9,50	24	52	26	102	2,00
6,80	60	76	38	174	2,00	9,60	20	44	22	86	2,00
7,00	36	72	54	162	1,33	9,80	30	68	34	132	2,00
7,00	30	54	36	120	1,80	10,00	18	54	36	108	1,50
7,20	35	70	50	155	1,40	10,20	20	48	24	92	2,00
7,30	60	86	43	189	2,00	10,50	24	60	30	114	2,00
7,50	18	36	24	78	1,50	11,00	24	64	32	120	2,00
7,60	15	33	24	72	1,37	11,50	24	68	34	126	2,00
7,65	40	62	31	133	2,00	12,00	16	48	24	88	2,00
7,80	30	48	24	102	2,00	13,00	18	60	30	108	2,00
8,00	15	30	18	63	1,67	14,00	18	52	20	90	2,60
8,00	18	42	30	90	1,40	15,00	24	66	22	112	3,00
8,20	30	52	26	108	2,00	16,00	24	72	24	120	3,00

### Приложение 3

Таблица значений эвольвентной функции  $\operatorname{inv}\alpha = \operatorname{tg}\alpha - \alpha$

Градусы	Порядок	0,0'	10'	20'	30'	40'	50'
15	0,00	61488	63611	65773	67985	70248	72561
16	0,0	07493	07735	07982	08234	08492	08766
17	0,0	09025	09299	09580	09866	10158	10456
18	0,0	10760	11071	11387	11709	12038	12373
19	0,0	12715	13063	13418	13780	14148	14523
20	0,0	14904	15293	15689	16092	16505	16920
21	0,0	17345	17777	18217	18665	19120	19583
22	0,0	20054	20533	21019	21514	22018	22529
23	0,0	23044	23577	24114	24660	25214	25778
24	0,0	26350	26931	17521	28121	28729	29348
25	0,0	29975	30613	31260	31917	32583	33260
26	0,0	33947	34644	35352	36069	36798	37537
27	0,0	38287	39047	39810	40602	41395	42201
28	0,0	43107	43845	44685	45537	46400	27270
29	0,0	48164	49064	48876	50901	51838	52788
30	0,0	53751	54728	55717	56720	57736	58765
31	0,0	58809	60856	61937	63022	64122	65236
32	0,0	66364	57507	68665	69838	71026	72230
33	0,0	73449	74684	75934	77200	78483	79981
34	0,0	81097	82428	83777	85142	86525	87925
35	0,0	89342	90777	92230	93701	95190	96698
36	0,	09822	09977	10133	10292	10452	10614
37	0,	10778	10944	11113	11283	11455	11630
38	0,	11806	11985	12165	12348	12534	12721
39	0,	12911	13102	13297	13493	13692	13893
40	0,	14095	14303	14511	14722	14936	15152
41	0,	15370	15591	15815	16041	16270	16502

Вопросы для подготовки к защите курсового проекта по ТММ.

Курсовое проектирование способствует закреплению, углублению и обобщению теоретических знаний, а также применению этих знаний к комплексному решению инженерной задачи по исследованию и расчёту механизмов и машин, оно развивает у студентов творческую инициативу и самостоятельность, прививает некоторые навыки научно-исследовательской работы.

При защите проекта, являющегося особой формой проверки его выполнения, студент должен дать исчерпывающие объяснения по всем вопросам, связанным с анализом и расчетом его проектного задания. В ответах на задаваемые вопросы студент должен показать, что он овладел методами исследования механизмов и приёмами графических построений. Знание студентом общих методов исследования и проектирования кинематических схем механизмов, умение решать практические задачи по всем разделам проекта является необходимым условием удовлетворительной оценки проекта.

Ниже приводится перечень вопросов, которые необходимо использовать при подготовке к защите проекта.

Вопросы к листу 1.

1. Понятие о структурной и кинематической схемах механизма.
2. Что называется кинематической парой? Как определяется класс кинематической пары? Как подсчитывается число кинематических пар в сложном узле?
3. Что называется группой Ассура? В чём заключается структурный анализ? Указать роль структурных групп Ассура в силовом расчёте.
4. Сущность метода планов скоростей и ускорений при кинематическом исследовании механизмов.
5. Какие векторные уравнения записывают при кинематическом анализе методом планов?
6. Определение линейных скоростей точек звеньев механизма, определение величины и направлений угловых скоростей звеньев.
7. Определение линейных ускорений точек звеньев механизма, определение величины и направлений угловых ускорений звеньев.

8. Сущность методов подобия при определении линейных скоростей и ускорений. Применение этого метода для определения скоростей и ускорений центров масс звеньев.

9. Определение величины и направления нормального, касательного и Кориолисова ускорений.

10. На чём основан метод графического дифференцирования? Как определяются масштабные коэффициенты кинематических диаграмм?

11. Какое ускорение (нормальное, касательное, полное) получают методом графического дифференцирования?

Вопросы к листу 2.

1. Доказать необходимость силового расчета по группам Асура (условие статистической определенности цепи).

2. Классификация сил, действующих на звенья механизма; силы внешние и внутренние.

3. Применение принципа Даламбера при силовом расчёте механизма. Понятие силы инерции.

4. Определение главных векторов сил инерции и главных моментов сил инерции; определение точки качания.

5. Методика определения сил в кинематических парах.

6. Определение сил по индикаторной диаграмме.

7. Как находится усилие в данной кинематической паре? Для чего определяется реакция? Как находится реакция во внутренней кинематической паре группы Ассур?

8. Векторные уравнения сил и уравнения моментов сил, применяемые при силовом расчёте.

9. Построение плана сил.

10. Порядок выполнения силового расчета механизма

11. Указать, в каком случае прикладывают  $F_{ур}$ , а в каком  $M_{ур}$ ? Какими способами можно определить уравновешивающее усилие?

12. Как подсчитать мощность двигателя, необходимую для работы данного механизма?

13. Какой принцип положен в основу теоремы Н.Е. Жуковского?

14. Как учитывается трение в кинематических парах?

15. Как определяют мощность, потерянную на трение во вращательной и поступательной кинематических парах?

16. Как определяют КПД механизма?

Вопросы к листу 3.

1. Как определить коэффициент перекрытия данной зубчатой передачи? Показать зоны однопарного и двухпарного зацепления профилей зубьев. Какое минимальное значение и почему задаётся для коэффициента перекрытия?

2. Найти угол давления в данной точке эвольвентного профиля. Найти на эвольвентном профиле большого колеса точку, с которой будет контактировать данная точка, взятая на профиле малого колеса.

3. Что называется основной окружностью, шагом и модулем зацепления?

4. Что такое эвольвента? Назвать её свойства. Показать углы  $inv\alpha$ .

5. Как изменится форма зуба данного колеса, если увеличить коэффициент смещения инструмента?

6. На какие диаметры зубчатого колеса не влияет смещение рейки?

7. Как определяется рабочий профиль?

8. Какие основные размеры зубчатого колеса изменяются при изменении коэффициента смещения инструмента?

9. В чём заключается метод смещения режущего инструмента и когда возникает необходимость им воспользоваться?

10. В каких случаях диаметр делительной окружности равен диаметру начальной окружности? В каких случаях толщина зуба по делительной окружности равна толщине зуба по начальной окружности? Как изменяется толщина зуба по делительной окружности в зависимости от смещения?

11. Чему равен диаметр заготовки для стандартного колеса при заданных  $m$  и  $z$ ?

12. Основная теорема зацепления и её применение в курсовой работе.

13. Как определить передаточное отношение данного механизма? Каким образом можно преобразовать данный планетарный механизм в дифференциальный?

14. Записать условие соосности, соседства и сборки для данной схемы механизма.

15. Записать передаточное отношение от центрального колеса к сателлиту.

16. Какое звено называется сателлитом? Показать положение мгновенного центра линейных скоростей сателлита в данном планетарном механизме.

17. Найти число оборотов заданного звена по картине угловых скоростей.
18. Найти абсолютные и относительные угловые скорости спутника.
19. Как определить динамическую нагрузку (силу инерции), действующую на подшипники спутника?

Вопросы к листу 4.

1. Какие достоинства и недостатки имеют кулачковые механизмы? Какие кулачковые механизмы вы знаете? Назвать область применения кулачковых механизмов.
2. В чём состоит метод обращения движения и как он используется в проектировании кулачкового механизма?
3. Как по заданному закону ускорения толкателя построить профиль кулачка? Перечислить этапы проектирования кулачковых механизмов.
4. Какие законы движения толкателя целесообразно выбирать при синтезе кулачкового механизма? При каких законах безударная работа кулачка, а при каких – возникают мягкие или жесткие удары?
5. Почему нельзя выбирать центр вращения кулачка вне зоны, отмеченной на диаграмме  $S - \frac{dS}{d\varphi}$  граничными лучами?
6. Как определяется угол давления и угол передачи? Как влияет изменение угла давления на размеры и работу кулачкового механизма?
7. Как выбирается радиус ролика?
8. Указать связь аналога скоростей с действительной скоростью, аналога ускорений с действительным ускорением (если  $\omega_k = const$ ).
9. Изобразить схемы наиболее распространённых кулачковых механизмов. Построить заменяющий механизм.
10. Как определить силу инерции, действующую на качающийся и поступательно движущийся толкатель?
11. В каких положениях толкателя динамические нагрузки стремятся оторвать его от кулачка, а в каких – прижать?



Учебное издание

*Савинов Адольф Павлович,  
Коробова Нинель Петровна*

**ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН  
В АВИАСТРОЕНИИ**

*Учебное пособие*

Редактор Ю. Н. Литвинова  
Доверстка Ю. Н. Литвинова

Подписано в печать 05.08.2008. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 10,0

Тираж 300 экз. Заказ . Арт. С-18/2008

Самарский государственный  
аэрокосмический университет.  
443086, Самара, Московское шоссе, 34

---

Изд-во Самарского государственного  
аэрокосмического университета.  
443086, Самара, Московское шоссе, 34

Для заметок

Для заметок

Для заметок